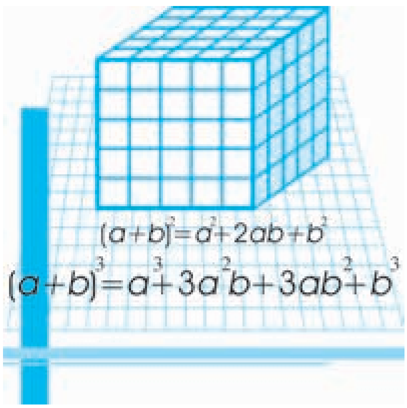
Ш. А. АЛИМОВ, А. Р. ХАЛМУХАМЕДОВ,
М. А. МЫРЗААХМЕДОВ

ALGEBRA

**Жалпы білім беретін мектептердің
7-сыныбына арналған оқулық**

Қайта өңделген және толықтырылған
4-басылымы

*Өзбекстан Республикасының Халыққа білім беру
министрлігі бекіткен*



«O‘QITUVCHI» БАСПА-ПОЛИГРАФИЯ ШЫҒАРМАШЫЛЫҚ ҮЙІ
ТАШКЕНТ — 2017

УЎК: 512(075.3)
КБК 22.14я72
А-44

Қымбатты оқушылар!

Отанымыз Өзбекстан әлем ғылымына, мәдениетіне жүздеген ұлы данышпан ғалымдарды, жазушыларды, мемлекет қайраткерлерін берген. Сен сол жұмыстардың жалғастырушысысың. Данышпандар былай дейді: «Жастық шағында үйренген білімің, тасқа жазылғанмен бірдей». Алгебраны, жалпы математиканы, оқу аса зейінділікті, ықыласпен оқуды талап етеді. Ғылым сырларын үйренуде бұл оқулық сенің досың, әрі көмекшің болсын.

Білім шыңына жете берулеріңе сәттілік тілеймін!

«Алгебра» оқулығың.

Оқулықтағы шартты белгілер:

— негізгі ережелер мен қасиеттер.

○ — математикалық тұжырымды негіздеудің немесе формуланы дәлелдеудің басталуы.

● — негіздеудің немесе дәлелдеудің соңы.

△ — есеп шешімінің басталуы.

▲ — есеп шешімінің соңы.

№ — қызықты есептер.

* — күрделі есептер

— сынақ жаттығулары.

— негізгі материал бойынша білімді тексеруге арналған өзіндік жұмыс.

— тарихи мағлұматтар.

Республикалық мақсатты кітап қорының қаржысы есебінен басылды.

ISBN 978-9943-22-104-8

5—6 СЫНЫПТАҒЫ ӨТКЕН ТАҚЫРЫПТАРДЫ ҚАЙТАЛАУ

Қымбатты оқушылар! Сендер 5—6 сыныптарда натурал сандар, жай және ондық бөлшектер, рационал сандармен төрт амалға байланысты мысал және есептерді шығарғансыңдар. 5—6 сыныптарда математикадан үйренген білімдеріңді тағы де еске салу мақсатында Сендерге бірнеше жаттығулар ұсынып тұрмыз.

1. «Халықпен байланыс және адам мүддесі» жылында құрылған заманалық үйлер қаламыздың көркіне көрік қосты. Жаңа құрылған көп қабатты үйлердің бірінің пәтерлері 1, 2, 3, ... , 99, 100 сандарымен нөмірленген. Цифрларының қосындысы өзара тең болатын пәтерлер нешеу? Нәтижелерді кесте және диаграммада көрсет.

2. Бір фермадағы сиырлардың саны 2-фермадағыға қарағанда 12% кем. Бірақ 1-ферманың әр сиыры 2-фермадағы сиырларға қарағанда 7,5% көп сүт береді. Қайсы ферма көп сүт алады және неше пайызға?

3. 300 кг астық белгілі уақыт құрғатылғаннан кейін оның массасы 20 кг-ға кемейді, ылғалдылығы 10%-ды құрады. Алғашында астықтың ылғалдылығы неше пайыз болған?

4. Теңдеуді шеш:

1) $5x+48:4=20:10+2\cdot10$;

2) $7x+32:2=(72+18):3$;

3) $4\frac{1}{2}x+3\frac{3}{10}\cdot5=7\frac{6}{13}+18\frac{7}{13}$;

4) $6\frac{1}{2}x+3\frac{1}{2}\cdot3=11\frac{4}{17}+5\frac{13}{17}$.

5. Сейілбек велосипедте сағатына10,8 км жылдамдықпен 1 сағат 15 минут жол жүрді. Сосын сағатына 12,8 км жылдамдықпен 2,5 сағат жол жүрді. Сейілбек барлығы неше километр жол жүрген?

6. Тік төртбұрыштың ұзындығы 8 см. Ені ұзындығынан 1,5 см қысқа. Тік төртбұрыштың ауданын табыңдар.

7. Тік төртбұрыштың ауданы 20,25 $дм^2$, ені 3,24 дм. Осы тік төртбұрыштың периметрін табыңдар.

8. Автомобиль 100 км ара қашықтыққа 5 л бензин жұмсайды. Бұл автомобиль: 50 км; 60 км; 70 км; 80 км; 120 км; 250 км; 360 км ара қашықтықтарға қанша литр бензин жұмсайды?

9. Саяхатшы жолдың $\frac{2}{7}$ бөлігін жүрді. Есептеп көрсе, жолдың жартысына жету үшін тағы да 9 км жүру керек екен. Саяхатшы барлығы неше километр жол жүруді жоспарлаған?

10. Бір автомобиль 100 км ара қашықтыққа 8 л, екінші автомобиль сол арақашықтыққа 10 л бензин жұмсайды. Егер әрқайсы автомобильдің бензин багінде 32 л бензин болса, онда бұл жанармай олардың қанша километр жол жүруіне жетеді?

11. 1) Матаның бағасы 20 % арзандатылған. Белгілі бір уақыттан соң, жаңа бағасы тағы да 25 %-ға арзандатылды. Матаның бағасы жалпы неше пайыз арзандатылған?
2) Матаның бағасы 20 %-ға өскен. Белгілі бір уақыттан соң жаңа бағасы тағы да 25 %-ға өсірілген. Матаның бағасы жалпы қанша пайыз өсірілген?

12. Бидайдың ылғалдылығы 23% еді. Ол құрғатылғаннан кейін ылғалдылығы 12% -ға түсті. Бидайдың массасы неше пайызға кемейді?

13. Кәсіпкер 1-ші және 2-ші сортты материалдарын сатты, барлығы 54 000 сум пайда түсті. 1-ші сортты материалдың бағасы 120 000 сум, кәсіпкер оны 15 %-дық пайдасына сатты. 2-ші сортты материалынан 20 %-дық пайда түсті. 2-ші сортты материалдың бағасы қанша сум? Кәсіпкерге екі материал түрінен қанша пайыз пайда түскен?

14. Тік төртбұрыш табанының ұзындығы 20 %-ға, ал биіктігі 25 %-ға өссе, онда оның ауданы қанша пайыз өседі?

15. Тік төртбұрыштың ұзындығы 10 %-ға, ал биіктігі 20 %-ға кемейтілсе, оның ауданы неше пайыз кемейеді?

16. Амалдарды орында:

1) $(-120):\big((-8)\cdot(-3)+12:(-3)\big)-(-48):(-16)$;

2) $(-75)\cdot 4-204:(-3)+(-210):(-7)$;

3) $(-20,25):(-3,6)+90,72:(-4,5)-7,5\cdot 3,2$;

4) $5\frac{5}{19}\cdot(-0,95)+2\frac{16}{17}\cdot(-0,34)-8\frac{4}{7}:2\frac{1}{7}$.

17. Теңдеуді шеш:

1) $3x+2x=17+(-27)$;

2) $1,3x-3,5x=11\cdot(-0,5)$;

3) $6x-7x=3,5\cdot(-1)+4$;

4) $4x-2\frac{1}{3}x=3\frac{1}{3}:(-2)$.

18. Берілген бес санның арифметикалық ортасы 18,4-ке тең. Бұл сандарға тағы бір сан қосылғанда, олардың арифметикалық ортасы 20-ға тең болады. Қосылған санды табыңдар.

19. Кәрім ата 90 жаста. Оның немерелерінің орта жасы 20-ға тең. Немерелер жасына Кәрім атаның жасын қоссақ, онда арифметикалық ортасы 22-ге тең болады. Кәрім атаның қанша немересі бар?

20. Автомобиль 72 км/сағат жылдамдықпен 3,5 сағат, 60 км/сағат жылдамдықпен 2,5 сағат жүрді. Автомобиль барлығы қанша километр жол жүрген? Орташа қандай жылдамдықпен жүрген?

21. Пропорцияның белгісіз мүшесін тап:

1) $3,5:x=2,4:4,8$;

2) $x:2\frac{1}{3}=9,2:2,3$;

3) $7,2:2,4=x:4\frac{1}{3}$;

4) $4\frac{2}{7}:2\frac{1}{7}=3,2:x$.

I ТАРАУ

АЛГЕБРАЛЫҚ ӨРНЕКТЕР

§ 1. *Сандық өрнектер*

Алгебра сөзі ұлы өзбек математигі және астрономы, отандасымыз Әбу Абдулла Мұхаммед ибн Мұса әл-Хорезмидің «Китаб әл-мұхтасар фи хисаб әл-жабр ва-л-муқобола» шығармасындағы *әл-жабр* (латын тілінде *алгебра*) сөзінен алынған. Бұл еңбегінде әл-Хорезми алгебраны алғаш рет ғылым ретінде баяндап, жүйеге салған.

Алгебраның негізгі зерттейтін тақырыбы — алгебралық өрнектер мен математикалық амалдарды орындау мәселесі. Алгебралық өрнектердің ең қарапайым көрінісі болып табылатын әр түрлі сандық өрнектер V—VI сыныптардың математика оқулығында қарастырылған болатын.

Сандық өрнек сандардан құрастырылып, амалдар өрнектер арқылы жазылатындығын еске алайық.

Мәселен, $2\cdot3+7$; $10:2-3$; $\frac{4\cdot0,5+3}{5}$; $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$ жазулары сандық өрнектер болып табылады.

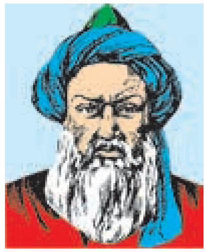
> ❗ *Берілген сандық өрнектегі көрсетілген амалдарды орындау нәтижесінде пайда болған сан — сандық өрнектің мәні деп аталады.*

Мәселен, $2\cdot3+7$ сандық өрнегінің мәні 13, ал $\frac{1}{3}-\frac{1}{2}$ сандық өрнегінің мәні $-\frac{1}{6}$-ге тең болады.

> ❗ *Сандық өрнек бір ғана саннан құралуы мүмкін. Онда оның мәні сол санның өзіне тең болады.*

Кейбір жағдайларда сандық өрнектегі сандар мен амал таңбаларынан тыс амалдардың белгілі тәртіппен орындалуын реттейтін жақшаларды пайдалануға болады. Мәселен, $(2,5+3,5)\cdot2,1$ сандық өрнегінің мәнін шығару үшін алдымен жақша ішіндегі қосынды есептеледі де, содан кейін көбейту амалы орындалады.

Әбу Абдулла Мұхаммад ибн Мұса Әл-Хорезми (783—850) — ұлы өзбек математигі және астрономы.



$(2{,}5 + 3{,}5)\cdot 2{,}1$ өрнегінің мәнін есептеп, нәтижесі 12,6 санына тең болатынын анықтаймыз. Сонымен

$(2{,}5 + 3{,}5)\cdot 2{,}1 = 12{,}6$ теңдігін жазуға болады.

Екі сандық өрнектің арасына «=» белгісі қойылған болса, онда мұндай сандық өрнек тепе-тең өрнек деп аталады.

Егер сандық өрнектің сол және оң жақтарындағы мәндері тең болса, онда мұндай тепе-тең өрнек дұрыс теңдік делінеді.

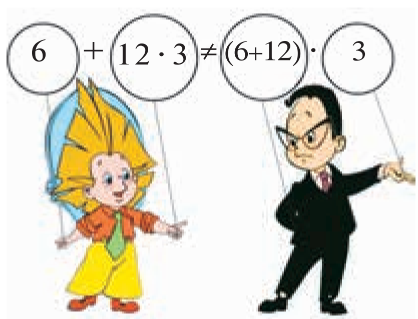
Мәселен, $\frac{15-1}{2}=8-1$ тепе-тең өрнегі дұрыс, өйткені оның екі жағының да сандық мәні 7-ге тең.

Сандық өрнектер мен сандық тепе-тең өрнектер тек есептеулерде ғана емес, сандардың қасиеттерін анықтауда қолданылады.

Мәселен, $\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$ тепе-теңдігі бөлшектердің негізгі қасиетін, ал $35 + 21 = 21 + 35$ тепе-теңдігі қосудың орын ауыстырымдылық заңының дұрыстығын көрсетеді.

Енді $6 + 12 \cdot 3$ сандық өрнегін қарастырайық. $6 + 12\cdot 3= =6+36=42$ болатын дұрыс теңдік амалдардың қабылданған ережесіне бойсұнған жағдайда ғана дұрыс теңдік бола алады.

Егер қабылданған есептеу ережесі орындалмаса, яғни 6 мен 12-ні қосып, қосынды 3-ке көбейтілсе, өрнектің мәні дұрыс емес 54 санына тең болып қалады. Бұл нәтиже алғашқы өрнек: $(6 + 12)\cdot 3$ деп өзгертіліп жазылса ғана дұрыс болар еді.



Демек, есептеу нәтижесінде сан мәнінің дұрыс шығуы өрнектердегі амалдардың орындалу ретіне тәуелді болады.

Сандар арқылы амалдарды орындау тәртібі алгебралық өрнектердің сан мәндерін табуға арналған жаттығуларды орындау кезінде де сақталып қалады.

Қосу мен азайту — *бірінші басқыш амалдары,* ал *көбейту мен бөлу — екінші басқыш амалдары* болатынын еске сала кетейік. Квадрат пен кубқа дәрежелеу *үшінші басқыш амалдары* делінеді.

Сандық өрнектің сан мәнін табу үшін, амалдардың мына төмендегі тәртібі қабылданған:

1) Егер өрнекте жақша болмаса, онда алдымен үшінші басқыш амалдары, одан кейін екінші басқыш амалдары, ең соңында бірінші басқыш амалдары орындалады. Сонымен қатар бір басқыштағы амалдар қандай тәртіппен жазылған болса, сол тәртіппен орындалады.

Мәселен, $3\cdot5^2\cdot4-5\cdot4+7=3\cdot25\cdot4-5\cdot4+7=300-20+7=280+7=287.$

2) Егер өрнектің жақшасы болса, онда алдымен жақшалар ішіндегі барлық амалдар, содан кейін басқа барлық амалдар орындалады, мұндағы ішіндегі жақша және одан сыртта ғы барлық амалдар 1-пунктте көрсетілген тәртіппен орындалады.

Мәселен,

$$(2^3\cdot4-5)\cdot6+(2+2\cdot4)=(8\cdot4-5)\cdot6+(2+2\cdot4)=$$

$$=(32-5)\cdot6+(2+8)=27\cdot6+10=162+10=172.$$

3) Егер бөлшектің мәнін табу керек болса, онда алдымен бөлшектің алымындағы және бөліміндегі амалдар орындалады, содан кейін бірінші нәтиже екіншісіне бөлінеді.

Мәселен,

$$\frac{2\cdot3^3-3\cdot5}{3+5^2}=\frac{2\cdot27-3\cdot5}{3+25}=\frac{54-15}{28}=\frac{39}{28}=1\frac{11}{28}.$$

4) Егер өрнектегі жақшалар ішінде тағы да жақша болса, онда алдымен ішкі жақшадағы амалдар орындалады.

Мәселен, $(2\cdot(8-(5^2-4))=2\cdot(8-(25-4))=2\cdot(8-21)=2\cdot(-13)=-26.$

Жаттығулар

1. Амалдарды орында:

1) $2,17+(3,2-0,17)$;

2) $9,49-(1,5+0,99)$;

3) $13\frac{7}{9}-\left(2,64+2\frac{7}{9}\right)$;

4) $6\frac{7}{8}-\left(3,14-2\frac{1}{8}\right)$.

2. Сандық өрнектің мәніп тап:

1) $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{4}\right)$;

2) $\left(\frac{2}{7}-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{2}{13}-\frac{1}{2}\right)$;

3) $\left(0,3-\frac{1}{20}\right):\left(\frac{3}{4}-1,25\right)$;

4) $\left(2,7-\frac{1}{5}\right):\left(\frac{1}{2}+4,5\right)$.

3. Мәні: 1) 8; 2) 0; 3) 1; 4) -14-ке тең болатын бірнеше сандық өрнек жаз.

4. Теңдіктердің дұрыстығын тексер:

1) $\frac{12,5-4,1}{4}=1,7+0,4$;

2) $\frac{0,75-0,15}{2}=0,15+0,25$;

3) $\frac{2,13+4,33}{7,58-4,35}=1\frac{5}{12}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$;

4) $\frac{8,92-6,61}{5,38-1,55}=2\frac{1}{9}-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$?

Сандық теңдік түрінде жаз **(5—6):**

5. 1) $\frac{1}{3}$ және $\frac{1}{5}$ сандарының қосындысы $\frac{2}{3}$ және $\frac{2}{15}$ сандарының айырмасына тең;

2) 40 және 0,03 сандарының көбейтіндісі 6-ны 5-ке бөлгендегі бөліндіге тең.

6. 1) 10 және –2 сандары айырмасының екі еселенгені осы сандар қосындысынан үш есе үлкен;

2) 2 және 6 сандары қосындысының үш еселенгені осы сандардың көбейтіндісінен екі есе артық.

7. Амалдардың орындалу ретін көрсет және есептеп шығар:

1) $1,7\cdot3^2+\frac{2}{3}\cdot12-15$;

2) $27,7-\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot100+6,4:0,8$;

3) $48\cdot0,05-\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot54+1,7$;

4) $(2,5)^2+15\cdot\frac{3}{5}-0,24:0,6$.

8. Сандық өрнектің мәнін тап:

1) $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)$;

2) $\left(\frac{4}{7}-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{13}-\frac{1}{4}\right)$;

3) $4\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\cdot\left(1\frac{7}{9}-\frac{1}{9}\right)$;

4) $5\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\cdot\left(1\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)$.

9. Амалдарды орында:

1) $\frac{0,3\cdot5^2-15}{3,5+2^2}$;

2) $\frac{4,2:6-3\frac{1}{3}\cdot0,3}{7,5:0,5}$;

3) $13\frac{1}{3}\cdot(18,1-(3^2+6,1))$;

4) $((7,8:0,3-3^3)+3,1):0,7$.

§ 2. *Алгебралық өрнектер*

Мына төмендегі есепті қарастырайық.

1-есеп. Бір сан ойла, оны 3-ке көбейт, нәтижесіне 6-ны қос, шыққан қосындыны үшке бөл және ойлаған санды одан шегер. Қандай сан шықты?

△ Айталық, ойлаған сан 8 болсын. Барлық шарттарды есепте көрсетілгендей етіп орындаймыз:

1) $8\cdot3=24$; 2) $24+6=30$; 3) $30:3=10$; 4) $10-8=2$.
2 саны шықты.

Бұл шешімнің мәні 2-ге тең $(8\cdot3+6):3-8$ сандық өрнек түрінде жазуға болады.

Егер ойдағы сан 5 болса, онда $(5\cdot3+6):3-5$ сандық өрнегінің мәні тағы да 2-ге тең болар еді.

Бұдан біз қандай санды ойлансақ та, нәтижесі әрқашан 2 болады деген пікір туындайды. Енді мұны тексеріп көрейік. Ойланған санды a әрпімен белгілеп, амалдарды есептің шартында көрсетілгендей етіп жазайық:

$$(a\cdot3+6):3-a.$$

Арифметикалық амалдардың бізге белгілі қасиеттерін пайдаланып, өрнекті ықшамдаймыз:

$$(a\cdot3+6):3-a=a+2-a=2. \ \blacktriangle$$

Мұнда кез келген санды білдіретін a әрпінен, 3 және 6 сандарынан, амал таңбалары мен жақшалардан тұратын

$$(a \cdot 3 + 6) : 3 - a$$

өрнегі келіп шықты. Бұл — алгебралық өрнекке арналған есеп.

Тағы да алгебралық өрнек үшін есептер келтірейік:

$$2(m+n), \quad 3a+2ab-7, \quad (a+b)(a-b), \quad \frac{x+y}{a}.$$

Сандар мен әріптерден құралып, амал таңбалары арқылы байланысқан өрнек алгебралық өрнек делінеді. Егер алгебралық өрнекке енген әріптің орнына кез келген санды қойып, көрсетілген амалдарды орындасақ, онда шыққан нәтиже берілген алгебралық өрнектің сандық мәні деп аталады.

Мәселен, $a=2$, $b=3$ болғанда

$$3a+2b-7$$

алгебралық өрнегінің мәні 5-ке тең, себебі $3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 7 = 5$. Осы алгебралық өрнектің мәні $a=1$; $b=0$ болғанда –4-ке тең, себебі

$$3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 7 = -4.$$

a-ның кез келген мәнінде

$$(a \cdot 3 + 6) : 3 - a$$

алгебралық өрнегінің мәні 2-ге тең болады.

2-есеп. $a=10$, $b=5$ болғандағы $\frac{(3a+7)b}{a-b}$ өрнегінің мәнін тап.

$$\triangle \quad \frac{(3 \cdot 10 + 7) \cdot 5}{10-5} = \frac{37 \cdot 5}{5} = 37. \quad \blacktriangle$$

Жаттығулар

10. Алгебралық өрнектің мәнін тап:

1) $3a-2b$, мұндағы $a=\frac{1}{3}$, $b=1$;

2) $2a+3b$, мұндағы $a=3$, $b=-2$;

3) $0,25a-4c^2$, мұндағы $a=4$, $c=3$;

4) $\left(2a^2-\frac{1}{3}b\right)$, мұндағы $a=2$, $b=9$.

11. Алгебралық өрнектің мәнін тап:

1) $\frac{1}{4}x-\frac{3}{7}y$, мұндағы $x=8, y=-14$;

2) $\frac{2}{3}x+\frac{4}{5}y$, мұндағы $x=9,\ y=-10$;

3) $\frac{a-3b}{a+3b}$, мұндағы $a=4,\ b=-2$;

4) $\frac{a+3c}{2a-c}$, мұндағы $a=3,\ c=-1$.

12. Мұнай құбыры арқылы 1 сағатта 7 т мұнай ағып өтеді, m сағатта құбырдан неше тонна мұнай ағып өтеді? Бір тәулікте ше?

13. 1) m сағатта; 2) p секундта; 3) m сағат l минут және p секундта неше минут бар?

14. x және y сандар айырмасының үш еселенгенін жаз. Осы өрнектің:

1) $x=-0,37,\ y=-0,42$; 2) $x=-2,98,\ y=-4,48$;

3) $x=-\frac{5}{6},\ y=-\frac{9}{4}$; 4) $x=\frac{2}{15},\ y=-0,7$

болғандағы сандық мәнін тап.

15. x және y сандарының қосындысы мен айырмасының көбейтіндісін жаз. Пайда болған алгебралық өрнектің:

1) $x=-\frac{1}{8},\ y=\frac{1}{4}$; 2) $x=-\frac{5}{8}, y=\frac{3}{4}$;

3) $x=0,15,\ y=-0,75$; 4) $x=1,32,\ y=-1,28$

болғандағы сандық мәнін тап.

Алгебралық өрнектердің сандық мәнін тап **(16—17):**

16. 1) $\frac{2mn(n+k)}{n-k}$, мұндағы $m=k=\frac{1}{3},\ n=\frac{1}{2}$;

2) $\frac{(3p+1)\cdot 2p}{p-l}+\frac{1}{3}$, мұндағы $p=\frac{1}{3},\ l=1$.

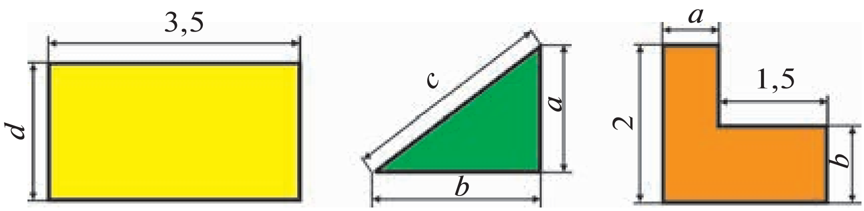
17. 1) $\frac{3(x-y)}{2p+q}$, мұндағы $x=8,31;\ y=2,29;\ p=2,01;\ q=2$;

2) $\frac{5(bc+m)}{2q+4\frac{1}{4}}$, мұндағы $b=\frac{2}{3};\ c=6;\ q=\frac{1}{2},\ m=\frac{1}{5}$.

18. Тақ санның формуласы $n = 2k + 1$ екендігін пайдаланып, $k = 0$, $k = 1$, $k = 7$, $k = 10$ болғандағы n-нің мәнін тап.

19. Алгебралық өрнек түрінде жаз:
1) кішісі n-ге тең екі тізбектес натурал сандардың қосындысын; 2) үлкені m-ге тең екі тізбектес натурал сандардың көбейтіндісін; 3) кішісі $2k$-ге тең үш тізбектес жұп натурал сандардың қосындысын; 4) кішісі $2p + 1$-ге тең үш тізбектес тақ натурал сандардың көбейтіндісін.

20. Фигуралардың периметрі мен ауданын алгебралық өрнек түрінде жаз (1-сурет).



1-сурет.

21. Үйді жылыту үшін p тонна көмір әкелінді; осының q тоннасы жұмсалды. Неше тонна көмір қалды? 1) $p = 20$, $q = 15$ болғандағысын есепте; 2) q санның p-дан үлкен болуы мүмкін бе? p-ге тең болса ше?

22. Күрес сайысына кіру үшін әрқайсысы 400 сумнан n және 500 сумнан m дана билет сатылды. Барлық билеттер қанша сум тұрады? $n = 200$, $m = 150$; $n = 100$, $m = 230$ болғанда есептеп шығар.

23. Бір альбомның бағасы 200 сум, бір дәптердің бағасы 40 сум, бір қаламұштың бағасы 60 сум, c альбом, a дана дәптер, b дана қарындаштың жалпы бағасын (сандағы) p әрпімен белгілеп, оны формула түрінде жаз. Егер $c = 9$, $a = 21$, $b = 4$ болғандағы p-ны формула бойынша есептеп шығар.

24. Жылыту станциясының газға арналған құбырынан 1 минутта 26 текше метр газ ағып өтеді. Құбырдан 5 тәулікте; m тәулікте қанша текше метр газ ағып өтеді?

25. Геологтар тобы белгіленген бағыт бойынша атпен сағатына c километр жылдамдықпен 3 сағат 10 минут жүрді; ағысының жылдамдығы сағатына a км болған өзен ағысымен 1 сағат 40 минут жүзді және сағатына b километр жылдамдықпен 2 сағат 30 минут жаяу жүрді. Барлық жолдың ұзындығын s әрпімен белгілеп (километрмен), геологтар жүрген жолдың формуласын жаз. Егер $a = 3{,}3$ км/сағ, $b = 5{,}7$ км/сағат, $c = 10{,}5$ км/сағат болса, жүрілген барлық жолдың ұзындығын тап.

§ 3. *Алгебралық теңдіктер, формулалар*

Көптеген практикалық есептерді шешу барысында сандарды әріптер арқылы белгілеп алған ыңғайлы.

Мәселен, егер a және b тік төртбұрыш қабырғаларының ұзындықтары болса, онда $a \cdot b$ — оның ауданы деп түсінуге болады; $2 \cdot (a + b)$ — оның периметрі. Мұндағы a және b әріптері мен оң сандар арқылы тік төртбұрыш қабырғаларының ұзындықтары белгіленген. Егер тік төртбұрыштың ауданын S әрпімен белгілесек, ал периметрі P-мен белгіленсе, онда мынадай формулаларды жазуға болады:

$$S = a \cdot b, \qquad P = 2 \cdot (a + b).$$

Егер қабырғалардың ұзындықтары сантиметрмен өлшенген болса, онда ауданы S — квадрат сантиметрмен, ал P периметр — сантиметрмен өрнектеледі.

Жазылуын қысқарту үшін көбейту белгісі «нүкте» жазылмайды. Мәселен, $S = ab$, $P = 2(a + b)$ деп жазылады.

Теңдеулердегі белгісіз сандар да әріппен белгіленеді. Мәселен: $x + 12{,}3 = 95{,}1$ теңдеуіндегі белгісіз сан x әрпімен белгіленген, $2y + 3 = 7$ теңдеуіндегі белгісіз сан y әрпімен белгіленген.

Арифметикалық амалдардың заңдылықтары мен қасиеттерін де әріптермен жазған ыңғайлы. Мәселен:

$$a - (b + c) = (a - b) - c = a - b - c, \qquad (1)$$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c, \qquad (2)$$

$$(a + b) : c = a : c + b : c. \qquad (3)$$

XVI ғасырдың көрнекті математик ғалымы Франсуа Виет (1540—1603) — алгебрадағы әріппен белгілеудің негізін қалаушы.

Алгебрадағы бір әріптің өзі бірнеше сандық мәндер қабылдай алады. Айталық, (1) және (2) теңдіктерде *a, b, c* — кез келген сандар; ал (3) теңдікте *a, b* — кез келген сандар, бірақ $c \neq 0$, өйткені нөлге бөлуге болмайды.

Әріптердің көмегімен жұп және тақ натурал сандардың формуласын жазуға болады.

Егер *a* жұп сан болса, онда бұл сан 2-ге бөлінеді және оны былайша жазамыз:

$$\boxed{a = 2n,}$$

мұндағы *n* — натурал сан.

Егер *b* тақ сан болса, онда оны 2-ге бөлгендегі қалдық 1-ге тең, сондықтан *b*-ны мына төмендегідей жазамыз:

$$\boxed{b = 2n + 1,}$$

мұндағы *n* — натурал сан немесе нөл.

Кейбір жағдайларда, тақ натурал сандар келесі формуламен де жазылады:

$$\boxed{b = 2k - 1,}$$

мұндағы *k* — натурал сан.

Әріптерді пайдалану бірдей әдіспен шешілетін бірнеше есептерді жазуға қолайлы. Соған байланысты есептер қарастырайық:

Формулалар басқа әріптерде де бар. H_2O — судың, Og_{3+3} Ch_{3+3} $U_{(3)}$ лала гүлдің формуласы екенін химия, ботаника сабағында оқығансың.

1-есеп. Фермердің бақ алаңы тік төртбұрыш пішінді, оның ұзындығы *a* километр, ал ені *b* км-ге тең. Алаңға қосымша жер қосылғаннан кейін оның ауданы 0,88 км^2-қа ұлғайды. Бақ алаңының ауданы қанша шаршы километр болды? Есептеуді 1) $a = 2{,}2$ және $b = 0{,}8$; 2) $a = 1{,}4$ және $b = 4{,}3$ болғанда орында.

△ Алғашында бақтың ауданы $a \cdot b$ км^2-қа тең, ал қосымша жер қосылғаннан соң $(ab + 0{,}88)$км^2-қа тең болады.

1) $a = 2{,}2$ және $b = 0{,}8$ болғанда, $2{,}2 \cdot 0{,}8 + 0{,}88 = 2{,}64$.

2) $a = 1{,}4$ және $b = 4{,}3$ болғанда, $1{,}4 \cdot 4{,}3 + 0{,}88 = 6{,}9$. ▲

2-есеп. Саяхатшы ауылдан шығып қалаға қарай жүрді. Ол a километр жаяу жүрген соң, автобусқа отырып t сағатта қалаға жетіп келді. Егер автобустың жылдамдығы сағатына 60 км болса: 1) $a = 5$ және $t = 0{,}5$ болғандағы ауыл мен қаланың ара қашықтығы S-ті есептеңдер; 2) $S = 70$, $a = 10$ болғандағы t-ны тап.

△ Саяхатшы автобуспен t сағатта $60\,t$ километр жол жүреді. Сондықтан ауыл мен қаланың ара қашықтығы

$$s = a + 60\,t$$

формуласымен өрнектеледі.

1) $a = 5$ және $t = 0{,}5$ болғанда $S = 5 + 60 \cdot 0{,}5 = 35$ км;

2) $S = a + 60t$ формуласынан t -ны тапсақ: $t = \frac{s - a}{60}$.

Бұдан: $S = 70$, $a = 10$ болғанда $t = \frac{70 - 10}{60} = 1$ сағат. ▲

Жаттығулар

26. Жаз:

1) m және n сандарының қосындысын;
2) a және b сандарының айырмасын;
3) a және b сандары айырмасының екі еселенгенін;
4) m және n сандары көбейтіндісінің екі еселенгенін;
5) n және m сандары қосындысын олардың айырмасына бөлгендегі бөліндіні;
6) a және b сандары қосындысының, олардың айырмасына көбейтіндісін.

27. Мына өрнектерде әріптер қандай санды өрнектей алады:

1) қоңырау уақыты n минут;
2) сыныпта y оқушы бар;

3) 7 сыныпта x пән оқытылады;
4) бір айда k күн бар?

28. Жердің жасанды серігі секундына 9 км жылдамдықпен қозғалады. Мына кестені толтыр:

Жүріп өткен ара қашықтық, км-мен	45 000	1 350 000
Қозғалыс уақыты, секундпен		

29. «Spark» автомобилі 100 км жолға a литр жанармай жұмсайды. Келесі кестені толтыр:

Жүрілген ара қашықтық, км-мен	300	800	1000			s
Жанармай жұмсалды, l				$5a$	$4a$	

30. Бірінші қапта m килограмм, екіншісінде біріншісіне қарағанда n килограмм аз ұн бар. Екінші қапта неше кг ұн бар? Есептің: 1) $m = 50$ және $n = 12$; 2) $m = 45$ және $n = 15$ деп алғандағы шешімін тап.

31. Жаяу адам 1 сағатта 5 км жол жүреді. Ол 1) 3 сағатта неше километр жол жүреді? 2) k сағатта ше?

32. Дүкенге әрбір қабы 50 килограмнан a қап ұн әкелінді. Дүкенге барлығы неше килограмм ұн әкелінді?

33. Бағбандар 1 күнде 15 гектар бақты өңдеді. Олар a күнде неше гектар бақты өңдеген?

34. Әрқайсысы x сомнан 6 дана дәптер және әрқайсысы y сомнан 3 орам қағаз сатып алынды. Барлық қаражатқа қанша сом жұмсалған?

35. Жүк машинасымен қоймадан әрқайсысы a килограмнан 15 жәшік алхоры, b килограмнан 20 жәшік алма әкелінді. Дүкенге барлығы неше килограмм жеміс әкелінген?

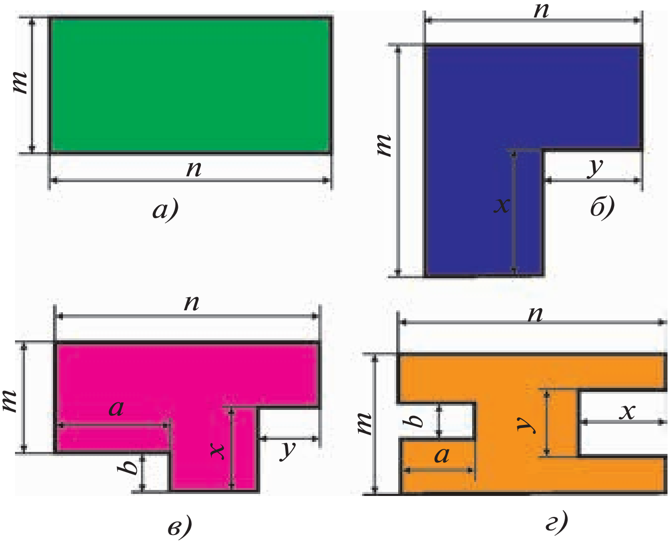
36. Машинаға әрқайсысы m килограмнан k қап бидай, n килограмнан c қап арпа тиелді. Сонда машинаға неше килограмм дән тиелген?

37. Тік төртбұрыш пішінді мектеп тәжірибе алаңының ұзындығы a метр, ал ені ұзындығынан b метр қысқа. Осы алаң ауданының (S) формуласын жаз.

38. Кинотеатр залында әрқайсысы n орындығы бар m қатар орналасқан және оған қосымша k орындық бар. Кинотеатр залында барлығы қанша орындық бар? Есепті шешу формуласын құрастыр және оның $m=30$, $n=25$, $k=60$ болғандағы сан мәнін есептеп шығар.

39. Дәріс кестесінде 5 сабақ, екеуі 15 минуттық және екеуі 10 минуттық төрт үзілісі бар күні, оқушы мектепте неше сағат болады? (1 дәріс 45 минут.)

40. Өлшемдері 2-суретте көрсетілгендей фигуралардың периметрі мен ауданын есептеу формулаларын жаз.



2-сурет.

41. Тік төртбұрыштың ұзындығы квадраттың қабырғасынан 8 м ұзын, ал ені 4 м қысқа. Квадраттың қабырғасын әріппен белгілеп, тік төртбұрыш үшін:
1) қабырғаларының ұзындығын;
2) периметрін;
3) ауданын жаз.

42. Автобус t сағатта s километр жол жүреді. Автомобиль осы аралықты автобустан 1 сағат бұрын келуі үшін, оның жылдамдығы қандай болуы керек?

43. $x = 2a + 3b$ (км) формуласы автобустың қозғалу жылдамдығын анықтайтын өрнек бола алады. Мәселенің шартын құрастыр.

44. Мектеп тәжірибе алаңының ауданы a квадрат метр. Бақтың ауданы 1500 м^2, қалғаны 20 бірдей алаңдарға бөлінген. Әрбір алаңның ауданы қанша?

45. Банкке 5000 сом жинақ ақшасы қойылды. Бір жылдан кейін жинақ $p\%$-ға көбейді. Бір жылдан соң жинақ ақша мөлшері қанша сомға жетті?

46. Табаны a дециметр, периметрі 42 дм тік төртбұрыштың ауданын есептеу өрнегін құрастыр. a-ның мына төмендегі кестеде берілген мәні үшін тік төртбұрыш ауданының (S) мәнін дм^2-пен есепте:

a	5	6	7,5	10	12	12,5	15
S							

№ 1 *Төрт тоғыздан және арифметикалық амал таңбалары көмегімен сандық мәні 100 болатын сандық өрнек құрастыр.*

47. Велосипедші сағатына v километр жылдамдықпен қозғалды. Ол шыққан жерінен s км қашықтықтағы ауылға баруы керек. Ол 3 км жол жүргеннен соң, ауылға жетіп барғанша қанша уақыт жұмсайды? Егер ол 3 км жүрген соң $s = 36$, $v = 12$ болса, ауылға 2,5 сағатта жетіп бара ала ма?

48. Бір автомобиль 100 км жолға орташа 5 л жанармай, екінші автомобилі 100 км жолға орташа 10 л жанармай жұмсайды. Әрқайсы автомобиль багінде a л жанармай болса, онда олар қанша километр жол жүре алады? Егер $a = 20$ л және автомобильдер Ташкенттен бірдей уақытта Самарқант қаласына қарай шыққан болса, онда қайсы автомобиль Самарқантқа жетіп келе алады? (Ташкент пен Самарқанттың ара қашықтығы 300 км).

§ 4. *Арифметикалық амалдардың қасиеттері*

Алгебраны ықыласпен үйрену үшін арифметикалық амалдардың қасиеттерін жақсы білу қажет. Еске сала кетейік, арифметикалық амал деп қосу, азайту, көбейту және бөлу амалдарын айтамыз. Сандар мен бұл амалдардың қасиеттерін формулалармен жазамыз. Амалдардың негізгі қасиеттері әдетте *заңдар* делінеді. Заңдарды пайдалана отырып, амалдардың басқа қасиеттерін дәлелдей аламыз.

1. Қосу мен көбейту.

Қосу мен көбейтудің негізгі заңдарын санап шығайық.

1. Орын ауыстырымдылық заңы:

$$\boxed{a + b = b + a, \quad ab = ba.}$$

2. Терімділік заңы:

$$\boxed{(a+b)+c = a+(b+c), \quad (ab)c = a(bc).}$$

3. Үлестірімділік заңы:

$$\boxed{a(b+c) = ab+ac.}$$

Бұл теңдіктердегі *a, b, c* — кез келген сандар. Мәселен,

$$1,2+3,5 = 3,5+1,2; \quad \frac{3}{4}\cdot\left(-\frac{2}{7}\right) = \left(-\frac{2}{7}\right)\cdot\frac{3}{4};$$

$$(-8)\cdot(125+7) = (-8)\cdot125+(-8)\cdot7.$$

Қосу мен көбейту заңдарының жәрдемімен амалдардың тағы басқа да қасиеттерін келтіріп шығаруға болады. Мәселен:

$$\boxed{\begin{gathered} a+b+c+d = a+(b+c+d), \ (abc)d = (ab)(cd), \\ (a+b+c)d = ad+bd+cd. \end{gathered}}$$

1-есеп. Есепте: 75 + 37 + 25 + 13.

△ Есептеуді көрсетілген тәртіппен орындауға болады: 75-ке 37-ні, нәтижесіне 25-ті және оның қосындысына 13-ті қосу. Бірақ қосудың қасиеттерін қолданып, бұл есептеуді ықшамдаудың мүмкіндігі бар:

$$75+37+25+13=(75+25)+(37+13)=100+50=150. \ ▲$$

Бұл есептеу амал қасиеттерін дұрыс қолдану арқылы, ең қарапайым тәсілмен орындауға болатынын көрсетеді.

Амалдардың қасиеттері алгебралық өрнектерді ықшамдау барысында да қолданылады.

2-есеп. Өрнекті ықшамда:

$$3(2a+4b)+5(7a+b).$$

△ $3(2a+4b)+5(7a+b)=3\cdot 2a+3\cdot 4b+5\cdot 7a+5\cdot b=6a+12b+35a+5b=$

$$=(6a+35a)+(12b+5b)=(6+35)a+(12+5)b=41a+17b. \ ▲$$

Бұл есепті шығару барысында келесі өрнек келіп шықты:

$$6a + 12b + 35a + 5b.$$

Бұл өрнекте $6a$ және $35a$ қосылғыштары ұқсас, себебі олардың коэффициенттерінде ғана айырмашылық бар. $12b$ және $5b$ қосылғыштары да ұқсас. Сондықтан $6a + 12b + 35a + 5b$ өрнегінің орнына $41a + 17b$ өрнегін алып, ұқсас мүшелерін ықшамдаймыз.

Аралық есептеулерді ауызша орындап, өрнектерді ықшамдап жазуға да болады. Мәселен,

$$6(3x+4)+2(x+1)=18x+24+2x+2=20x+26.$$

2. Азайту.

3-есеп. Ташкент пен Самарқант қалаларының аралығына Жызақ қаласы орналасқан. Ташкент және Самарқант қалаларының ара қашықтығы 300 км, Ташкенттен Жызаққа дейінгі аралық 180 км. Жызақтан Самарқантқа дейінгі ара қашықтықты тап.

△ Жызақтан Самарқантқа дейінгі ара қашықтық x километр болсын. Онда

$$180+x=300, \text{ бұл жерден } x=300-180=120.$$

Жауабы. 120 км. ▲

$180 + x = 300$ теңдігінен x-ті табу қосу амалына кері амал деп аталатын азайту амалының көмегімен жүргізіледі.

Азайтуды оған қарама-қарсы қосу амалымен алмастыруға болады.

$$\boxed{a - b = a + (-b).}$$

Сондықтан азайту амалының қасиеттерін қосу амалының қасиеттерімен дәлелдеуге болады. Мәселен:

$$251 + (49 - 13) = 251 + 49 - 13 = 287, \qquad a + (b - c) = a + b - c,$$
$$123 - (23 + 39) = 123 - 23 - 39 = 61, \qquad a - (b + c) = a - b - c,$$
$$123 - (83 - 77) = 123 - 83 + 77 = 117, \qquad a - (b - c) = a - b + c.$$

4-есеп. Өрнектің мәнін есепте:

$$4(3x - 5y) + 6(x - y),$$

мұндағы $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{13}$.

△ Алдымен берілген өрнекті ықшамдаймыз:

$$4(3x - 5y) + 6(x - y) = 12x - 20y + 6x - 6y = 18x - 26y.$$

Пайда болған өрнекке $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{13}$ мәндерін қойып есептейміз:

$$18 \cdot \frac{1}{2} - 26 \cdot \frac{1}{13} = 9 - 2 = 7. \ ▲$$

Амалдардың қасиеттерін пайдалана отырып, алдымен алгебралық өрнекті ықшамдап, содан соң мәндерін тиімді әдіспен есептейміз.

3. Бөлу.

5-есеп. Тік төртбұрыштың ауданы 380 шаршы сантиметр, қабырғаларының бірі 95 см. Тік төртбұрыштың екінші қабырғасының ұзындығын тап.

△ $S = ab$ формуласынан $b = \frac{S}{a}$-ны табамыз. $S = 380$, $a = 95$ болғандықтан

$$b = \frac{380\,\text{см}^2}{95\,\text{см}^2} = 4\,\text{см}.$$

Жауабы: 4 см. ▲

$ab = S$ теңдігінен b-ны табу көбейту амалына кері амал бөлу амалы арқылы табылады.

Бөлу амалын бөлгішке кері санды жазып көбейту амалымен алмастыруға болады.

$$\boxed{\frac{a}{b} = a : b = a \cdot \frac{1}{b}.}$$

Сондықтан бөлудің қасиеттерін көбейтудің қасиеттерінен келтіріп шығару мүмкін.

6-есеп. Теңдікті дәлелде:

$$\boxed{\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c},}$$

мұндағы $c \neq 0$.

○ Бөлуді көбейтумен ауыстырып, мынадай өрнек жазуға болады:

$$\frac{a+b}{c} = (a+b) \cdot \frac{1}{c}.$$

Үлестірімділік заңы бойынша,

$$(a+b) \cdot \frac{1}{c} = a \cdot \frac{1}{c} + b \cdot \frac{1}{c}$$

өрнегі келіп шығады. Көбейтуді бөлумен ауыстырсақ,

$$a \cdot \frac{1}{c} + b \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$$

теңдігі келіп шығады. ●

Жаттығулар

49. Арифметикалық амалдардың заңдары мен қасиеттерін қолданып, сандық өрнектің мәнін тап:

1) $29 \cdot 0,45 + 0,45 \cdot 11;$
2) $(51,8 + 44,3 + 48,2 - 24,3) \cdot \frac{1}{3};$
3) $4,07 - 5,49 + 8,93 - 1,51;$
4) $-11,401 - 23,17 + 4,401 - 10,83.$

50. Ұқсас мүшелерін біріктіріңдер:

1) $4a+2b+a-b$;
2) $x-2y-3x+5y$;
3) $0,1c-0,3+d-c-2,1d$;
4) $8,7-2m+n-\frac{1}{3}m+\frac{2}{3}n$.

51. Ұқсас мүшелерін біріктіріңдер:

1) $2,3a-0,7a+3,6a-1$;
2) $0,48b+3+0,52b-3,7b$;
3) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}a-\frac{5}{6}a+2$;
4) $\frac{5}{6}y-\frac{1}{3}b-\frac{1}{6}y+\frac{2}{3}b-3$;
5) $2,1m+n-3,2n+2m+1,1m-n$;
6) $5,7p-2,7q+0,3p+0,8q+1,9q-p$.

52. Өрнекті ықшамда:

1) $3(2x+1)+5(1+3x)$;
2) $4(2+x)-3(1+x)$;
3) $10(n+m)-4(2m+7n)$;
4) $11(5c+d)+3(d+c)$.

53. Өрнекті ықшамда және сандық мәнін тап:

1) $5(3x-7)+2(1-x)$, мұндағы $x=\frac{1}{26}$;
2) $7(10-x)+3(2x-1)$, мұндағы $x=-0,048$;
3) $\frac{1}{3}(6x-3)+\frac{2}{5}(5x-15)$, мұндағы $x=3,01$;
4) $0,01(2,2x-0,1)+0,1(x-100)$, мұндағы $x=-10$.

54. Арифметикалық амалдардың қасиеттерін пайдалана отырып шығар:

1) $\frac{1}{7}(0,14+2,1-3,5)$;
2) $\frac{1}{12}(4,8-0,24-1,2)$;
3) $\left(18\frac{6}{7}+21\frac{3}{4}\right):3$;
4) $\left(15\frac{5}{7}+20\frac{15}{16}\right)\cdot\frac{1}{5}$.

§ 5. *Жақшаларды ашу ережелері*

1. Алгебралық қосынды.

1-есеп. Жиырма қабатты үйде лифт жұмыс істеп тұр. Ол 8 қабаттан 6 қабат төмен түсті, содан кейін 12 қабат жоғары көтерілді. 4 қабат төмен түсті. 7 қабат жоғары көтерілді, тағы да 13 қабат төмен түсті. Лифт қайсы қабатта тұр?

△ Лифтің қайсы қабатта екенін анықтау үшін $8 - 6 + 12 - 4 + 7 - 13$ өрнегінің мәнін есептеу керек. Нәтиже 4-ке тең. Демек, лифт төртінші қабатта тұр екен. ▲

Сендер 6- сыныптың математика оқулығынан

$$8 - 6 + 12 - 4 + 7 - 13$$

өрнегі алгебралық қосынды деп аталатынын білесіңдер, өйткені оны қосынды ретінде былайша жазуға болады:

$$8 + (-6) + 12 + (-4) + 7 + (-13).$$

Алгебралық қосындыға тағы да мысал келтірейік:

$$3-(-7)+(-2), \quad a-b+c-d, \quad a+(-b)-(-c).$$

$(-c)$ санын азайту $(-c)$ санына қарама-қарсы санды, яғни c-ны қосуға болатынын ескерсек, соңғы алгебралық өрнекті былай жазуға болады:

$$a+(-b)+c.$$

Алгебралық қосынды — бұл «+» және «−» таңбаларымен байланыстырылған бірнеше алгебралық өрнектерден құралған жазу.

Әдетте $3 - (-7) + (-2)$, $a + (-b) - (-c)$ алгебралық қосындыларын қысқаша былай жазамыз:

$$3-(-7)+(-2)=3+7-2; \quad a+(-b)-(-c)=a-b+c.$$

$3 + 7 - 2$ алгебралық қосындысындағы қосылғыштар 3, 7 және -2 сандары, себебі $3 + 7 - 2 = 3 + 7 + (-2)$; $a - b + c$ алгебралық қосындысында қосылғыштар, $a, -b, c$ сандары, себебі $a - b + c = a + (-b) + c$ деп жазуға болады.

2. Жақшаларды ашу және жақшаға алу.

$a + (b + c)$ өрнегін қарастырайық: қосудың терімділік заңы бойынша:

$$\boxed{a+(b+c)=a+b+c.}$$

Бұл теңдіктегі c-ны — d-мен алмастырсақ:

$$\boxed{a+(b-d)=a+b-d.}$$

Жақша алдында «+» таңбасы тұрған өрнектерде алмастыруды орындау осы теңдіктерге негізделген. Бұл теңдіктер жақшаларды ашудың бірінші ережесін келтіріп шығарады:

Егер алгебралық өрнектегі жақша ішінде алгебралық қосынды қосылатын болса, онда сол алгебралық қосындыдағы әрбір қосылғыштың таңбасын өзгертпей, жақшаларды тастап жазуға болады.

Мәселен:

1) $14+(7-13+2)=14+7-13+2;$

2) $a+(b+c-d)=a+b+c-d;$

3) $(a-b)+c=a-b+c.$

Жақшаның алдында «–» таңбасы тұрған өрнектерде алмастырып жазу, азайту амалының мына төмендегі қасиетіне негізделген:

$$\boxed{\begin{gathered}-(-a)=a,\ \ -(a+b)=-a-b,\\ a-(b+c)=a-b-c,\\ a-(b-c)=a-b+c.\end{gathered}}$$

Бұл теңдіктерден жақшаны ашудың екінші ережесі келіп шығады:

Егер алгебралық өрнектен жақша ішіне алынған алгебралық қосынды азайтылса, онда осы алгебралық қосындыдағы әрбір қосылғышқа қарама-қарсы таңбалар алып, жақшаларды тастап жазуға болады.

Мәселен:

1) $14-(7-13+2)=14-7+13-2;$

2) $a-(b+c-d)=a-b-c+d;$

3) $-(a-b)+c=-a+b+c.$

2-есеп. Жақшаларды ашып, ықшамда:

$$3x+(5-(8x+3)).$$

△ $3x+(5-(8x+3))=3x+5-(8x+3)=3x+5-8x-3=2-5x.$ ▲

Кейде бірнеше қосылғыштарды жақша ішіне алу ыңғайлы.

Мәселен:

1) $108-137+37=108-(137-37)=108-100=8$;

2) $\boxed{a+b-c+d=a+(b-c+d).}$

Мұнда жақша алдына «+» таңбасы қойылған, сондықтан жақшаның ішіндегі барлық қосылғыштар таңбаларының өзі алынады.

3) $\boxed{a-b-c+d=a-(b+c-d).}$

Мұнда жақша алдына «–» таңбасы қойылған, сондықтан жақша ішіндегі қосылғыштардың таңбалары қарама-қарсысына өзгертіліп жазылады.

Жаттығулар

55. Алгебралық қосындыны жақшасыз жаз:

1) $(+4)+(-3)-(+7)$;
3) $(-a)+(-7b)+\frac{1}{3}c$;
2) $(-4)+(-9)-(-11)$;
4) $2a+(-3b)-4c$.

56. Алгебралық қосындының қосылғыштарын атап айт:

1) $15-c$; 2) $m-7$; 3) $-a+47$; 4) $-13-b$.

57. Алгебралық қосынды ретінде жаз:

1) $a-b+c$; 2) $2+b-c$; 3) $a-2-b$; 4) $3+a-b-c$.

Жақшаларды ашып жаз **(58—59):**

58. 1) $a+(2b-3c)$;
3) $a-(2b+3c)$;
2) $a-(2b-3c)$;
4) $-(a-2b+3c)$.

59. 1) $a+(b-(c-d))$;
3) $a-((b-c)-d)$;
2) $a-(b-(c-d))$;
4) $a-(b+(c-(d-k)))$.

60. Жақшаларды ашып, ықшамдап жаз:

1) $3a-(a+2b)$;
3) $3m-(5m-(2m-1))$;
2) $5x-(2y-3x)$;
4) $4a+(2a-(3a+3))$.

61. m немесе $(-m)$ қосылғыштарынан бастап барлық қосылғыштарды жақшаның алдына «+» таңбасын қойып, жақша ішіне алып жаз:

1) $a+2b+m-c$;
3) $a-m+3c+4d$;
2) $a-2b+m+c$;
4) $a-m+3b^2-2a^3$.

62. m немесе $(-m)$ қосылғыштарынан бастап барлық қосылғыштарды жақшаның алдына «–» таңбасын қойып, жақша ішіне алып жаз:

1) $2a+3b+m-c$;
3) $c-m-2a+3b^2$;
2) $2a+b+m+3c$;
4) $a-m+3b^2-2a^3$.

63. 1) $a+b-1$ өрнегін қосылғыштардың біреуі a болатын екі қосылғыштың қосындысы ретінде жаз;
2) $a-b+1$ өрнегін азайғышы a болатын айырма түрінде жаз;
3) $2a-b+4$ өрнегін азайғышы $2a$ болатын айырма түрінде жаз;
4) $a-2b+8$ өрнегін біреуі 8 болатын екі қосылғыштың қосындысы ретінде жаз.

64. Теңдіктердің сол жағы бірдей. Неге оң жағы әртүрлі? қандай шарттарда теңдік орынды болады?

1) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2330$;
2) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 90$;
3) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2430$;
4) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2310$;
5) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 7210$;
6) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 2407$;
7) $2400 + 750 : 15 - 40 \cdot 3 = 510$.

65. Көп нүктелердің орнына «+» және «–» таңбаларын қойғанда, дұрыс теңдік шығатын болсын:

1) $a-(b+c)=a+(\ldots b \ldots c)$;
3) $m-(n-a)=m+(\ldots n \ldots a)$;
2) $c-(a-b)=c+(\ldots a \ldots b)$;
4) $n-(d-l)=n+(\ldots d \ldots l)$.

Өзіңді тексеріп көр!

1. Есепте:

1) $(17,2 \cdot 4,01 + 4,01 \cdot 32,8) : 1\frac{2}{3}$;

2) $\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2\left(\frac{2}{3}\right) - 25 \cdot 0,03 \cdot 4$.

2. Өрнекті ықшамда және $x = -\frac{2}{9}$, $y = 0,25$ болғанда оның сандық мәнін тап:

$3(2y - x) - 2(y - 3x)$.

3. Балаларға арнайы 10 дана шахмат пен 15 дана доп сатып алынды. Бір шахмат a сом, бір доп b сом болса, барлығы қанша сом ақша төленген?

66. Ықшамда:

1) $(5a - 2b) - (3b - 5a)$;

2) $(6a - b) - (2a + 3b)$;

3) $7x + 3y - (-3x + 3y)$;

4) $8x - (3x - 2y) - 5y$.

67. Теңдеуді шеш:

1) $(2x + 1) + 3x = 16$;

2) $(x - 4) + (x + 6) = 4$;

3) $(x - 5) - (5 - 3x) = 2$;

4) $23 - (x + 5) = 13$.

68. Өрнекті ықшамдап, сандық мәнін есепте:

1) $(2c + 5d) - (c + 4d)$, мұндағы $c = 0,4$, $d = 0,6$;

2) $(3a - 4b) - (2a - 3b)$, мұндағы $a = 0,12$, $b = 1,28$;

3) $(7x + 8y) - (5x - 2y)$, мұндағы $x = -\frac{3}{4}$, $y = 0,025$;

4) $(5c - 6b) - (3c - 5b)$, мұндағы $c = -0,25$, $b = 2\frac{1}{2}$.

I тарауға арналған жаттығулар

Алгебралық өрнектің сандық мәнін есепте **(69—75):**

69. 1) $a+bc$, мұндағы $a=-1$, $b=3$, $c=0$;
2) $a-bc$, мұндағы $a=2$, $b=-1$, $c=-3$;
3) $(a+b)c$, мұндағы $a=1$, $b=-3$, $c=2$;
4) $(a-b)c$, мұндағы $a=3$, $b=1{,}2$, $c=5$;
5) $(a-b)+(c-d)$, мұндағы $a=4$, $b=2$, $c=3$, $d=-1$;
6) $(a-b)-(c-d)$, мұндағы $a=0$, $b=-4$, $c=-2$, $d=3$;
7) $a-(b-c)$, мұндағы $a=0{,}5$, $b=\frac{1}{2}$, $c=-1{,}2$;
8) $a-(b-c)-d$, мұндағы $a=5{,}2$, $b=1{,}3$, $c=2{,}8$, $d=2{,}8$.

70. 1) $5(x-y)^2$; 2) $3(x+y)^2$; 3) $(5x-y)^2$; 4) $(3x+y)^2$, мұндағы $x=2{,}5$, $y=4{,}5$.

71. 1) $2((a-b)^2+1)$;
2) $4(3-(a-b)^2)$;
3) $((a-b)a-8):2$;
4) $(5a-(a+b)):3$, мұндағы $a=5$, $b=-1$.

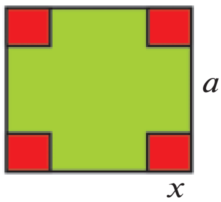
72. 1) $3(a+b)-2ab$;
2) $3a+b-2ab$;
3) $3(a-b)+2ab$;
4) $3a-b+2ab$, мұндағы $a=1{,}2$, $b=1{,}8$.

73. 1) $\frac{1}{2}b^3-3c^2$, мұндағы $b=-2$, $c=-\frac{1}{3}$;
2) $-0{,}75a^2+1\frac{2}{3}b^2$, мұндағы $a=-2$, $b=3$;
3) $(a^2-26)^2$, мұндағы $a=-5$; 4) $(a^3+26)^3$, мұндағы $a=-3$.

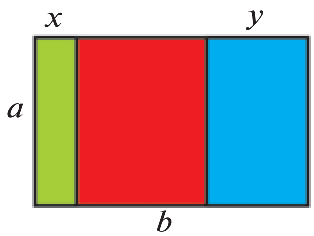
74. Өрнектің геометриялық мәнін ашып бер.
1) $a\cdot b$, мұндағы a және b — тік төртбұрыштың қабырғалары;
2) a^2, мұндағы a — квадраттың қабырғасының ұзындығы;
3) $2(a+b)$, мұндағы a және b — тік төртбұрыштың қабырғаларының ұзындығы;
4) $4a$, мұндағы a — квадраттың қабырғасы.

75. 1) a^2-4x^2, мұндағы a — үлкен квадрат қабырғасының ұзындығы, x — әр кіші квадрат қабырғасының ұзындығы (3- *а* сурет);

а)



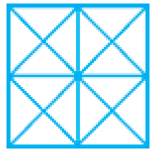
б)



3- сурет.

2) $\dfrac{ab}{(ax+ay)}$, мұндағы *a* және *b* үлкен тік төртбұрыштың, *x* және *y* кіші тік төртбұрыштың қабырғасы (3-*б* сурет).

№ 2 | *4-суретте қанша үшбұрыш, қанша квадрат және тік төртбұрыш бар?*



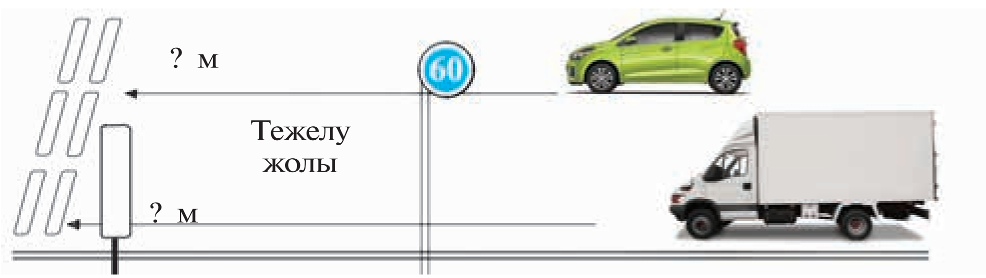
4- сурет.

76. Бір гектар жер көгалдандырылса, ол бір жыл бойы 70 тонна шаңтозаңнан сақтандырады екен. Егер 10 га; 100 га; *m* гектар болса ше? 16000 га болғанда ше?

77. Автомобильдің жылдамдығы екі есе көбейсе, оның тежелу жолыда 4 есе артатыны белгілі. Кестені пайдаланып, сағатына 30 км жылдамдықтан 60 км жылдамдыққа дейінгі аралықтағы тежелу жолының ұзындығын тап (5-сурет):

Жүк машинасы үшін	
v (км/сағат)	*t* (м)
30	9,5

Жеңіл машина үшін	
v (км/сағат)	*t* (м)
30	7,25



5- сурет.

78. *(Әбу Райхан Беруни есебі).* Егер 10 дирхам ақша екі ай ішінде 5 дирхам пайда келтіретін болса, 8 дирхам үш ай ішінде қанша пайда келтіре алады?

I тарауға арналған сынақ жаттығулары — тест

1. $a=5{,}1,\ b=4{,}7$ болса, $P=2(a+b)$ өрнегінің сандық мәнін тап:

A) 196; B) 19,6; C) 1,96; D) 18,16.

2. Тік төртбұрыштың ауданы S, ал табанының ұзындығы a-ға тең. Оның периметрін табатын өрнек құрастыр:

A) $\frac{S}{2a}+a$; B) $\frac{S}{a}+2a$; C) $2\left(\frac{S}{a}+a\right)$; D) $\frac{S}{a}+a$.

3. Тең бүйірлі үшбұрыштың периметрі P- ға, ал табанының ұзындығы a-ға тең. Үшбұрыштың бүйір қабырғасының ұзындығын табатын өрнек құрастыр:

A) $2a-P$; B) $2P-a$; C) $P-a$; D) $\frac{1}{2}(P-a)$.

4. $a=2{,}5,\ b=2{,}4$ және $c=3{,}5$ болса, $V=abc$ өрнегінің сандық мәнін тап:

A) 18,3; B) 21; C) 2,1; D) 12,1.

5. $a=5,\ b=6{,}4,\ c=4{,}5$ болса, $S=2(ab+ac+bc)$ өрнегінің сандық мәнін тап:

A) 50,45; B) 83,3; C) 166,6; D) 109.

6. Анасы перзенттері үшін a сомнан 8 сурет дәптер, b-сомнан 5 қаламұш, c-сомнан 20 дәптер сатып алды. Барлық қаражатты есептеу үшін өрнек құрастыр.

A) $8a+5b+20c$; B) $8a+25(b+c)$;
C) $800\,abc$; D) $8a+100ba$.

7. Жақшаны ашып, ықшамда: $5a+(3a-(4a+3))$.

A) $8a+3$; B) $4a-3$; C) $-4a-3$; D) $3-4a$.

8. Өрнекті ықшамда және оның $a = 2,4$; $b = 1,5$ болғандағы мәнін тап: $0,5 \cdot (2a - 3b) - (4b + 2,5a)$.

A) 17,4; B) −17,4; C) −1,4; D) −11,85.

9. Тік төртбұрыштың периметрі p-ға, табанының ұзындығы a-ға тең. Оның биіктігін есептеу үшін формула жаз.

A) $\frac{p - 2a}{2}$; B) $2a - ap$; C) $\frac{2a - p}{2}$; D) $p - 2a$.

10. Өрнекті ықшамдап алып, оның $a = 2,7$, $b = 4,2$ болғандағы сандық мәнін тап: $3(2a - b) - 2(a - 2b)$.

A) 24,36; B) 27,6; C) 8,7; D) 15.

11. Үшбұрыштың бір қабырғасының ұзындығы a-ға тең. Екінші қабырғасының ұзындығы бұл қабырғасының 80 %-ына тең. Үшінші қабырғасы болса бірінші және екінші қабырғалары қосындысының жартысына тең болса, осы үшбұрыштың периметрін тап.

A) $1,8a$; B) $2,7a$; C) $3a$; D) $3a + 0,8$.

12. Егер $h = 6$, $r = 2$, $R = 4$ болса, $V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2)$ өрнектің сандық мәнін тап.

A) 56 π; B) 55 π; C) 84 π; D) 28 π.

13. Егер $R = 4,5$, ва $H = 6,5$ болса, $S = 2\pi R(R + H)$ өрнектің сандық мәнін тап.

A) 100 π; B) 98 π; C) 99 π; D) 98,5 π.

14. Үшбұрыштың бір қабырғасының ұзындығы a-ға тең, ол екінші қабырғасынан 2 см қысқа, үшінші қабырғасынан 3 см ұзын. Осы үшбұрыштың периметрін есептеуге арналған формуланы жаз.

A) $3a - 1$; B) $3a - 5$; C) $3a + 5$; D) $1 - 3a$.

Тарихи мағлұматтар

Отандасымыз Ұлы математик және астроном ғалым Әбу Абдулла Мұхаммед ибн Мұса әл-Хорезми (783—850) дің арифметикалық («Үнді есебі жайында») және алгебралық («Әл-жабр вал-мукобола») шығармалары математиканың дамуына үлкен әсерін тигізді. Бұл шығармалар көп тілдерге аударылды, ғасырлар бойы оқу құралы есебінде қолданылды.

«Үнді есебі жайында-алгоритм» шығармасының XII ғасырдың басындағы аудармасы Англияның Кэмбридж университетінде сақталады. Әл-Хорезмидің бұл еңбегі арқылы Европаға ондық санақ енгізілді.

«Мұхаммед Мұса Хорезмидің ондық санақ жүйесін, алгоритм және алгебра ұғымын әлемде бірінші болып ғылым-білім саласына енгізгені, соның негізінде нақты пәндердің дамуына дер кезінде берік негіз салғаны жалпыадамзаттың өркендеуінде қандай үлкен маңызға ие болғанын баршамыз жақсы білеміз» – деп жазған еді Өзбекстан Республикасының Тұңғыш Президенті И. А. Каримов өзінің «Жоғары руханият – жеңілмес күш» еңбегінде.

Хорезми алгебрасы — «Әл-жабр вал-мукобола есебі туралы қысқаша кітап» — еңбегінің араб тіліндегі нұсхасы Оксфорд университетінің Водлеан кітапханасында сақталады. Шығарма үш бөлімнен құралған:

1) алгебралық бөлім; 2) геометриялық бөлім; 3) өсиеттер туралы бөлім (Хорезми оны «Өсиеттер кітабы» деп атаған). Әл-Хорезмидің еңбектеріндегі барлық есептердің берілуі мен шешімдері сөздермен жазылған, ешбір белгілеулер, әріптік белгілер қолданылмаған. Әл-Хорезми былай дейді:

«... Мен арифметиканың жай және күрделі мәселелерін өзі қамтитын ал «Әл-жабр вал-мукобала есебі туралы кітапты» сыйға тарттым, себебі ол естелік жасауға, өсиеттер айтуда, мал-мүлік бөлісуде және әлеуметтік жұмыстарда, сауда және түрлі бітім салаларында, сонымен жер өлшеуде, арықтар қазуда, инженерлік жұмыстар және басқа да соған ұқсас түрлі жұмыстарда адамдар үшін өте қажет».

Демек, ғалым өзінің бұл еңбегін күнделікті өмір талабы негізінде және қажеттілікті есепке алып жазған.

II ТАРАУ

БІР БЕЛГІСІЗДІ БІРІНШІ ДӘРЕЖЕЛІ ТЕҢДЕУЛЕР

§ 6. *Теңдеу және оны шешу*

Мына есепті шығарайық.

Есеп. Қарындаш пен сызғыштың бағасы 370 сом. Қарындаш сызғыштан 90 сом арзан. Сызғыштың бағасы қанша сом болатынын тап.

△ Айталық, сызғыштың бағасы x сом болсын, онда қарындаштың бағасы $(x - 90)$ сом тұрады. Есептің шарты бойынша

$$x+(x-90)=370,$$

бұдан $2x-90=370,\ 2x=460,\ x=230.$

Жауабы. Сызғыштың бағасы 230 сом. ▲

$x + (x - 9) = 370$ теңдігіндегі x әрпі белгісіз санды немесе қысқаша белгісізді білдіреді.

Әріппен белгіленген белгісіз сан қатынасқан теңдік теңдеу деп аталады.

Теңдік белгісінің сол және оң жақтарында тұрған өрнектер теңдеудің сол жағы мен оң жағы делінеді. Теңдеудің сол немесе оң жағындағы әрбір қосылғыш теңдеудің мүшесі деп аталады.

$2x - 90 = 370$ теңдеуінің сол жақ бөлігі $2x - 90$, ал оң жақ бөлігі 370. Сонымен $x = 230$ болғанда осы теңдеудің сол жақ бөлігінің сандық мәні 370-ке тең, себебі $2 \cdot 230 - 90 = 370$; оң жақ бөлігі 370. Демек, $x = 230$, бұл теңдеу дұрыс теңдікке айналады: $2 \cdot 230 - 90 = 370$. Осы 230 саны берілген *теңдеудің түбірі* деп аталады.

Белгісіздердің осы теңдеуді дұрыс теңдікке айналдыратын мәні теңдеудің түбірі деп аталады.

Мәселен, 1 саны

$$2x+3=5$$

теңдеуінің түбірі, өйткені $2 \cdot 1 + 3 = 5$ — дұрыс теңдік.

Теңдеудің екі, үш және бірнеше түбірлері болуы мүмкін. Мәселен,

$$(x-1)(x-2)=0$$

теңдеуінің екі түбірі бар: 1 және 2, өйткені $x = 1$ және $x = 2$ мәндерін қойсақ, теңдеу дұрыс теңдікке айналады.

$$(x-3)(x+4)(x-5)=0$$

теңдеуінің үш түбірі бар: 3, −4 және 5.

Теңдеу түбірлерінің саны шексіз көп болуы да мүмкін. Мәселен,

$$2(x-1)=2x-2$$

теңдеуі түбірлерінің саны шексіз көп: x-тің кез келген мәні теңдеудің түбірі болады, өйткені кез келген x-тің мәнін қойсақ та теңдеудің сол және оң жақ бөліктері тең.

Теңдеулердің түбірлері болмауы да мүмкін. Мәселен, $2x + 5 = 2x + 3$ теңдеуінің түбірлері болмайды, себебі x-тің кез келген мәнінде бұл теңдеудің сол жақ бөлігі оң жақ бөлігінен үлкен.

Теңдеуді шешу дегеніміз — оның барлық түбірлерін табу немесе түбірлерінің жоқ екенін дәлелдеп көрсету.

x белгісізі бар жай теңдеулердің түбірін анықтау оңай. Мәселен, $2x + 1 = 3$ теңдеуінің түбірі 1 саны екенін байқау қиын емес. Бірақ күрделі болса, оның түбірін табу да қиынырақ болады. Мәселен,

$$\frac{x-6}{5}+\frac{4(x+3)}{2}-1=\frac{x-1}{2}+3x-\frac{7x-1}{10}$$

теңдеуі $x = 7$ болғанда дұрыс теңдікке айналатынын байқау өте қиын. Сондықтан теңдеуді шешу тәсілдерін үйрену қажет.

Көптеген практикалық мәселелерді шешу

$$\boxed{ax = b} \qquad (1)$$

түріндегі теңдеуге келтіріледі, мұндағы a және b — берілген сандар, x — белгісіз сан. (1) теңдеу *сызықты теңдеу* деп аталады.

Мәселен, $3x = 1$, $-2x = 3$, $\frac{3}{5}x = -\frac{1}{2}$ — сызықтық теңдеулерге мысал бола алады.

Жаттығулар

79. Теңдік түрінде жаз:

1) 34 саны x-тен 18-ге артық;
2) 56 саны 14 санынан x есе артық;
3) x және 3 сандары айырмасының екі еселенгені 4-ке тең;
4) x және 5 сандарының қосындысының жартысы олардың көбейтіндісіне тең.

80. 3; -2; 2 сандарының қайсы бірі теңдеудің түбірі болады:

1) $3x = -6$;
2) $x + 3 = 6$;
3) $4x - 4 = x + 5$;
4) $5x - 8 = 2x + 4$?

81. (Ауызша). x-тің қандай мәндерінде теңдеу дұрыс теңдікке айналады?

1) $x + 5 = -6$; 2) $4 - x = -1$; 3) $2x - 1 = 0$; 4) $3x + 2 = 0$?

82. -1; $\frac{1}{2}$; 1 сандары теңдеудің түбірі бола ма?

1) $4(x - 1) = 2x - 3$;
2) $7(x + 1) - 6x = 10$;
3) $3(x + 2) = 4 + 2x$;
4) $5(x + 1) - 4x = 4$.

83. Түбірі

1) 5 саны; 2) 3 саны; 3) -6 саны; 4) -4 саны болатын теңдеу құрастыр.

84. a-ның орнына сан қойып, $4x - 3 = 2x + a$ теңдеуін шешкенде, түбірлері мыналар болсын:

1) $x = 1$; 2) $x = -1$; 3) $x = \frac{1}{2}$; 4) $x = 0,3$.

§ 7. Бір белгісізді бірінші дәрежелі теңдеулерді шешу

Әл-Хорезмидің «Китаб әл-мухтасар фи хисаб әл-жабр вал муқобала» шығармасындағы *әл-жабр* — оң сандарды тіктеу, яғни теріс мүшелерін теңдеудің екінші бөлігіне оң етіп өткізу, *вал-муқобала* —теңдеудің екі жағындағы тең мүшелерін тастап жазу деген мағынаны білдіреді.

Бұл бір белгісізді теңдеулерді шешу дұрыс теңдіктердің сендерге белгілі қасиеттеріне негізделгенін көрсетеді.

Сол қасиеттерді еске алайық.

Қасиеттердің сөзбен жазылуы	Қасиеттердің жалпы түрде жазылуы	Мысал
1. Егер дұрыс теңдіктің екі жағына да бірдей сандар қосылса немесе азайтылса, онда дұрыс теңдік келіп шығады.	Егер $a = b$ болып, l кез келген сан болса, онда $a + l = b + l$, $a - l = b - l$ болады.	$7 = 7$ $7 + 2 = 7 + 2$ $7 - 2 = 7 - 2$
2. Егер дұрыс теңдіктің екі бөлігі де бірдей санға көбейтілсе немесе нөлге тең емес бірдей санға бөлінсе онда дұрыс теңдік келіп шығады.	Егер $a = b$ болып, $m \neq 0$ болса, онда $a \cdot m = b \cdot m$ және $a : m = b : m$ болады.	$27 = 27$ $27 \cdot 3 = 27 \cdot 3$ $27 : 3 = 27 : 3$

Бірінші қасиеттен қосылғыштарды, олардың таңбаларын қарама-қарсысына өзгертіп, теңдіктің бір бөлігінен екінші бөлігіне өткізуге болады.

○ Айталық, $a = b + m$ болсын. Онда

$$a + (-m) = b + m + (-m); \quad a - m = b. \text{ ●}$$

Бұл қасиеттің теңдеулерді шешу барысында қалай қолданылатынын көрейік.

1-есеп. $9x - 23 = 5x - 11$ теңдеуін шеш.

△ x саны — берілген теңдеу түбірі, яғни x теңдеуді дұрыс теңдікке айналдыратын сан болсын деп ұйғарайық.

Белгісізі бар $5x$ мүшесін «$-$» таңбасымен теңдеудің сол жақ бөлігіне, -23 мүшесін «$+$» таңбамен оң жақ бөлігіне өткіземіз.

Бұдан тағы да дұрыс теңдік келіп шығады:

$$9x-5x=23-11.$$

Теңдеудің екі бөлігіндегі ұқсас мүшелерін ықшамдасақ,

$$4x=12$$

теңдеуі шығады. Бұл теңдеудің екі бөлігін де 4-ке бөліп, $x = 3$ екенін табамыз.

Сонымен біз теңдеудің түбірі бар деп ұйғарып, бұл түбірдің 3-ке тең болатынын анықтадық. $x = 3$ шынында да берілген теңдеудің түбірі болатынын тексеріп көрейік: $9 \cdot 3 - 23 = 5 \cdot 3 - 11$. Бұл дұрыс теңдік, өйткені оның сол жақ және оң жақ бөліктерінің мәні 4-ке тең.

Сонымен, берілген теңдеудің жалғыз ғана түбірі бар болып шықты: $x = 3$. ▲

Бұны тексеріп көрмесе де болатынын айта кетейік. Себебі қасиеттері бірдей дұрыс теңдіктен екінші дұрыс теңдік келіп шығады. Шешудің бұл әдісін қолданғанда әрқашан дұрыс нәтиже келіп шығады (егер есептеу барысында қатеге жол қойылмаған болса).

$-3x$ $5x-7=3x+11$ $+7$ $5x-3x=11+7$	**АЛ-ЖАБР:** $3x$, сол жақ бөлігіне $-3x$ болып өтесің! -7, сен оң жақ бөлігіне $+7$ болып өтесің!

$\cancel{4x}-\cancel{5}+2x=\cancel{4x}+8-\cancel{5}$ $2x=8$	**ВАЛ-МУҚОБАЛА:** сол жақ және оң жақ бөліктеріндегі -5 тер, $4x$-тер, сендермен қоштасамыз!

Теңдеуді шешу барысында 1-есепті шығарғанымыздай, шығару тәсілін сөзбен толық жазу шарт емес.

Мәселен, $5x + 17 = 2x + 5$ теңдеу жазылады:

$$5x-2x=5-17,\ \ 3x=-12,\ \ x=-4.$$

Ж а у а б ы . $x = -4$.

2-есеп. $2(x+3)-3(x+2)=5-4(x+1)$ теңдеуін шеш.

△ Теңдеудің сол және оң жақ бөліктерін ықшамдаймыз: $2x + 6 - 3x - 6 = 5 - 4x - 4$, $-x = -4x + 1$ теңдеуі келіп шығады.

Демек, $3x = 1$, бұдан $x=\frac{1}{3}$. Ж а у а б ы : $x=\frac{1}{3}$. ▲

3-есеп. $\frac{5x}{2}-\frac{x-3}{3}=1+\frac{x-5}{6}$ теңдеуін шеш.

△ Теңдеулердің екі бөлігін де бөлімдерінің ең кіші ортақ еселігіне, яғни 6-ға көбейтеміз. Онда

$$\frac{5x}{2}\cdot 6-\frac{x-3}{3}\cdot 6=1\cdot 6+\frac{x-5}{6}\cdot 6; \qquad 15x-2(x-3)=6+(x-5).$$

Жақшаларды ашып, ұқсас мүшелерін біріктіреміз:

$$15x-2x+6=6+x-5; \qquad 13x+6=x+1,$$

бұдан $12x=-5$, $x=-\frac{5}{12}$. Ж а у а б ы : $x=-\frac{5}{12}$. ▲

Сонымен теңдеулерді шешу кезінде теңдеудің мынадай негізгі қасиеттері пайдаланылады.

1-қасиет. *Теңдеудің кез келген мүшесін таңбасын қарама-қарсысына өзгертіп, бір бөлігінен екінші бөлігіне өткізуге болады.*

2-қасиет. *Теңдеудің екі бөлігін де нөлге тең емес бірдей санға көбейтуге немесе бөлуге болады.*

Бұл қасиеттерді бір белгісізді теңдеуді шешу кезінде қолдануға болады.

Ол үшін:

1) белгісізі бар мүшелерін теңдіктің сол жақ бөлігіне, белгісізі жоқ мүшелерін теңдіктің оң жақ бөлігіне өткізу керек (1-қасиет бойынша);

2) ұқсас мүшелерін біріктіру керек;

3) теңдеудің екі бөлігін де белгісіздің алдында тұрған коэффициентіне (егер ол нөлге тең болмаса) бөлу керек (2-қасиет бойынша).

Қарастырылған есептердегі әрбір теңдеудің жалғыз ғана түбірі бар екен. Кейбір жағдайда бір белгісізді теңдеудің түбірлері болмауы немесе шексіз көп түбірлері бар болуы да мүмкін. Сондай теңдеулерге мысал келтірейік.

4-есеп. $2(x+1)-1=3-(1-2x)$ теңдеуінің түбірі болмайтынын көрсет.

△ Теңдеудің екі бөлігін де ықшамдаймыз:

$$2x+2-1=3-1+2x,\ \ 2x+1=2+2x,$$

бұдан

$$2x-2x=2-1,\ \ 0\cdot x=1.$$

Бұл теңдеудің түбірі жоқ, себебі оның сол жақ бөлігі $0\cdot x$ әрқашан нөлге тең, оң жағы 1-ге тең, бірақ $0\neq 1$. ▲

Жауабы: Теңдеудің шешімі жоқ.

5-есеп. $3(1-x)+2=5-3x$ теңдеуінің шексіз көп түбірі бар екенін көрсет.

△ Теңдеуді ықшамдаймыз: $3-3x+2=5-3x$; $5-3x=5-3x$; $-3x+3x=5-5$, $0\cdot x=0$. Соңғы теңдік x-тің кез келген мәнінде дұрыс болады. Демек, x-тің кез келген мәні теңдеудің түбірі бола алады. ▲

Жауабы: Теңдеудің шешімі шексіз көп.

Жаттығулар

Теңдеуді шеш **(85—96):**

85. 1) $11x=50$; | 2) $-9x=243$; | 3) $4x=0,24$; | 4) $7x=7,063$.

86. 1) $9x=\frac{2}{5}$; | 2) $3x=2\frac{1}{7}$; | 3) $\frac{1}{2}x=3$; | 4) $\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}$.

87. 1) $0,3x=6$; | 2) $1,3x=-1,69$; | 3) $0,7x=49$; | 4) $10x=0,5$.

88. 1) $8x=8$; | 2) $\frac{1}{4}x=16$; | 3) $3^2x=243$; | 4) $16x=16$.

89. 1) $5x=\left(\frac{5}{7}\right)^2$; | 2) $4x=-\left(\frac{4}{5}\right)^2$; | 3) $-0,1x=10^3$; | 4) $0,3x=-10^2$.

90. 1) $25x-1=9$; 3) $3x-5=10-x$;

2) $7x+8=11$; 4) $4x+4=x+5$.

91. 1) $5x+3(3x+7)=35$; 3) $8y-9-4y+5=12y-4-5y$;

2) $8x-(7x+8)=9$; 4) $4+8y+8=2y-10-7y+9$.

92. 1) $\frac{11}{7}=\frac{2-x}{5}$; 2) $\frac{3x}{5}=\frac{6+x}{3}$; 3) $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}=8$; 4) $\frac{y}{3}+\frac{y}{4}=14$.

93. 1) $3y+5=4\left(9-\frac{y}{2}\right)$; 3) $3\left(5+\frac{x}{2}\right)=4+2x$;

2) $8\left(11-\frac{3}{4}z\right)=16z-44$; 4) $2\left(3-\frac{x}{3}\right)=5+x$.

94. 1) $0,71x+1,98=0,37x-1,76$;

2) $0,18y-7,4=0,05y-5,71$;

3) $5(5x-1)-2,7x+0,2x=6,5-0,5x$;

4) $0,36x-0,6=0,3(0,4x-1,2)$.

95. 1) $11\frac{2}{3}x-5\frac{1}{6}=3\frac{3}{4}+2\frac{3}{4}x$; 3) $\frac{6x+7}{7}=3-\frac{5x-3}{8}$;

2) $12\frac{3}{4}+\frac{3}{7}y=\frac{y}{2}-10\frac{1}{28}$; 4) $10-\frac{3x-1}{2}=\frac{6x+3}{11}$.

96. 1) $\frac{4x-51}{3}-\frac{17-3x}{4}=\frac{x+5}{2}$; 3) $\frac{9x-5}{2}-\frac{3+5x}{3}-\frac{8x-2}{4}=2$;

2) $\frac{3x-7}{4}-\frac{9x+11}{8}=\frac{3-x}{2}$; 4) $\frac{4x-3}{2}-\frac{5-2x}{3}=\frac{3x-4}{3}$.

№ 3

— Әже, немереңіз неше жаста?

— Менің жасым қаншада болса, немерем сонша айлық.

— Әже, сіздің жасыңыз нешеде?

— Немерем мен менің жасымды қоссаңдар, 65-ке тең. Немеремнің жасын енді өзің таба ғой.

97. Теңдеудің түбірі болмайтынын көрсет:

1) $28 - 20x = 2x + 25 - 16x - 12 - 6x$;

2) $25x - 17 = 4x - 5 - 13x + 14 + 34x$;

3) $\frac{x-1}{3} + \frac{5x+2}{12} = \frac{5+3x}{4}$; 4) $\frac{2x+1}{3} - \frac{7x+5}{15} = \frac{x-2}{5}$.

98. x-тің кез келген мәні теңдеудің түбірі болатынын көрсет:

1) $10 - 4x + 3 = 9x - 2 - 6x + 9 - 7x + 6$;

2) $9x + 4 - 5x = 8 + 7x - 9 - 3x + 5$;

3) $6(1,2x - 0,5) - 1,3x = 5,9x - 3$;

4) $8(1,3x + 0,25) - 6,6x = 3,8x + 2$.

99. Теңдеуді шеш:

1) $3(x-1) - 2(x+2) = 4x + 8$;

2) $4(x+1,5) + 3(1-x) = 10$;

3) $4(3x+2) - 7(x+1) = 3(x-1)$;

4) $2,5(2x+3) - 2(x+2,5) = 3,5 + 2x$.

100. Теңдеуді шеш:

1) $\frac{96}{7,2} = \frac{4x+300}{21}$; 3) $4,2 : (2x-7) = 10 : 7\frac{1}{7}$;

2) $\frac{3x+14,7}{20,4} = \frac{7,5}{10}$; 4) $4\frac{1}{11} : 10 = 4,5 : (3x-1)$.

§ 8. Есептерді теңдеулер жәрдемімен шешу

Есептерді шешу барысында теңдеулерді пайдалану есептің шешу әдісін оңайлатады. Есепті шешу әдетте екі басқышқа бөлінеді:

1) есептің шарты бойынша теңдеу құру;

2) құрылған теңдеуді шешу.

Мынадай есепті шешейік.

Есеп. Саяхатшылар теплоходпен өзен бойындағы бекеттен өзен ағысы бойынша жүзіп, 5 сағаттан кейін қайта оралуы керек. Өзен ағысының жылдамдығы сағатына 3 км, теплоходтың тұрғын судағы жылдамдығы сағатына 18 км. Егер саяхатшылар қайтардан бұрын 3 сағаттай тыныққан болса, олар өзен бойындағы бекеттен қанша қашықтықта болған?

△ 1) ізделінді ара қашықтық x километр болсын. Теплоход бұл аралықты өзен ағысымен $18 + 3 = 21$ км/сағат жылдамдықпен және $\frac{x}{21}$ сағат уақытта жүзіп өтеді. Теплоход $18 - 3 = 15$ (км/сағат жылдамдықпен, $\frac{x}{15}$ сағат) уақытта кері қайтады. Саяхатшылар жағалауда 3 сағат дем алса, есептің шарты бойынша $\left(\frac{x}{21} + \frac{x}{15} + 3\right)$ сағат уақыт кететін еді, бұл 5 сағатқа тең. Енді біз x белгісізді табу үшін мынадай теңдеу құрамыз:

$$\frac{x}{21} + \frac{x}{15} + 3 = 5;$$

2) енді

$$\frac{x}{21} + \frac{x}{15} = 2$$

теңдеуін шешейік. Бұл теңдеудің екі бөлігін де 105-ке (21 және 15 сандарының ең кіші ортақ бөлінгішіне) көбейтеміз, $5x + 7x = 210$, $12x = 210$ бұдан $x = 17{,}5$.

Сонымен теплоход өзен бойындағы бекеттен 17,5 км ұзақта болып шығады. ▲

Есепті шешудің бірінші басқышында (яғни теңдеу құрғанда) кеме пен өзен ағысының жылдамдықтары қосылады, ағысқа қарсы жүзгенде азайтылады және жылдамдыққа бөлінген жол қозғалыс уақыты екендігін білу қажет болды.

Екінші басқышта (яғни құрылған теңдеуді шешу кезінде) теңдеулердің бұдан бұрынғы параграфта айтылған қасиеттерін пайдалану талап етілді.

Есептің шартын пайдалана отырып, шешімнің дұрыстығын тексеруге болады. Мұнда табылған нәтиже белгілі деп алынады да, берілген басқа шама табылады. Мәселен, шешімнің дұрыстығын былайша тексеруге болады.

Жаттығулар

101. *A* және *B* қалаларының арасы 256 км. *A*-дан *B*-ға қарай 66 км/сағат жылдамдықпен жүк пойызы жолға шықты. Арадан 20 минут өткенде *B*-дан *A*-ға қарай 90 км/сағат жылдамдықпен жүрдек пойыз жолға шықты. Жүк пойызы жолға шыққаннан кейін қанша уақытта жүрдек пойызбен кездеседі:

Бұл есепті шешу үшін мынадай теңдеулер түзу мүмкін:

a) $66x+90\left(x-\frac{1}{3}\right)=256;$

b) $256-66\cdot\frac{1}{3}=(66+90)\cdot\left(x-\frac{1}{3}\right)$

d) $\frac{x}{66}-\frac{256-x}{90}=\frac{1}{3};$

e) $256-90x=66\cdot\left(x+\frac{1}{3}\right).$

1) әр теңдеудегі *x* нені білдіреді?

2) әр теңдеуде қандай мөлшерлер теңестірілген?

102. 1) Белгіленген жұмысты 15 адам 12 күнде орындауы мүмкін. 4 күн істегеннен соң бесінші күні оларға көмектесу үшін 5 адам келіп қосылды. қалған жұмыс неше күнде біткен?

2) Жұмысшылар белгіленген жұмысты 15 күнде орындай алады. 5 күннен соң оларға тағы да 8 адам қосылып қалған жұмысты бірге 6 күнде бітірді. Жұмысшылар алғашында неше адам еді?

3) Бір жұмысты 10 адам 8 күнде орындай алады. 2 күннен соң (үшінші күні) оларға көмектесу үшін бірнеше адам келіп қосылды да қалған істі 4 күнде бітірді. Неше адам келіп қосылған?

103. 1) Зауыттың үш цехында 624 жұмысшы істейді. Екінші цехта біріншіге қарағанда жұмысшылар саны 5 есе көп, үшінші цехта бірінші және екінші цехтағыдай жұмысшы бар. Әрбір цехтағы жұмысшылар саны қанша?

2) Үш цех бірігіп 792 деталь дайындады. Екінші цехта біріншіге қарағанда 3 есе көп, үшінші цехта екіншідегіден 2 есе көп деталь дайындалды. Әрбір цехта қаншадан деталь дайындалған?

104. 1) Тең бүйірлі үшбұрыштың периметрі 25 см. Егер оның бүйір қабырғасы табанынан 5 см артық болса, үшбұрыш қабырғаларының ұзындықтары қандай екенін тап.

2) Тең бүйірлі үшбұрыштың табаны бүйір қырының $\frac{3}{4}$ бөлігін құрайды. Егер үшбұрыштың периметрі 22 см болса, оның қабырғаларының ұзындықтары қандай екенін тап.

105. 1) Ені 200 м тік төртбұрыш пішінді аланың шекарасы бойымен арық қазылды. Арықтың ұзындығы 1км. Алаң шекарасының жалпы ұзындығын тап.

2) Ұзындығы енінен 2 есе артық тік төртбұрышты алаң ұзындығы 120 м темір шарбақпен қоршалды. Алаңның ұзындығы мен енін тап.

106. Қосындысы 81 болатын үш тізбектес тақ сандарды тап.

107. Төрт тізбектес жұп сан берілген. Егер шеткі сандар қосындысының екі еселенгенінен ортадағы оң болатын айырмасының үш еселенгенін айырса, 22 келіп шығады. Осы сандарды тап.

108. 1) Жаңа қондырғы іске қосылғаннан кейін ұстаның көздеген істі орындауға кететін уақыты 20% -ға кемейді. Оның еңбек өнімділігі неше пайызға артқан?

2) Фабрикаға автомат орнатылды. Ол бір сағатта жұмысшыға қарағанда 8 өнімді артық шығарады. 2 сағаттан соң автомат жұмысшының 6 сағаттық жоспарын орындайды. Автомат бір сағатта неше өнім шығарады?

3) Ұстаның еңбек өнімділігі 20%-ға артса, оның жұмыс жоспарын орындауға кететін уақыты неше пайызға қысқарады?

109. Ұзындығы 27 м мыс сымды массасы және көлденең қимасы мыс сымдікіндей алюминий сыммен алмастырмақшы. Қалай ойлайсың, алюминий сымның ұзындығы қанша болар екен?

110. Бірнеше дүкен алма салынған 175 жәшікті теңдей бөліп алмақшы еді. Бірақ 2 дүкен алманы алмайтынын айтты. Нәтижеде әр дүкенге көзделгеннен 10 жәшік алма артықша берілді. Дүкендер нешеу екен?

111. 1) Ыдыста қаншама литр су бар. Егер ыдысқа 3 л су құйылса, ыдыстың жартысы толады. Егер 3 л суды төгіп тастаса су ыдыстың $\frac{1}{8}$ бөлігін алады. Алғашында ыдыста неше литр су болған?

2) Ыдыстың ішіндегі сумен бірге массасы 12 кг. Ыдыстағы судың $\frac{3}{5}$ бөлігі гүлдерге құйылғаннан кейін ыдыстың массасы ішіндегі судың массасынан 2 есе кем екені анықталды. Ыдыстың массасы неше килограмм екен?

112. 1) Мұнай базасында 6340 тонна бензин бар еді. Екінші күні базаға бірінші күнгіден 423 т көп, ал үшінші күні екінші күнгіден 204 т аз бензин берілді. Содан кейін базада 3196 т бензин қалды. База бірінші күні неше тонна бензин алған?

2) Дүкенде үш күнде 110 кг май сатылды. Екінші күні бірінші күнгінің 37,5% бөлігіндей, ал үшінші күні алғашқы екі күнгідей мөлшерде май сатылды. Алғашқы күні неше килограмм май сатылған?

113. 1) Шебер мен баласы тапсырманы 10 күнде орындауға тиіс болатын. Олар жаңа қондырғыны істетіп, әр күні жоспардан тыс 27 деталь дайындап, 7 күнде тапсырманы толық орындады және бұған қосымша 54 деталь дайындады. Шебер мен баласы бір күнде қанша деталь дайындаған?

2) Зауыт машина жасау тапсырмасын 15 күнде орындауы керек еді. Зауыт жаңа технологияны енгізіп, әр күні жоспардан тыс екі машина артық шығарып, тапсырманы мерзімінен екі күн бұрын орындады және жоспардан тыс 6 машина жасап шығарды. Зауыт 15 күнде жоспар бойынша қанша машина жасап шығаруға тиіс болатын?

Өзіңді тексеріп көр!

1. 1; 0; −4 сандары $3(x-7)+4=7x-1$ теңдеуінің түбірі бола ма?

2. Теңдеуді шеш:

1) $2x-3(x-1)=4+2(x-1)$;

2) $\frac{x}{3}+\frac{x+1}{4}=2$.

3) Сатушы малының 20%-ын 40% пайдамен сатты. Жалпы 32% пайда табу үшін ол қалған малын неше пайыз пайдамен сатуы керак?

II тарауға арналған жаттығулар

114. 1) Килограмы 200 сомнан сатып алынған жүзімнің 3 килограмынан 1 кг шырын алынып, 720 сомға сатылды. Жүзімнің бағасы 50 сомға арзандады. Сатушы алдыңғы пайдасын сақтап қалмақшы. Шырынның жаңа бағасы алғашқысынан неше сомға арзандатылуы керек?
2) 20%-ды шырын алмақшысың. Неше литр қайнаған суға 200 грамм шекер саласың?

115. 1) Ыдыста алдын белгілі бір мөлшерде су бар еді. Егер ыдысқа a литр су құйылса, ыдыстың $\frac{1}{8}$ бөлігі толады. Егер ыдыстағы алғашқы судан a литр алынса, ыдыстың $\frac{3}{20}$ бөлігі тола болады. Ыдыста баста неше литр су болған?

2) Ыдыстың $\frac{1}{5}$ бөлігі бос. Ахмет ыдысты толтырмақшы. Ол ыдыстағы судың қандай бөлігіндей су құйса ыдыс толады? Оған көмектес.

116. Жердің алғашқы екі жасанды серігінің салмағы 592,4 кг. Бірінші жасанды серіктің салмағы үшіншісінен 1243,4 кг жеңіл, ал екіншісі 818,2 кг жеңіл. Жердің үш жасанды серігінің әрқайсысының салмағын тап.

117. Қайық өзен ағысымен 2,4 сағат, ал өзен ағысына қарсы 3,2 сағат жүзді. Қайықтың өзен ағысымен жүрген жолы, өзен ағысына қарсы жүрген жолынан 13,2 км артық. Егер өзен ағысының жылдамдығы 35 км/ сағат болса, қайықтың ақпайтын судағы жылдамдығын тап.

118. Бостан және Гүлстан ауылдарының арасы 72 км. Ауылдардан екі адам бір уақытта жолға шықты. Біреуінің жылдамдығы v километр, екіншісінікі сағатына u километр. 2 сағаттан саң олардың арасындағы қашықтық неше км болады? Барлық жағдайды қарастыр және талда.

№ 4 *Бөренені 3 бөлікке бөлу үшін 12 минут керек. Сол бөренені 4 бөлікке бөлу үшін неше минут керек?*

119. Ыдыстың $\frac{1}{3}$ бөлігі суға толы. Осы судың $\frac{1}{4}$ бөлігі істетілгеннен кейін оған 45 литр су құйылса, ыдыстың $\frac{1}{8}$ бөлігі бос болады. Ыдысқа барлығы неше литр су сыяды?

120. Сынақта 60 сұрақ берілді, әр дұрыс жауап 5 балға бағаланды. 4 дұрыс емес жауап үшін айып ретінде бір дұрыс жауап есептелмейді. Бұл сынақта барлық жауапты белгілеген бір оқушы 225 балл алса, ол неше сұраққа дұрыс жауап берген?

II тарауға арналған сынақ жаттығулары — тест

1. $\frac{5x-3}{8}=\frac{x}{2}+3+\frac{11-3x}{4}$ теңдеуінің түбірі x_0 болса, x_0^2+1 өрнегінің сандық мәнін тап.

A) 50; B) 10; C) 5; D) 37.

2. $\frac{2x+1}{3}+2=\frac{3x-2}{2}+\frac{x+1}{3}$ теңдеуінің түбірі x_0 болса, $18:x_0$ өрнегінің сандық мәнін есепте:

A) 6; B) 7; C) -7; D) $46\frac{2}{7}$.

3. $(x+3):(x-2)=5:3$ теңдеуінің түбірі x_0 болса, $2x_0+61$ өрнегінің сандық мәнін тап.

A) -80; B) 70; C) 80; D) 81.

4. $4:(2x+5)=2:(3x-2)$ теңдеуінің түбірі x_0 болса, $4x_0+11$ өрнегінің сандық мәнін тап.

A) -18; B) -20; C) 19; D) 20.

5. $0,8\cdot(1,5x-2)-0,4x=0,3\cdot(6x-5)-2,6$ теңдеуінің түбірі x_0 болса, $x_0^2-0,5\,x_0$ өрнегінің сандық мәніп есепте.

A) 5; B) 1,25; C) 6,25; D) -5.

6. Үш сөреде барлығы 385 кітап бар. Бірінші сөреде екіншісіне қарағанда 8 кітап артық, бірақ үшінші сөредегіден 9-ы кем кітап бар. Әр бір сөреде нешеуден кітап бар?

A) 128; 120; 137; B) 127; 119; 139;
C) 127; 122; 136; D) 126; 134; 125.

7. Тең бүйірлі үшбұрыштың периметрі 51 см. Табанының ұзындығы бүйір қабырғасының ұзындығынан 6 см артық. Осы үшбұрыштың бүйір қабырғасы ұзындығының табан ұзындығына қатынасын тап:

A) 7 : 5; B) 5 : 7; C) 2 : 3; D) 10 : 7.

8. Тең бүйірлі үшбұрыштың периметрі 42 см. Бүйір қабырғасы табанының $\frac{2}{3}$ бөлігіне тең. Осы үшбұрыштың табаны бүйір қабырғасынан неше сантиметр ұзын?

A) 7,5 см; B) 6,5 см; C) 6 см; D) 7 см.

9. Шебер тапсырманы 8 күнде бітіруі керек еді. Ол әр күні жоспардан тыс 6 өнім дайындап, тапсырманы 5 күнде орындап қоймай, тағы да 12 түрлі өнім дайындады. Шебер жоспар бойынша бір күнде неше өнім дайындау керек еді?

A) 6; B) 4; C) 5; D) 7.

Теңдеуді шеш **(10—11):**

10. $8(x+2)-5x=-2(x+4,5).$

A) -5; B) 5; C) 6; D) $-4,5$.

11. $6\cdot(2,3x-1)-3,5x+0,7x=0,5(x-14).$

A) $-\frac{2}{21}$; B) 10,5; C) $\frac{2}{21}$; D) 7.

12. Үшбұрыштың бір қабырғасы екінші қабырғасынан 3 сантиметр ұзын, үшінші қабырғасынан 5 см қысқа. Егер үшбұрыштың периметрі 41 см болса, оның ең ұзын қабырғасы ең қысқа қабырғасынан неше есе ұзын?

A) 2; B) 1,5; C) 1,3; D) 1,8.

13. Бірінші орамда 75 м, екіншісінде 120 м атлас бар. Екінші орамнан біріншіден сатылғанына қарағанда 3 есе көп атлас сатылды. Нәтижеде бірінші орамда екіншісіне қарағанда 2 есе көп атлас қалды. Әрқайсы орамнан неше метрден атлас сатылған?

A) 24 м; 72 м; B) 30 м; 90 м;
C) 15 м 45 см; D) 33 м; 99 м.

14. Теңдеуді шеш:

$$3(x+2)-2(x+3)=7-5(x+1).$$

A) $-\frac{1}{3}$; B) $\frac{1}{3}$; C) -1; D) 2.

Тарихи мағлұматтар

Әбу Абдулла Мұхаммед ибн Мұса әл-Хорезмидің «Ал-жабр вал-мукобола есебі туралы қысқаша кітап» еңбегіне енгізілген «әл-жабр», «вал-мукобола» ережелеріп § 7-та теңдеудің негізгі қасиеттері ретінде баяндадық.

Алгебрада 3-түрлі сандар мен амалдар орындалады — дейді әл-Хорезми. Олар:

— түбір немесе нәрсе (теңдеудегі белгісіз сан x);
— квадрат (мол) (белгісіздің квадраты — x^2);
— жай сан (мұнда натурал сан туралы).

Хорезми осы 3 түрлі шамалар арасындағы түрлі байланыстарды көрсетеді және келесі теңдеулерді шешу әдісін көрсетеді.

1) $cx^2=bx$ — квадрат түбірлері тең;
2) $cx^2=a$ — квадрат сандарға тең;
3) $bx=a$ — түбірлер санға тең;
4) $cx^2+bx=a$ — квадраттар мен түбірлер сандарға тең;
5) $cx^2+a=bx$ — квадрат және сан түбірлерге тең;
6) $bx+a=cx^2$ — түбірлер және сан квадраттарына тең.

Біз 7-сыныпта тек қана сызықты теңдеулерді үйренеміз [3) пункттегі $bx=a$ теңдеуі]. Басқаларын 8-ші сыныпта үйренесің. Әр қандай сызықты теңдеу немесе квадрат теңдеу «әл-жабр», «вал-мукобала» алмастырулары жоғарыдағы 6-теңдеудің біреуіне келтіріледі.

III ТАРАУ

БІРМҮШЕЛІКТЕР МЕН КӨПМҮШЕЛІКТЕР

§ 9. *Натурал көрсеткішті дәреже*

Тең сандардың қосындысын көбейтумен алмастыруға болады:

$$\underbrace{3+3+3+3+3}_{5\text{-рет}}=3\cdot 5 \qquad \underbrace{a+a+a+a+\ldots+a}_{n\text{–рет}}=a\cdot n$$

Бірдей сандардың көбейтіндісін де ықшамдап жазған қолайлы. Қабырғасының ұзындығы 5 бірлікке тең квадратты қарастырайық (6-сурет). Ол $5 \cdot 5 = 25$ бірлік квадратты қамтиды. Қабырғасының ұзындығы бес бірлікке тең куб (7-сурет). $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ бірлік квадратты қамтиды.

Сендер $5 \cdot 5$ көбейтіндісін 5^2 (оқылуы: «бестің квадраты»); $5 \cdot 5 \cdot 5$ көбейтіндісі болса 5^3 (оқылуы: «бестің кубы») сияқты белгіленеді:

$$5 \cdot 5 = 5^2, \qquad 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3.$$

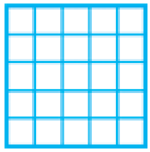
Сондықтан, көбейткіштері бірдей көбейтіндіні жаңа амалмен —*дәрежеге шығару* амалымен алмастырамыз.

$$\underbrace{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 3}_{5\text{-рет}}=3^5, \qquad \underbrace{\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\ldots\cdot\frac{1}{7}}_{9\text{-рет}}=\left(\frac{1}{7}\right)^9,$$

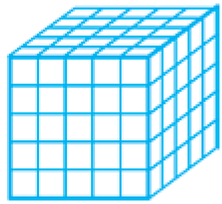
$$0{,}4 = (0{,}4)^1.$$

Демек, көбейткіштері бірдей n-ге тең көбейтінді a^n — таңбасымен белгіленеді:

$$\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\text{-рет}}=a^n.$$



6-сурет.



7-сурет.

Бұл былайша оқылады: «*a* санының *n* дәрежелі көрсеткіші». Қысқаша «*a-ның дәрежесі*» — деп аталады.

Саны n болғанда бірдей a-ға тең көбейткіштердің көбейтіндісі a санының n натурал көрсеткішті дәрежесі деп аталады:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n\text{-рет}}$$

a-саны (қайталанатын көбейткіш) — дәреженің негізі, n саны (көбейткіштің неше рет қайталанатынының көрсеткіші) дәреже көрсеткіші делінеді.

Мәселен,

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81,$$

мұндағы 3 — дәреженің негізі, 4 — дәреже көрсеткіш, 81 болса, 3^4 —дәрежесінің мәні.

Дербес жағдайларда, санның бірінші дәрежесі сол санның өзіне тең болады:

$$a^1 = a.$$

Мәселен, $5^1 = 5, 25^1 = 25, \left(\frac{1}{7}\right)^1 = \frac{1}{7}.$

Кез келген сан дәреженің негізі бола алады, мәселен,

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32; \quad \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125};$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32;$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{16}{81};$$

$$0,2^3 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008;$$

$$(-1)^6 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1;$$

$$0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0; \quad 10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000.$$

Дәрежеге шығару — үшінші басқыш амалы. Егер өрнекте жақшалар болмаса, онда алдымен үшінші басқыш амалдары, одан кейін екінші басқыш (көбейту және бөлу), ең соңында бірінші басқыш амалдары орындалады.

Есепте: $7 \cdot 2^4 - 5 \cdot 3^2$.

$$7 \cdot 2^4 - 5 \cdot 3^2 = 7 \cdot 16 - 5 \cdot 9 = 112 - 45 = 67.$$

Сандарды дәреженің көмегімен жазу көптеген жағдайларда, мәселен, натурал сандарды разряд қосылғыштардың қосындысы ретінде жазуда пайдаланылады:

△ $3245 = 3 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 = 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5.$ ▲

Үлкен сандарды жазу кезінде көбінесе 10 санының дәрежелері қолданылады. Мысалы, Жерден Күнге дейінгі қашықтық шамамен 150 млн км-ге тең, ол $1{,}5 \cdot 10^8$ км түрінде жазылады. Жер шарының радиусы шамамен 6,37 млн метрге тең, оны $6{,}37 \cdot 10^6$м деп жазамыз. Жерден ең жақын жұлдызға (Центавр α- сы) дейінгі ара қашықтықты $4 \cdot 10^{13}$ км түрінде жазамыз.

10-нан үлкен кез келген санды $a \cdot 10^n$ түрінде жазуға болады, мұндағы $1 \le a < 10$ және n натурал сан. Бұндай жазу санның стандарт түрі деп аталады.

Мәселен,

$$4578 = 4{,}578 \cdot 10^3, \quad 45{,}78 = 4{,}578 \cdot 10, \quad 103000 = 1{,}03 \cdot 10^5.$$

Физика және химия ғылымдарын үйрену саласында микрокалькуляторлармен, компьютермен есептеу кезінде санның стандарт түрі қолданылады.

Жаттығулар

Қосындыны көбейтінді түрінде жаз **(121—122):**

121. 1) $4+4+4+4+4$; 3) $c+c+c$;

2) $6+6+6+6$; 4) $a+a+a+a+a$.

122. 1) $2m+2m+2m$;

2) $17ab+17ab+17ab$;

3) $(c-2d)+(c-2d)$;

4) $(3b-a)+(3b-a)+(3b-a)$;

5) $\underbrace{3+3+\ldots+3}_{21\text{-рет}}$;

6) $\underbrace{5+5+\ldots+5}_{17\text{-рет}}$;

7) $\underbrace{m+m+\ldots+m}_{n\text{-рет}}$;

8) $\underbrace{b+b+\ldots+b}_{k\text{-рет}}$.

Көбейтіндіні дәреже түрінде жаз **(123—125):**

123. 1) $2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2$;

2) $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}$;

3) $\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right)$;

4) $(-2,7)\cdot(-2,7)\cdot(-2,7)\cdot(-2,7)$.

124. 1) $x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x$;

2) $m\cdot m\cdot m\cdot m\cdot m$;

3) $(2a)\cdot(2a)\cdot(2a)$;

4) $(-3b)\cdot(-3b)\cdot(3b)\cdot(3b)$.

125. 1) $(x-y)\cdot(x-y)\cdot(x-y)$;

2) $(a+b)\cdot(a+b)$;

3) $\frac{3x}{2}\cdot\frac{3x}{2}$;

4) $\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot\frac{m}{n}$.

Көбейтіндіні дәреже түрінде жазу әдісін қолданып, өрнекті ықшамда **(126—128):**

126. 1) $2\cdot2\cdot2\cdot15$;

2) $4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot21$;

3) $5\cdot5\cdot8\cdot8\cdot8\cdot2\cdot2$;

4) $6\cdot6\cdot7\cdot7\cdot3\cdot3\cdot3$.

127. 1) $1,2\cdot1,2\cdot2\cdot2\cdot5\cdot5$;

2) $0,5\cdot0,5\cdot0,5\cdot2\cdot2\cdot4\cdot4$;

3) $0,3\cdot0,3\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{7}$;

4) $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot2,3\cdot2,3$.

128. 1) $9\cdot9\cdot9\cdot a\cdot a\cdot a$;

2) $x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot3\cdot3$;

3) $\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}(x-y)\cdot(x-y)$;

4) $\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot(8a-b)\cdot(8a-b)\cdot(8a-b)$.

Өрнекті ықшамда **(129—130):**

129. 1) $p\cdot p\cdot p\cdot p+q\cdot q$;

2) $a\cdot a+b\cdot b\cdot b\cdot b$;

3) $a\cdot a+a\cdot a+a\cdot a$;

4) $x\cdot x\cdot x+x\cdot x\cdot x$.

130. 1) $\underbrace{c\cdot c+c\cdot c+\ldots+c\cdot c}_{k\text{-рет}}$;

2) $\underbrace{a\cdot a\cdot a+a\cdot a\cdot a+\ldots+a\cdot a\cdot a}_{n\text{-рет}}$;

3) $\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\text{-рет}}+\underbrace{b\cdot b\cdot\ldots\cdot b}_{m\text{-рет}}$;

4) $\underbrace{5\cdot 5\cdot\ldots\cdot 5}_{k\text{-рет}}+\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{17\text{-рет}}$.

131. Өрнекті оқы, дәреженің негізін, дәреже көрсеткішін айт:

1) 3^2;

2) $\left(1\frac{3}{8}\right)^3$;

3) $\left(-\frac{2}{9}\right)^{41}$;

4) $(-1,2)^{39}$;

5) $(4m+n)^{15}$;

6) $\left(\frac{2a}{3b}\right)^7$.

Есепте **(132—139):**

132. 1) 2^3; 2) 3^2; 3) 4^4; 4) 5^3.

133. 1) 1^5; 2) $(-1)^7$; 3) 0^{15}; 4) 0^5.

134. 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$; 2) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; 3) $\left(1\frac{2}{7}\right)^2$; 4) $\left(2\frac{1}{3}\right)^3$.

135. 1) $(2,5)^2$; 2) $(1,7)^2$; 3) $(-0,2)^3$; 4) $(-0,2)^4$.

136. 1) $(-5)^3$; 2) -5^3; 3) $\left(-2\frac{1}{4}\right)^2$; 4) $-\left(2\frac{1}{4}\right)^2$.

137. 1) $\frac{(-0,2)^4}{(0,1)^5}$; 2) $\frac{(0,3)^3}{(-0,1)^4}$; 3) $\frac{(3,2)^2}{(1,6)^2}$; 4) $\frac{(2,6)^2}{(1,3)^2}$.

138. 1) $2\cdot(-3)^2$; | 2) $-5\cdot(-2)^3$; | 3) $-\frac{1}{2}\cdot(-4)^2$; | 4) $-\frac{2}{3}\cdot(-3)^2$.

139. 1) $(-5)^2\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)$;

2) $(-3)^3\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$;

3) $-(-3)^2\cdot 2^3$;

4) $-(-3)^2\cdot(-2)^3$.

140. $-x^2; (-x)^2; (-x)^3$ өрнегінің $x=1\frac{1}{2}$; -5 болғандағы мәнін тап.

141. x^2 өрнегінің мәнін x-тің кестедегі мәндері бойынша есепте:

x	0	1	–1	2	–2	3	–3	4	–4	5	–5	6	–6
x^2													

142. x^3 өрнегінің мәнін x-тің кестедегі мәндері бойынша есепте:

x	0	1	–1	2	–2	3	–3	4	–4	5	–5	6	–6
x^3													

143. Төмендегі даудың қайсысы дұрыс, қайсысы бұрыс? Себебін түсіндір. Дау бұрыс десең, оны дәлелдейтін мысал келтір.

1) екі санның квадраты тең болса, осы сандардың өздері де тең;
2) екі санның кубтары тең болса, осы сандардың өздері де тең;
3) егер теріс санға оның квадраты қосылса, оң сан пайда болады;
4) егер теріс саннан оның квадраты айырылса, теріс сан пайда болады;
5) егер оң саннан оның квадраты айырылса, оң сан пайда болады.

Төмендегі даулардың қайсысы дұрыс, қайсысы бұрыс? Себебін түсіндір. Сәйкес мысалдар құрастыр (**144–145**):

144. 1) натурал санның квадраты кез келген цифрмен аяқталуы мүмкін;
2) натурал санның кубы кез келген цифрмен аяқталуы мүмкін.

145. 1) натурал санның төртінші дәрежесі тек 0; 1; 5; 6 сандарының біреуімен аяқталуы мүмкін.
2) натурал санның бесінші дәрежесі сол сан қай цифрмен біткен болса, сол цифрмен аяқталады.

§ 10. *Натурал көрсеткішті дәреженің қасиеттері*

Дәрежеге шығарудың бірнеше маңызды қасиеті бар.

1-қасиеті.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Бірдей негізді дәрежелерді көбейткенде, көбейтіндіге сол негіздің өзі алынып, дәреже көрсеткіштері қосылады.

○ Натурал көрсеткішті дәреженің анықтамасы бойынша

$$2^2 \cdot 2^3 = \underbrace{(2 \cdot 2)}_{2\text{-рет}} \cdot \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2)}_{3\text{-рет}} = \qquad \Bigg| \qquad a^m \cdot a^n = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{m\text{-рет}} \times \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n\text{-рет}} =$$

көбейтудің терімділік заңы бойынша

$$= \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5\text{-рет}} = \qquad \Bigg| \qquad = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{(m+n)\text{-рет}} =$$

натурал көрсеткішті дәреженің анықтамасы бойынша

$$= 2^5. \qquad \Big| \qquad = a^{m+n}.$$

Сонымен,

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3}. \qquad \Big| \qquad a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$ ●

2-қасиеті.

$$a^m : a^n = a^{m-n},\ m > n,\ a \neq 0 \cdot$$

Бірдей негізді дәрежелерді бөлгенде, бөліндіге сол негіздің өзі алынып, бөлінгіштің дәреже көрсеткішінен бөлгіштің дәреже көрсеткіші шегеріледі.

○ Шарт бойынша:

$$5 > 3. \qquad \Big| \qquad m > n,\ a \neq 0.$$

Дәреженің бірінші қасиеті бойынша:

$$2^{5-3} \cdot 2^3 = 2^5. \qquad \Big| \qquad a^{m-n} \cdot a^n = a^m.$$

Сондықтан

$$2^{5-3} = 2^5 : 2^3. \qquad \Big| \qquad a^{m-n} = a^m : a^n.$$

Демек,

$2^5 : 2^3 = 2^{5-3}$. $a^m : a^n = a^{m-n}$, $m > n$, $a \neq 0$.

$\frac{a^n}{a^n} = 1$, $a \neq 0$ екендігін ескертіп өтеміз.

3-қасиеті.

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Дәрежені дәрежеге шығарғанда негіздің өзі алынып, дәреже көрсеткіштері көбейтіледі.

Натурал көрсеткішті дәреженің анықтамасы бойынша

$(2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^3 =$ | $(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot a^m \cdot \ldots \cdot a^m}_{n\text{-рет}} =$

дәреженің бірінші қасиеті бойынша

$= 2^{3+3} =$ | $= a^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n\text{-рет}}} =$

көбейтудің анықтамасына негізделіп

$= 2^{3 \cdot 2}$. | $= a^{mn}$.

Сөйтіп

$(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2}$. | $(a^m)^n = a^{mn}$.

4-қасиеті.

$$(ab)^n = a^n b^n.$$

Көбейтіндіні дәрежеге шығарғанда, әрбір көбейткішті сол дәрежеге шығарады да, нәтижелерін өзара көбейтеді.

$(2 \cdot 3)^3 = \underbrace{(2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 3)}_{3\text{-рет}} =$ | $(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)\ldots(ab)}_{n\text{-рет}} =$

көбейтудің терімділік және ауыстырымдылық заңы бойынша:

$= \underbrace{(2 \cdot 2 \cdot 2)}_{3\text{-рет}} \cdot \underbrace{(3 \cdot 3 \cdot 3)}_{3\text{-рет}} =$ | $= \underbrace{(a \cdot a \cdot \ldots \cdot a)}_{n\text{-рет}} \underbrace{(b \cdot b \cdot \ldots \cdot b)}_{n\text{-рет}} =$

натурал көрсеткішті дәреженің анықтамасы бойынша

$= 2^3 \cdot 3^3$. | $= a^n \cdot b^n$.

Сонымен,

$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3$. | $(ab)^n = a^n b^n$.

5-қасиеті.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n};\ \ b \neq 0\,.$$

Бөлшекті дәрежеге шығару үшін бөлшектің алымы да, бөлімі де сол дәрежеге шығарылады.

○ Натурал көрсеткішті дәреженің анықтамасы бойынша

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\right)}_{3\text{-рет}} = \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdots\frac{a}{b}\right)}_{n\text{-рет}} =$$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{mn}$

$(ab)^n = a^n \cdot b^n$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

бөлшекті көбейтудің ережесі бойынша

$$= \frac{\overbrace{2\cdot2\cdot2}^{3\text{-рет}}}{\underbrace{3\cdot3\cdot3}_{3\text{-рет}}} = \qquad = \frac{\overbrace{a\cdot a\ldots\cdot a}^{n\text{-рет}}}{\underbrace{b\cdot b\ldots\cdot b}_{n\text{-рет}}} =$$

натурал көрсеткішті дәреженің анықтамасы бойынша

$$= \frac{2^3}{3^3}\,. \qquad = \frac{a^n}{b^n}\,.$$

Сонымен,

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3}\,. \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n},\ \ b \neq 0\,. \ ●$$

1-есеп. Есепте: $\dfrac{11^7\cdot7^3\cdot3^4}{11^6\cdot7\cdot3^4}$.

$$\triangle\ \frac{11^7\cdot7^3\cdot3^4}{11^6\cdot7\cdot3^4} = 11^{7-6}\cdot7^{3-1}\cdot1 = 11\cdot49 = 539.\ \blacktriangle$$

2-есеп. Жарықтың таралу жылдамдығы $3\cdot10^8$ м/сек, Жерден Күнге дейінгі орташа қашықтық $1{,}5\cdot10^{11}$ м. Жарық сәулесі Күннен Жерге дейінгі ара қашықтықты қанша уақытта басып өтеді?

△ Бір қалыпты қозғалыспен жүрілген жолдың $s = vt$ формуласына негізделіп:

$$1{,}5\cdot10^{11} = 3\cdot10^8\cdot t,$$

бұдан $t = \dfrac{1{,}5\cdot10^{11}}{3\cdot10^8} = 0{,}5\cdot10^3 = 500\ \ (s).$

Жауабы: 500 сек = 8 минут 20 сек. ▲

Жаттығулар

Көбейтіндіні дәреже түрінде жаз **(146—152):**

146. 1) $3^5 \cdot 3^4$; 2) $7^2 \cdot 7^4$; 3) $6^3 \cdot 6$; 4) $5 \cdot 5^5$.

147. 1) c^3c^2; 2) a^3a^4; 3) $\left(\frac{1}{2}a\right)^7\left(\frac{1}{2}a\right)$; 4) $(3b)(3b)^6$.

148. 1) $(-2)^2 \cdot (-2)^3$; 3) $(-0{,}5)^4 \cdot (-0{,}5)^2$;
2) $(-3)^2 \cdot (-3)^2$; 4) $(-1{,}2)^3 \cdot (-1{,}2)^4$.

149. 1) $2^3 \cdot 2^2 \cdot 2^4$; 3) $(-5)^6 \cdot (-5)^3 \cdot (-5)^4$;
2) $3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^3$; 4) $(-6)^3 \cdot (-6)^2 \cdot (-6)^7$.

150. 1) $(1{,}3)^2 \cdot (1{,}3) \cdot (1{,}3)^5$; 3) $y^4\, y^3\, y^7$;
2) $\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4$; 4) $b^6\, b^8\, b$.

151. 1) $(-2{,}5a)^3\,(-2{,}5a)^8$; 3) $(x-a)^7(x-a)^{10}$;
2) $\left(-\frac{5x}{6}\right)^5\left(-\frac{5x}{6}\right)^7$; 4) $(n+m)^{15}(n+m)^5$.

152. 1) $4^4 \cdot 4^5$; 3) $c^{28}\,c^n$;
2) $3^8 \cdot 3^n$; 4) $a^n\,a^{13}$ (n — натурал сан).

153. Дәрежені бір негізді екі дәреженің көбейтіндісі түрінде жаз:
1) 3^4; | 2) $\left(\frac{5}{9}\right)^5$; | 3) y^3; | 4) c^{10}; | 5) $(-x)^{17}$; | 6) $(-11b)^{43}$.

Негізі 2 болатын дәреже түрінде жаз **(154—157):**

154. 1) 32; 2) 4; 3) 2; 4) 128.

155. 1) 16; 2) 64; 3) 256; 4) 1024.

156. 1) $2 \cdot 2^6$; 2) $2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^7$; 3) $8 \cdot 2^7$; 4) $16 \cdot 2^5$.

157. 1) $2 \cdot 128$; 3) $2^n \cdot 8$;
2) $2^{10} \cdot 32 \cdot 256$; 4) $16 \cdot 2^n$ (n — натурал сан).

Негізі 3 болатын дәреже түрінде жаз **(158—161):**

158. 1) 9; 2) 3; 3) 27; 4) 81.

159. 1) 729; 2) 243; 3) $3 \cdot 3^4$; 4) $3^6 \cdot 3$.

№ 5 *Берілген санды 10-дық жүйеде жазсақ, соңғы цифры нешеге тең:*
1) 846^{847}; 2) 1987^{1987}; 3) 1998^{1998}; 4) 2009^{2009}?

160. 1) $3^5 \cdot 3^{17} \cdot 3$; 2) $3^2 \cdot 3^{11} \cdot 3^5$; 3) $3^5 \cdot 27$; 4) $81 \cdot 3^2$.

161. 1) $3^n \cdot 3^2$; 3) $3^{n+1} \cdot 81$;
2) $3 \cdot 3^n$; 4) $27 \cdot 3^n$ (n — натурал сан).

Бөліндіні дәреже түрінде жаз **(162—164):**

162. 1) $7^{10} : 7^8$; 2) $4^3 : 4$; 3) $(0{,}2)^4 : (0{,}2)^3$; 4) $10^{12} : 10^4$.

163. 1) $\left(-\frac{9}{7}\right)^8 : \left(-\frac{9}{7}\right)^5$; 2) $\left(\frac{1}{17}\right)^{18} : \left(\frac{1}{17}\right)^{17}$; 3) $x^{21} : x^7$; 4) $d^{24} : d^{12}$.

164. 1) $\left(\frac{3y}{4}\right)^6 : \left(\frac{3y}{4}\right)^2$; 3) $(a - b)^7 : (a - b)^5$;
2) $(2a)^5 : (2a)^3$; 4) $(m + n)^{10} : (m + n)^5$.

Негізі 2 болатын дәреже түрінде жаз **(165—166):**

165. 1) $2^3 : 2$; 2) $2^4 : 4$; 3) $64 : 4$; 4) $32 : 2^3$.

166. 1) $8 : 2^2$; 2) $256 : 32$; 3) $\frac{2^7}{2^5}$; 4) $\frac{2^{10}}{2}$.

Негізі 3 болатын дәреже түрінде жаз **(167—168):**

167. 1) $3^5 : 3^2$; 2) $3^4 : 3$; 3) $3^4 : 9$; 4) $27 : 3^2$.

168. 1) $243 : 27$; 2) $81 : 9$; 3) $\frac{3^{15}}{3}$; 4) $\frac{3^8}{3^4}$.

Есепте **(169—171):**

169. 1) $\frac{2 \cdot 3^3}{3^2}$; 2) $\frac{2^4 \cdot 3^2}{2^3 \cdot 3}$; 3) $\frac{3^5 \cdot 3^{10}}{3^6 \cdot 3^7}$; 4) $\frac{5^8 \cdot 5^7}{5^4 \cdot 5^9}$.

170. 1) $\frac{8\cdot3^3}{2\cdot3^2}$; 2) $\frac{11^3\cdot4^2}{11^2\cdot4}$; 3) $\frac{2^4\cdot2^6\cdot2^3}{2^5\cdot2^7}$; 4) $\frac{3^6\cdot3^3}{3^5\cdot3\cdot3}$.

171. 1) $\frac{(-5)^9}{5^7}$; 2) $\frac{6^8}{(-6)^7}$; 3) $\frac{6^6}{3^4\cdot2^3}$; 4) $\frac{3^6\cdot2^7}{6^5}$.

Теңдеуді шеш **(172—174):**

172. 1) $x:3^2=3^3$ | 2) $x:2^4=2^2$; | 3) $x\cdot2^6=2^8$; | 4) $x\cdot3^5=3^8$.

173. 1) $5^5x=5^7$; | 2) $4^6x=4^8$; | 3) $3^8:x=4^8$; | 4) $2^{11}:x=2^9$.

174. 1) $\frac{x}{2^3}=2^2$; 2) $\frac{x}{3^2}=3^3$; 3) $\frac{2^8}{x}=2^5$; 4) $\frac{3^9}{x}=3^7$.

Негізі *a* болатын дәреже түрінде жаз **(175—177):**

175. 1) $(a^5)^6$; 2) $(a^8)^7$; 3) $(a^2)^5a^8$; 4) $a^5(a^2)^8$.

176. 1) $a^7a^5(a^2)^4$; | 2) $a^3(a^3)^3a^3$; | 3) $(a^3)^2a^4(a^4)^3$; | 4) $a^5(a^3)^4(a^2)^3$.

177. 1) $(a^7)^5:(a^3)^4$; 2) $(a^6)^4:(a^3)^5$; 3) $\frac{(a^3)^5a^4}{a^{12}}$; 4) $\frac{a^8(a^4)^4}{(a^3)^4}$.

178. *n*-нің қандай мәнінде теңдік дұрыс болады:

1) $3^n=9$; 2) $128=2^n$; 3) $(2^2)^n=16$; 4) $(3^n)^2=81$?

Көрсеткіші 2 болатын дәреже түрінде жаз **(179—181):**

179. 1) 0,01; 2) $\frac{25}{36}$; 3) $1\frac{9}{16}$; 4) 0,0004.

180. 1) 5^4; 2) 7^6; 3) $(-0,7)^{14}$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{24}$.

181. 1) a^4; 2) b^6; 3) c^{10}; 4) x^{20}.

Көбейтіндіні дәреже түрінде жаз **(182—187):**

182. 1) $(3\cdot5)^4$; 2) $(7\cdot6)^5$; 3) $(1,3\cdot8)^5$; 4) $\left(4\cdot\frac{1}{7}\right)^3$.

183. 1) $(2a)^3$; 2) $(3x)^4$; 3) $(-4x)^5$; 4) $(-8b)^2$.

184. 1) $(ax)^7$; 2) $(6y)^6$; 3) $(2,5cd)^2$; 4) $(3nm)^3$.

185. 1) $(abc)^4$; 2) $(xyz)^7$; 3) $(3\cdot5\cdot11)^8$; 4) $(2\cdot4\cdot9)^9$.

186. 1) $(xy^3)^2$; 2) $(a^2b)^3$; 3) $(2b^4)^5$; 4) $(0,1c^3)^2$.

187. 1) $(10n^2m^3)^3$; 2) $(8a^4b^7)^3$; 3) $(-2,3a^3b^4)^2$; 4) $(-2nm^3)^4$.

Көбейтіндіні дәреже түрінде $3^2b^2 = (3b)^2$ үлгіге қарап жаз **(188—190):**

188. 1) 4^5x^5; 2) 2^3a^3; 3) $5^4 \cdot 7^4$; 4) $2^5 \cdot 3^5$.

189. 1) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 a^2$; 2) $(3,4)^4b^4$; 3) $(-1,2)^3y^3$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 a^2$.

190. 1) $16a^2$; 2) $81r^2$; 3) $9^7n^7m^7$; 4) $15^3a^3b^3$.

Өрнекті көрсеткіші 2 болатын дәреже түрінде жаз **(191—193):**

191. 1) c^2d^{10}; 2) a^4b^6; 3) $25a^4$; 4) $81m^2$.

192. 1) $a^4b^6c^2$; 2) $x^2y^4z^8$; 3) $49x^8y^6$; 4) $100c^8x^6$.

193. 1) $0,25a^{10}b^6$; 2) $0,49n^2m^{10}$; 3) $\frac{49}{81}x^{12}y^{14}$; 4) $\frac{16}{625}a^{10}b^{16}$.

Өрнекті көрсеткіші 3 болатын дәреже түрінде жаз **(194—197):**

194. 1) a^6; 2) b^9; 3) 5^{15}; 4) 4^6.

195. 1) $(-0,2)^{12}$; 2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{15}$; 3) $-0,125$; 4) $-0,001$.

196. 1) x^3y^9; 2) a^6b^3; 3) $b^9c^{12}d^3$; 4) $x^{12}y^9z^6$.

197. 1) $-27a^3$; 2) $-1000b^6$; 3) $-125n^6m^6$; 4) $-0,008x^3y^9$.

Есепте **(198—202):**

198. 1) $(0,25)^7 4^7$; 2) $\left(\frac{4}{5}\right)^{17} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^{17}$; 3) $(-0,125)^{11}8^{11}$; 4) $(-0,2)^5 5^5$.

199. 1) $(-0,25)^9(-4)^9$; 3) $\left(\frac{6}{11}\right)^3 \cdot (8,5)^3$;

2) $\left(-\frac{2}{7}\right)^7 \cdot (-3,5)^7$; 4) $\left(\frac{1}{9}\right)^5 \cdot (4,5)^5$.

200. 1) $\frac{2^8 \cdot 3^8}{6^5}$; 2) $\frac{4^5 \cdot 3^5}{12^3}$; 3) $\frac{10^5}{2^5 \cdot 5^5}$; 4) $\frac{14^4}{2^3 \cdot 7^3}$.

201. 1) $\frac{6^{12} \cdot 4^{12}}{3^{12} \cdot 8^{12}}$; 2) $\frac{4^{10} \cdot 3^{10}}{2^{10} \cdot 6^{10}}$; 3) $\frac{15^4}{3^4 \cdot 5^2 \cdot 25}$; 4) $\frac{4^{16}}{8^{10}}$.

202. 1) $\frac{8 \cdot 27^3}{3^8}$; 2) $\frac{2^8 \cdot (7^2)^4}{14^7}$; 3) $\frac{16^2 \cdot 3^5}{12^4}$; 4) $\frac{2^9 \cdot (2^2)^5}{(2^5)^3}$.

Бөлшекті дәрежеге шығар **(203—206):**

203. 1) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; 2) $\left(\frac{5}{7}\right)^2$; 3) $\left(\frac{3}{a}\right)^2$; 4) $\left(\frac{b}{8}\right)^3$.

204. 1) $\left(-\frac{m}{11}\right)^2$; 2) $\left(-\frac{13}{n}\right)^2$; 3) $\left(\frac{d}{-2}\right)^3$; 4) $\left(\frac{-4}{c}\right)^3$.

205. 1) $\left(\frac{a}{2b}\right)^4$; 2) $\left(\frac{3b}{5c}\right)^4$; 3) $\left(\frac{2^3}{3^2}\right)^7$; 4) $\left(\frac{5^2}{7^4}\right)^3$.

206. 1) $\left(\frac{a+b}{3}\right)^3$; 2) $\left(\frac{7}{2+c}\right)^2$; 3) $\left(\frac{m+n}{m-n}\right)^5$; 4) $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^7$.

Бөлшекті дәреже түрінде жаз **(207—209)**:

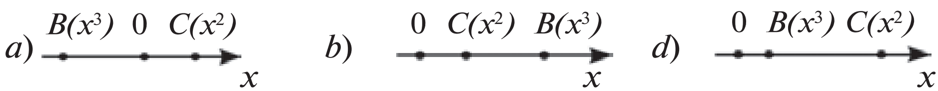
207. 1) $\frac{3^7}{4^7}$; 2) $\frac{2^5}{5^5}$; 3) $\frac{m^3}{2^3}$; 4) $\frac{5^7}{a^7}$.

208. 1) $\frac{x^6}{y^6}$; 2) $\frac{a^3}{b^3}$; 3) $\frac{25}{36}$; 4) $\frac{49}{100}$.

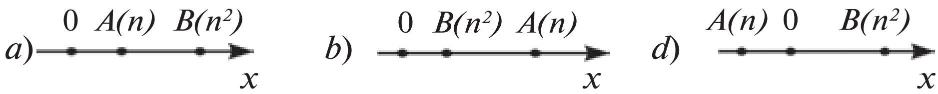
209. 1) $\frac{(2b)^2}{(3b)^2}$; 2) $\frac{(4x)^4}{(3y)^4}$; 3) $\frac{1}{-8}$; 4) $\frac{-1}{27}$.

Есепте **(210—211):**

210. *A(x)* нүкте координаталар өсінің қай жерінде болатынын шамалап көрсет:



211. *C* (n^3) нүкте координаталар өсінің қай жерінде болатынын шамалап көрсет:



212. 1) Жердің массасы $6 \cdot 10^{24}$ кг-ға тең. Күннің массасы $2 \cdot 10^{30}$ кг. Жердің массасы Күннің массасынан неше есе аз?
2) Жерден Сириус жұлдызына дейінгі ара қашықтық 83 000 000 000 000 км. Жарық сәулесі Жерден Сириусқа дейін неше жылда жетіп баратынын жуықтап есепте.

213. Өрнектің сандық мәнін тап:

1) $\dfrac{2-b^2}{2b}$, мұндағы $b=-2$; 2) $\dfrac{3a}{a^3-3}$, мұндағы $a=-3$.

214. Өрнекті дәреже түрінде жаз:

1) $5^{3n+4} \cdot 5^{2n-1} : 5^{n+2}$; 3) $\dfrac{a^{6n-4}a^{4n+1}}{a^{5n-2}}$;

2) $3^{4n+3} \cdot 3^{3n-2} : 3^{2n-1}$; 4) $\dfrac{b^{5n-3}b^{3n+2}}{b^{4n-1}}$ (n — натурал сан).

215. n-нің қандай мәнінде теңдік дұрыс болады:
1) $(4^4)^n = 4^{12}$; 2) $(5^n)^2 = 5^{14}$;
3) $2^{2n} = 4^5$; 4) $3(3^2)^n = 3^{11}$?

216. Көбейтіндіні дәрежеге шығар:
1) $(8a^2b^4c^3)^3$; 2) $(9x^4y^3z^7)^2$;
3) $(-1{,}2x^5y^7z^7)^2$; 4) $(-1{,}2a^3b^2c^4)^5$.

217. Өрнектің негізі a болатын дәреже түрінде жаз:

1) $\dfrac{a^8a^5}{a^3a^6}$; 2) $\dfrac{a^9a^6}{a^5a^8}$; 3) $\dfrac{(a^3)^4(a^4)^3}{a^6a^9}$; 4) $\dfrac{a^6(a^3)^5}{(a^4)^2a^9}$.

218. Сандардың қайсысы үлкен:
1) 54^4-сі немесе 21^{12}-сі; 3) 100^{20}-сі немесе 9000^{10}-сі;
2) 10^{20}-сі немесе 20^{10}-сі; 4) 6^{20}-сі немесе 3^{40}-сі?

219. Дұрыс теңдеу түз. Есептің неше шешімі бар?
1) $(...)^2 \cdot (...)^3 = -4a^8b^9c^{11}$; 2) $(...)^2 \cdot (...)^3 = -8a^{11}b^5c^7$?

220. Теңдеуді шеш:

1) $x:1,75=7,125-3\frac{1}{8}$;

3) $18,9:x=0,021\cdot 100$;

2) $\frac{5}{12}+\frac{1}{18}=\frac{17}{12}x$;

4) $754,5:(37,1+x)=15$.

221. Санды стандарт түрінде жаз:

1) 26000; 2) 8647000; 3) 384 000;

4) Жерден Күнге дейінгі ара қашықтық 149 500 000 км.

§ 11. *Бірмүшелік және оның стандарт түрі*

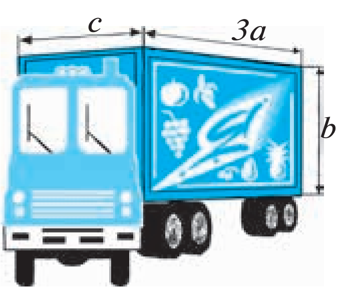
Түрлі есептерді шешкенде $ab, \frac{1}{2}abc, 3a^2b$ көрінісіндегі алгебралық өрнектер кездеседі. Мысалы, өлшемдері 8-суретте көрсетілген тоңазытқышты машинаның сыйымдылығы $3abc$-ға тең.

$3abc$ өрнегінің біріншісі санмен, ал қалған үшеуі ***a, b, c*** әріптерімен белгіленген төрт көбейткіштің көбейтіндісі.

Сан арқылы жазылған көбейткіштерді *санды көбейткіштер,* ал әріптер арқылы белгіленген көбейткіштерді *әріптік көбейткіштер* деп атаймыз. Сандық және әріптік көбейткіштердің көбейтіндісінен құралған алгебралық өрнек бірмүшелік делінеді.

Мысалы, мына өрнектер бірмүшеліктер:

$$abc,\ (-4)a\cdot 3ab,\ \frac{1}{4}a(-0,3)bab.$$



8- сурет.

Көбейткіштері тең көбейтіндіні натурал көрсеткішті дәреже түрінде жазуға болатындықтан, санның дәрежесі және сандар дәрежесінің көбейтіндісі де бірмүшелік деп аталады. Мысалы, мына өрнектерді бірмүшелік деуге болады:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2,\ (-7),\ c^5,\ 4a^2,\ \left(-\frac{1}{2}\right)a^2b.$$

Әрбір санды сол сан мен бірдің көбейтіндісі түрінде жазуға болатындықтан a, 2, $\frac{3}{8}$ түріндегі өрнектер де бірмүшеліктер болып саналады.

Мысалы. Бірмүшеліктің мәнін есепте:

$$16ac\cdot(0,5)\,a\cdot(0,25)\,b,$$

мұндағы $a=\frac{1}{3}$, $b=34$, $c=\frac{9}{17}$.

△ Әріптердің мәнін бірмүшеліктің орнына қойып, оның мәнін табамыз, яғни жеті санның көбейтіндісін есептейміз:

$$16\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{17}\cdot 0,5\cdot\frac{1}{3}\cdot 0,25\cdot 34.$$

Сандар қалай жазылған болса, сондай тәртіппен біріншісін, екіншісіне көбейтуге болады:

$$16\cdot\frac{1}{3}=\frac{16}{3};\ \frac{16}{3}\cdot\frac{9}{17}=\frac{48}{17};\ \frac{48}{17}\cdot 0,5=\frac{24}{17};$$

$$\frac{24}{17}\cdot\frac{1}{3}=\frac{8}{17};\ \frac{8}{17}\cdot\frac{1}{4}=\frac{2}{17};\ \frac{2}{17}\cdot 34=4.$$

Көбейтудің орын ауыстырымдылық және терімдік заңдарын қолданып, есептеуді қысқаша орындауға болады:

$$16ac\,(0,5)\,a\,(0,25)\,b=(16\cdot 0,5\cdot 0,25)\,(a\cdot a)\,bc=2a^2bc.$$

Енді $a=\frac{1}{3}$, $b=34$, $c=\frac{9}{17}$ болғандағы $2a^2bc$ бірмүшелігінің мәнін табамыз:

$$2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot 34\cdot\frac{9}{17}=\frac{2\cdot 34\cdot 9}{9\cdot 17}=4.\ \blacktriangle$$

Есепті екінші тәсілмен шешкенде берілген бірмүшелікті ықшамдалған түрде жазуға болатын еді: $2a^2bc$. Бұл бірмүшеліктің *стандартты түрі*.

Демек, бірінші орында тұратын сандық көбейткіш пен әр түрлі негізді әріптік дәрежелерден құралған *бірмүшелік стандарт түр* деп аталады.

Әр түрлі бірмүшеліктерді стандарт түрде жазуға болады. Ол үшін барлық сандық көбейткіштерді өзара көбейтіп, бірінші орынға жазып қою керек. Содан кейін бірдей әріптік көбейткіштердің көбейтіндісі дәреже түрінде жазылады. Әріптік көбейткіштер алфавиттік тәртіппен орналастырылады.

Бірдей әріпті көбейткіштер стандартты бірмүшелік түріндегі көбейткіш бола алмайтынын ескертеміз.

Стандарт түрінде жазылған бірмүшеліктің сандық көбейткіш *осы бірмүшеліктің коэффициенті деп аталады.*

Мысалы, $2a$ бірмүшелігінің коэффициенті 2-ге тең; $\frac{5}{6}ab^2$ бірмүшелігінің коэффициенті $\frac{5}{6}$-ке тең, $(-7)a^2b^3c$ бірмүшеліктің коэффициенті (-7)-ге тең. Соңғы бірмүшелікті жақшасыз жазуға болады:

$$(-7)\,a^2b^3c = -7a^2b^3c\,.$$

1-ге тең болған коэффициент әдетте жазылмайды, себебі санның бірге көбейтіндісі өзгермейді. Мысалы, $1 \cdot abc^2 = abc^2$, яғни abc^2 бірмүшеліктің коэффициенті бірге тең.

Егер коэффициенті (-1)-ге тең болса, бір мен жақшаны жазбастан, тек қана «$-$» таңбасын қалдыруға болады. Мысалы, $(-1) \cdot abc = -abc$, яғни $-abc$ бірмүшеліктің коэффициенті -1-ге тең.

Жаттығулар

Сөзбен жазылған пікірді алгебралық өрнек түрінде жаз **(222—224):**

222. 1) a мен b сандары көбейтіндісінің екі еселенгенін;
2) b мен c сандары көбейтіндісінің үш еселенгенін;
3) x пен y сандары квадраттарының көбейтіндісін;
4) a мен b сандары квадратының көбейтіндісін.

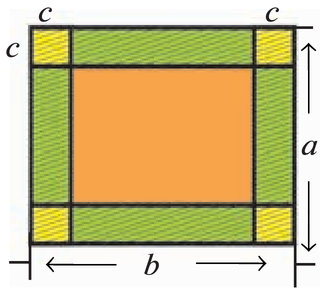
223. 1) m санының кубы мен p санының көбейтіндісін;
2) a санының квадраты мен b саны көбейтіндісінің үш еселенгенін.

224. 1) t сағаттағы секундтар саны;
2) n метрдегі сантиметрлер саны.

225. 1) Берілген өлшемдер бойынша штрихталған ауданды есептеу формуласын шығар (9-сурет);

2) $2\,bc + 2c\,(a-2c) = 2ac + 2c\,(b-c)$ теңдіктің дұрыстығын суретте көрсет;

3) Штрихталған ауданды екі тік төртбұрыш ауданының айырмасы түрінде сипатта. Оны пайдаланып $ab-(b-2c)(a-2c)=2ac+2c\,(b-2c)$ теңдікті дәлелде.



9- сурет.

226. Бірмүшеліктің сандық мәнін тап

1) $\frac{3}{4}a^3$, мұндағы $a=-2$;

2) $0{,}5b^2$, мұндағы $b=-4$;

3) $3abc$, мұндағы $a=2,\ b=\frac{1}{2},\ c=\frac{1}{3}$;

4) $4pqr$, мұндағы $p=\frac{1}{2},\ q=3,\ r=\frac{1}{6}$;

5) $\frac{1}{7}m^2(-0{,}2)n$, мұндағы $m=3,\ n=-35$;

6) $\frac{1}{9}y(-0{,}3)x^2$, мұндағы $y=-15,\ x=6$.

227. Бірмүшелікті стандарт түрде жаз:

1) $3m^2m$;	3) $ab\cdot 0{,}5$;	5) $5^2pq^2(-4)\,pq$;
2) z^5z^5z;	4) $(-m)\left(-m^3\right)$;	6) $2^3qp^2(-3)^2\,pq$.

228. Бірмүшелікті стандарт түрде жаз және сандық мәнін тап:

1) $ac12c$, мұндағы $a=-\frac{1}{3},\ c=4$;

2) $\frac{1}{6}a8b^2\ \frac{3}{4}ba^3$, мұндағы $a=-2,\ b=\frac{1}{2}$.

229. *(Ежелгі мәселе).* Бассейнге 4 құбыр жүргізілген. Бірінші құбыр бассейнді бір күнде, екінші құбыр екі күнде, үшінші құбыр үш күнде, төртінші құбыр төрт күнде толтырады. Төрт құбыр біргелікте бассейнді қанша уақытта толтырады?

§ 12. Бірмүшеліктерді көбейту

Мына төмендегі есепті шығарайық.

Есеп. Тікбұрышты параллелепипедтің көлемі $V = abc$ формуласымен есептеледі. Мұндағы a — параллелепипедтің ұзындығы, b — ені, c — биіктігі. Егер параллелепипедтің ұзындығы 5 есе, ені $2n$ — есе, биіктігі $3n$ есе ұзартылса, онда жаңа параллелепипедтіңköле-мі қандай болады?

△ Жаңа параллелепипедтің өлшемдерін табамыз: $5a$, ені $2nb$, биіктігі $3nc$. Бұдан оның көлемі

$$V_1 = (5a) \cdot (2nb) \cdot (3nc)$$

болады. ▲

$(5a) \cdot (2nb) \cdot (3nc)$ өрнегі үш бірмүшеліктердің $5a$, $2nb$, $3nc$ көбейтіндісі. Сандарды көбейту заңына сәйкес мынадай теңдікті жазуға болады:

$$(5a)\cdot(2nb)\cdot(3nc) = 5a\cdot 2nb\cdot 3nc = (5\cdot 2\cdot 3)(annbc) = 30n^2abc.$$

Бірмүшеліктерді көбейтудің нәтижесінде бірмүшелік пайда болады, оны стандарт түрінде жазып, ықшамдасақ,

$$(3a^2b^3c) \cdot (4ab^2) = 3a^2b^3c \cdot 4ab^2 = 12a^3b^5c.$$

$$(3 \quad a^2 \quad b^3 \quad c) \cdot (4 \quad a \quad b^2) = 12 \quad a^3 \quad b^5 \quad c.$$

Екі немесе бір түрлі бірнеше көбейткіштердің көбейтіндісін, яғни бірмүшеліктің дәрежесін қарастырамыз, мысалы $(5a^3b^2c)^2$. Бұл бірмүшелік 5, a^3b^2c көбейткіштерінің көбейтіндісі болғандықтан, көбейтіндіні дәрежеге шығару қасиеті бойынша:

$$(5a^3b^2c)^2 = 5^2(a^3)^2(b^2)^2c^2 = 25a^6b^4c^2.$$

Сонда:

$$(2pq^2)^3 = 2^3p^3(q^2)^3 = 8p^3q^6.$$

Бірмүшелікті натурал көрсеткішті дәрежеге шығарғанда жаңа бірмүшелік келіп шығады.

Бірмүшеліктерді көбейт **(230—237):**

230. 1) $(2a)(3b)$; 2) $(3a)(2b)$; 3) $b^2(-3b^3)$; 4) $(-2a)a^2$.

231. 1) $(2p)(-3c^2)$; 3) $(4a^2)(6a^3)$;

2) $(-5m^2)(-7n)$; 4) $\left(-\frac{1}{2}b^3\right)(8b^2)$.

232. 1) $(0,3a^2)\left(\frac{1}{4}b^3\right)$; 3) $(0,2p)(-1,3q^2)$;

2) $(-8m^3)(0,25n)$; 4) $\left(-\frac{3}{7}c^2\right)\left(-\frac{5}{6}b^3\right)$.

233. 1) $(3ab)(-2a^2b)$; 3) $(8ab^2)\left(\frac{1}{4}ac^2\right)$;

2) $(-4x^2y)(-7xy^2)$; 4) $(6a^2b)\left(\frac{1}{3}bc^2\right)$.

234. 1) $(3a^2b^5c)(6a^3bc^2)$; 3) $\left(\frac{2}{3}a^2b^3x\right)\left(\frac{3}{4}a^3bx^2\right)$;

2) $(7a^5b^2c)(-3ab^4c)$; 4) $\left(-\frac{3}{2}a^3xy^3\right)\left(\frac{3}{4}ax^2y\right)$.

235. 1) $(-0,4x^5y^6z^2)(-1,2xyz^3)$; 3) $\left(-1\frac{1}{3}x^2y^3z\right)\left(-1\frac{1}{2}xy^2z^3\right)$;

2) $(-2,5n^4m^5r^2)(3nm^2r^5)$; 4) $\left(2\frac{1}{4}a^2b^5c^3\right)\left(-3\frac{1}{3}a^3b^2c^4\right)$.

236. 1) $\left(-\frac{1}{3}m^2\right)(-24n)(4mn)$; 2) $(-18n)\left(-\frac{1}{6}m^2\right)(-5mn)$;

3) $\left(\frac{1}{3}ay^3\right)\left(\frac{3}{4}x^2y\right)(0,2a^3x)$; 4) $(-13a^2bc)(-5ab^2c)(-0,4abc^3)$.

237. 1) $(-a)(3b)(4a^2b)(5ab^2)$; 3) $(-1,5ab)\left(\frac{1}{4}bc\right)(2ac)(24ab)$;

2) $(5a)(a^2b^2)(-2b)(-3a)$; 4) $(1,2a^2)\left(-\frac{1}{3}ab\right)(-5bc)(2c^2)$.

Бірмүшелікті дәрежеге шығар **(238—241):**

238. 1) $(2a)^3$; 2) $(5b)^2$; 3) $(3b^2)^4$; 4) $(2a^3)^2$.

239. 1) $(-3ab)^4$; 2) $(-4ab)^2$; 3) $(-abc)^5$; 4) $(-2xyz)^3$.

240. 1) $(-2a^2b)^3$; 2) $(-a^2bc)^5$; 3) $(-3x^3y)^2$; 4) $(-2x^2y^3)^4$.

241. 1) $\left(\frac{1}{2}nm^2\right)^3$; 2) $\left(\frac{1}{3}n^2m^2\right)^4$; 3) $(-0,1a^3b^3)^3$; 4) $(0,4a^3b^2)^2$.

Амалдарды орында **(242—243):**

242. 1) $(-2a)^3(-3a)$; 3) $(-0,2bc^2)^2(20cx^2)$;

2) $(-a)^3(2a)$; 4) $(-0,1ab^2c)^2(100by^2)$.

243. 1) $\left(-1\frac{3}{5}x^3y^2\right)\left(-\frac{1}{2}c^2x^2\right)^3$; 3) $(-3bc^2)^3(2ab^2)^2$;

2) $\left(2\frac{1}{4}x^3y\right)\left(\frac{2}{3}xy^2\right)^2$; 4) $(-2a^2b)^2(-a^2b^3)^3$.

244. Бірмүшелікті басқа бірмүшеліктің квадраты түрінде жаз:

1) $9a^2$; 2) $16x^4$; 3) $25a^2b^4$;

4) $81x^6y^2$; 5) $36x^{10}y^4$; 6) $1,21a^8b^4$.

245. Бірмүшелікті көбейт және пайда болған өрнектің мәнін тап:

1) $\frac{1}{3}a^2\cdot 3a^2b$, мұндағы $a=-2$, $b=\frac{5}{7}$;

2) $\frac{2}{5}mn\cdot 10n^2$, мұндағы $m=0,8$, $n=4$;

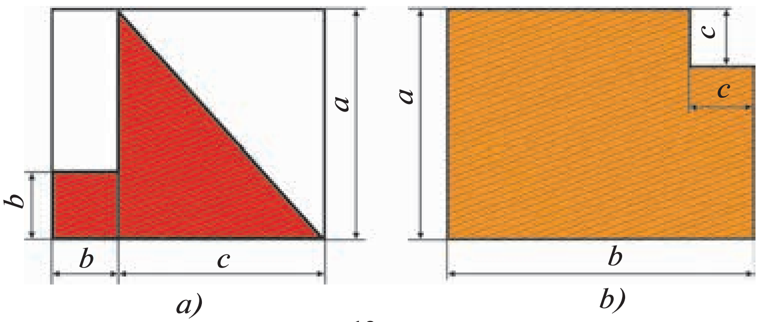
3) $4a\cdot\frac{1}{16}a^2b^2c$, мұндағы $a=4$, $b=\frac{1}{4}$; $c=3$;

4) $0,7m^2n\cdot 100np$, мұндағы $m=0,3$, $n=-0,2$, $p=4$.

246. *(Ежелгі есеп)*. Балықтың үштен бір бөлігі лайда, төрттен бір бөлігі су астында және үш қарысы су бетінде жатыр. Балықтың ұзындығы неше қарыс?

§ 13. *Көпмүшеліктер*

Алгебрада көпмүшелік, бірмүшеліктердің қосындысы немесе айырмасынан тұратын алгебралық өрнек. Мысалы, 10-*а* суретте кескінделген фигураның арнайы боялған бөлігінің ауданы $\frac{1}{2}ac+b^2$-қа тең, 10 *b*-суретте кескінделген фигураның ауданы $ab-c^2$-қа тең. $\frac{1}{2}ac+b^2$ өрнегі екі бірмүшенің қосындысы: $\frac{1}{2}ac$ және b^2; ал $ab-c^2$ өрнегі — ab мен c^2 бірмүшеліктерінің айырмасы немесе ab мен $(-c)^2$ бірмүшеліктерінің қосындысы. Бұндай өрнектер *көпмүшеліктер* деп аталады.



10-сурөт.

Бірнеше бірмүшеліктердің алгебралық қосындысы көпмүшелік деп аталады.

Көпмүшеліктерді құрайтын бірмүшеліктер, көпмүшеліктердің мүшелері деп аталады.

Мысалы, $5nm^2 - 3m^2k - 7nk^2 + 4nm$ көпмүшелігінің мүшелері $5nm^2$, $-3m^2k$, $-7nk$, $4nm$ бірмүшеліктері.

Көпмүшелік екі мүшеден құралған болса, *екімүшелік*, ал үш мүшеден құралатын болса, *үшмүшелік* деп атайды т.с.с.

Екімүшелікке мысал: $a^2 - b^2$, $5ab + 4c$.

Үшмүшелікке мысал: $a+2b-3c$, $\frac{1}{2}-bc+3ab$.

Бірмүшелікті де көпмүшелік деп есептейміз.

Егер көпмүшеліктің кейбір мүшелері стандарт түрде жазылмаған болса, онда оны стандарт түрге келтіріп ықшамдауға болады.

Мысалы. $2a4b-5abac+9bc\frac{1}{3}c$ көпмүшелігін ықшамдайық.

△ Көпмүшеліктің әрбір мүшесін стандарт түрге келтіреміз:

$$2a4b=8ab;\ -5abac=-5a^2bc;\ 9bc\frac{1}{3}c=3bc^2.$$

Демек, $2a4b-5abac+9bc\frac{1}{3}c=8ab-5a^2bc+3bc^2$. ▲

Жаттығулар

247. Көпмүшеліктердің бірмүшеліктерін атаңдар:

1) $-2x^2+3x-1$;
2) $4x^2-3x+6$;
3) $7a^2-\frac{1}{3}b-\frac{2}{5}c$;
4) $-3a+0,5x-2x^2$.

248. Көпмүшеліктерді бірмүшеліктер қосындысы түрінде жаз:

1) $7a^4-9a^3-2a+11$;
2) $-6x^5+3x^4-12x^2+5$;
3) $1,6a^3b-4a^2b^2+13ab^3-b^4$;
4) $2,5x^4-18x^3y-16x^2y-3xy^2$.

249. Бірмүшеліктерден көпмүшелік құрастыр:

1) $6x^2, 7x$ және 9;
2) $2x^2,\ -11x$ және 3;
3) $-x^4, x^3$ және $-x$;
4) $a^5,\ -a^4$ және a;
5) $8a, 4a^2b,\ -2ab^2$ және b^3;
6) $4a^3b,\ -2a^2b^2,\ -5ab^3$.

250. Көпмүшеліктің әрбір мүшесін стандарт түріне келтіріп, ықшамда:

1) $12a^23ba-2ab3ab^2+11aba$;
2) $2ab^24ab-3a^28aba-2abab^2$;
3) $1,5xy^2(-4)xyz-4mnk5m^2nk$;
4) $4cc^2c\left(-\frac{1}{4}\right)bc+5xy^2xy^2$.

251. Өрнектің әрбір мүшесін стандарт түріне келтіріп, ықшамда:

1) $3aaa\left(-1\frac{2}{3}ab\right)+4xxx3xy;$

2) $1,5yyy(-4xyz)-4mnk\cdot 5m^2nk^2;$

3) $(2ab)\left(\frac{1}{4}a^2b^2\right)-(3a^2b)\left(\frac{1}{9}b\right);$

4) $(3a)\left(\frac{1}{9}ab^2\right)-(4b^2)\left(\frac{1}{2}a^2b\right).$

252. Көпмүшеліктің сандық мәнін тап:

1) $2a^3+3ab+b^2$, мұндағы $a=0,5$, $b=\frac{2}{3}$;
2) $2a^4-ab+2b^2$, мұндағы $a=-1$, $b=-0,5$;
3) $x^2-2xy+y^2$, мұндағы $x=y=-4,2$;
4) $x^2+2xy+y^2$, мұндағы $x=1,2$, $y=-1,2$.

253. Көпмүшелікті ықшамда және оның сандық мәнін тап:

1) $-aba+a^2b2ab^2+4$, мұндағы $a=2$, $b=\frac{1}{2}$;

2) $b^25ab-5a5a^2b$, мұндағы $a=\frac{1}{5}$, $b=-2$;

3) $x^2yxy-xy^2xy+xy$, мұндағы $x=-3$, $y=2$;

4) $xy^2x^2y-xyxy$, мұндағы $x=-2$, $y=3$.

§ 14. Ұқсас мүшелерін біріктіру

Мына есепті шешейік.

1-есеп. Әрбір бетінде бір түрлі әріптері бар екі кітаптың бір бетінде n қатар жазылған, әрбір қатарда m әріп бар. Бірінші кітап 300 беттен, екіншісі 500 беттен тұрады. Екі кітапта барлығы қанша әріп бар?

1-тәсіл. Әрбір беттегі әріптер саны nm-ге тең. Бірінші кітапта $300\,nm$ әріп, екіншісінде $500\,nm$ әріп, ал екеуінде:

$$300\,nm + 500\,nm = 800\,nm$$

әріп бар.

2-тәсіл. Әрбір беттегі әріптер саны nm-ге тең. Екі кітаптағы қатарлар саны $300 + 500 = 800$-ге, олардағы әріптер саны $800\ nm$-ге тең.

Екі жауаптың да дұрыстығын көріп тұрмыз, сондықтан

$$300nm + 500\ nm = 800nm.$$

Бірақ есептеуге екінші жауап қолайлы. Мысалы, егер $n = 40$, $m = 50$ болса, онда $nm = 2000$ және $300nm + 500nm$ өрнегінің мәнін есептеу үшін үш есептеуді орындау керек:

$$300 \cdot 2000 + 500 \cdot 2000 = 600\,000 + 1\,000\,000 = 1\,600\,000.$$

$800\ nm$ өрнегінің мәнін есептеу үшін тек бір-ақ амал орындалады: $800 \cdot 2000 = 1600000$.

Сол үшін алгебралық өрнекті ықшамдауды білу керек.

$300nm + 500nm$ екімүшесі екі бірмүшенің қосындысы болады:

$$300nm \text{ және } 500nm.$$

Бұл бірмүшеліктер бір-бірінен тек коэффициенттерімен ғана ерекшеленеді. Бұндай бірмүшеліктер *ұқсас бірмүшеліктер* деп аталады. Мысалы, abc мен $3abc$ бірмүшеліктері ұқсас, $2pq^2$ пен $5q^2p$ бірмүшеліктері де ұқсас, бірақ a^2b мен ab^2 бірмүшеліктері ұқсас емес.

Бірдей бірмүшеліктерді де ұқсас деп есептейміз. Мысалы, $2a^2b$ және $2a^2b$ бірмүшеліктері ұқсас.

2-есеп. $3ab - 2bc + 4ac - ab + 3bc + 4ab$ көпмүшелігін ықшамда.

△ Ұқсас бірмүшеліктерді белгілейміз: $3ab$, $-ab$, $4ab$ бірмүшеліктері ұқсас, олардың астын бір сызықпен сызамыз, $-2bc$ мен $3bc$ ұқсас, бұл бірмүшеліктердің астын екі сызықпен сызамыз. $4ac$ бірмүшелігіне ұқсасы жоқ, сондықтан оның астын сызбаймыз, яғни:

$$\underline{3ab} - \underline{\underline{2bc}} + 4ac - \underline{ab} + \underline{\underline{3bc}} + \underline{4ab}\ .$$

Көпмүшенің ұқсас бірмүшеліктерін бір жақшаның ішіне алып, қосынды түрінде жазамыз:

$$(3ab - ab + 4ab) + (-2bc + 3bc) + 4ac.$$

Бірақ

$$3ab - ab + 4ab = (3 - 1 + 4)ab = 6ab,$$
$$-2bc + 3bc = (-2 + 3)bc = bc$$

болғандықтан

$$3ab - 2bc + 4ac - ab + 3bc + 4ab = 6ab + bc + 4ac. \ \blacktriangle$$

> *Ұқсас мүшелерінің қосындысын бір ғана бірмүшелікпен алмастыратын көпмүшені былайша түрлендіру ұқсас мүшелерді біріктіру деп аталады.*
>
> *$6ab + bc + 4ac$ көпмүшесінде әрбір мүше стандарт түрде жазылған және ұқсас мүшелері жоқ. Көпмүшенің бұндай түрі стандарттық түрі деп аталады.*

> *Кез келген көпмүшелікті стандарт түрде жазуға болады. Бұл үшін алдымен көпмүшенің әрбір мүшесін стандарт түрде жазып, содан кейін ұқсас мүшелерін біріктіру керек.*

3-есеп. Көпмүшелікті стандарт түрде жаз:

$$6ab\frac{1}{3}ac - 3aca - 8a^2\frac{1}{2}b + 25a^2\frac{1}{5}c + aba - a^2bc.$$

$$\triangle\ 6ab\frac{1}{3}ac - 3aca - 8a^2\frac{1}{2}b + 25a^2\frac{1}{5}c + aba - a^2bc =$$

$$= \underline{2a^2bc} - \underline{\underline{3a^2c}} - \underline{\underline{4a^2b}} + \underline{\underline{5a^2c}} + \underline{\underline{a^2b}} - \underline{a^2bc} =$$

$$= (2a^2bc - a^2bc) + (-3a^2c + 5a^2c) + (-4a^2b + a^2b) =$$

$$= a^2bc + 2a^2c - 3a^2b. \blacktriangle$$

Жаттығулар

Ұқсас мүшелерін біріктір **(254—255):**

254. 1) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{6}x;$

2) $\frac{5}{6}y - \frac{1}{3}y - \frac{1}{6}y;$

3) $\frac{3}{2}y^4 - \frac{1}{16}y^4 + \frac{1}{32}y^4 - \frac{1}{4}y^4;$

4) $\frac{3}{2}a^2b - \frac{5}{8}a^2b + \frac{1}{8}a^2b - \frac{3}{16}a^2b.$

255. 1) $2m + q + q - 4m;$

2) $3a + 2b - b - a;$

3) $x^2 + 3y^2 + 4x - y^2;$

4) $5a^2 - 4b^2 - 3a^2 + b^2.$

Көпмүшені стандарт түрге келтір **(256—261):**

256. 1) $11x^2+4x-x^2-4x$; 3) $0,3c^2-0,1c^2-0,5c^3$;

2) $2y^2-3y+2y-2y^2$; 4) $1,2a^2+3,4a^2-0,8a^2$.

257. 1) $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{3}y+\frac{2}{3}x^2+\frac{1}{3}y$; 2) $\frac{1}{5}a^2+\frac{3}{4}b^2+\frac{4}{5}a^2-\frac{3}{4}b^2$;

3) $2ab+0,7b^2-5ab+1,2b^2+8ab$;

4) $5xy-3,5y^2-2xy+1,3y^2-xy$.

258. 1) $-\frac{3}{4}xy+\frac{2}{3}x^2y+xy-\frac{5}{6}x^2y-\frac{1}{2}xy$;

2) $\frac{1}{2}ab^2-\frac{7}{8}ab^2+\frac{3}{4}a^2b-\frac{3}{8}a^2b-\frac{1}{2}ab^2$;

3) $-9,387a-3,89b+8,197a-1,11b-0,81a$;

4) $8,53x-4,73y-5,12x+2,27y+0,59x$.

259. 1) $2a^2b-8b^2+5a^2b+5c^2-3b^2+4c^2$;

2) $8xy^2+4x^3-5x^2y-3x^3+4x^2y-9xy^2$;

3) $\frac{1}{7}ab+\frac{3}{8}a^2-\frac{2}{5}b^3+\frac{6}{7}ab-\frac{3}{8}a^2+\frac{3}{5}b^3$;

4) $\frac{3}{5}ab^2-\frac{2}{3}ab+\frac{1}{4}a^3+\frac{8}{3}ab+\frac{2}{5}ab^2-\frac{3}{4}a^3+\frac{1}{2}a^3$.

260. 1) $5b3b-4c3b-5b2c-4c(-2)c$;

2) $b8b-3c8b+5cb-3c5c$;

3) $6a^2 2a^2+5b^2 2a^2-6a^2 4b^2-5b^2 4b^2$;

4) $2x^2\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}ab3a+1\frac{1}{4}y\frac{4}{5}x^2+aab$.

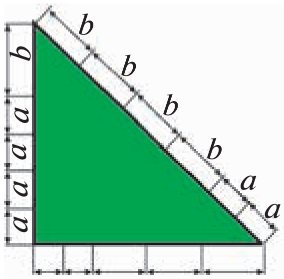
261. 1) $-9a^2\frac{1}{3}b+a^2b+24a^2\frac{1}{4}c$;

2) $2ab\frac{1}{3}ac-4aca-a^2bc$;

3) $4x^2\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}ab9a+4y\frac{4}{5}x^2+aba$;

4) $5a\frac{1}{2}b+\frac{2}{3}a\left(\frac{1}{4}b^2\right)-5b(0,5a)-\frac{1}{3}a^2\left(\frac{1}{15}ab\right)$.

§ 15. Көпмүшеліктерді қосу және азайту



11- сурет.

Өлшемдері 11-суретте көрсетілген үшбұрышты қарастырамыз. Оның P периметрі қабырғаларының ұзындықтарының қосындысына тең.

$P = (2a + 3b) + (4a + b) + (2a + 4b).$

Бұл өрнек мына төмендегі үш көпмүшенің қосындысы:

$$2a + 3b, \quad 4a + b, \quad 2a + 4b.$$

Жақшаны ашу ережесі бойынша:

$$P = 2a + 3b + 4a + b + 2a + 4b.$$

Ұқсас мүшелерді біріктірсек,

$$P = 8a + 8b$$

теңдігі шығады.

Кез келген көпмүшенің алгебралық қосындысы осылайша ықшамдалады, мысалы:

$$(2n^2 - m^2) - (n^2 - m^2 + 3q^2) = 2n^2 - m^2 - n^2 + m^2 - 3q^2 = n^2 - 3q^2;$$

$$(3ab - 4bc) + (bc - ab) - (ac - 3bc) =$$
$$= 3ab - 4bc + bc - ab - ac + 3bc = 2ab - ac.$$

Бірнеше көпмүшелер қосылғанда және азайтылғанда көпмүшелік шығады.

! *Бірнеше көпмүшеліктердің алгебралық қосындысын стандарт түрде жазу үшін жақшаларды ашып, ұқсас мүшелерін біріктіру керек.*

Көпмүшелік қосылғанда және айырмасын тапқанда, сандарды қосқан және азайтқан сияқты «баған» түрінде жазып есептеу қолайлы. Мұнда ұқсас мүшелері бірінің астына екіншісі тұратындай жазылады, мысалы,

1) $+\begin{array}{r} 5a-4bc+3ac \\ 3bc-7ac \\ \hline 5a-bc-4ac \end{array}$;

2) $-\begin{array}{r} 5abc-2ab+4ac-bc \\ 3abc-3ab-ac+3bc \\ \hline 2abc+ab+5ac-4bc \end{array}$.

Жаттығулар

Көпмүшенің алгебралық қосындысын тап **(262—267):**

262. 1) $8a+(-3b+5a)$; 3) $(6a-2b)-(5a+3b)$;

2) $5x-(2x-3y)$; 4) $(4x+2)+(-x-1)$.

263. 1) $3x^2-(4x^2+2y)$; 3) $0,6a^2-(0,5a^2-0,4a)$;

2) $2a^2-(b^2-3a^2)$; 4) $1\frac{1}{2}b^2-\left(2b^2-1\frac{1}{4}\right)$.

264. 1) $\left(2\frac{3}{5}b-\frac{3}{4}b^2\right)+\left(\frac{1}{4}b^2-1\frac{3}{5}b\right)$;

2) $(0,1c-0,4c^2)-(0,1c-0,5c^2)$;

3) $(13x-11y+10z)-(-15x+10y-15z)$;

4) $(17a+12b-14c)-(11a-10b-14c)$.

265. 1) $(7m^2-4mn-n^2)-(2m^2-mn+n^2)$;

2) $(5a^2-11ab+8b^2)+(-2b^2-7a^2+5ab)$;

3) $(11ac+13bc+17b^2)-(10ac+10bc-3b^2)$;

4) $(41z+13az+26az^2)-(16z+13az-4az^2)$.

266. 1) $\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b\right)-\left(\frac{5}{2}a-\frac{2}{3}b\right)+(a+b)$;

2) $(0,3a-1,2b)+(a-b)-(1,3a-0,2b)$;

3) $(11p^3-2p^2)-(p^3-p^2)+(-5p^2-3p^3)$;

4) $(5x^2+6x^3)+(x^3-x^2)-(-2x^3+4x^2)$.

267. 1) $(-2x^3+xy^2)+(x^2y-1)+(x^2y-xy^2+3x^3)$;

2) $(3x^2+5xy+7x^2y)-(5xy+3x^2)-(7x^2y-3x^2)$;

3) $\left(8a^2-10ab-b^2\right)+\left(-6a^2+2ab-b^2\right)-\left(a^2-8ab+4b^2\right)$;

4) $\left(4a^2-2ab-b^2\right)-\left(-a^2+b^2-2ab\right)+\left(3a^2+b^2-ab\right)$.

268. Көпмүшеліктердің қосындысы мен айырмасын тап:

1) $0,1x^2+0,02y^2$ және $0,17x^2-0,08y^2$;

2) $0,1x^2-0,02y^2$ және $-0,17x^2+0,08y^2$;

3) $a^3-0,12b^3$ және $0,39a^3-b^3$;

4) $a^3+0,12b^3$ және $-0,39a^3+b^3$.

269. Көпмүшеліктің қосындысын «баған» тәсілмен тап:

1) $3ab+a^2-2b^2$ және $2a^2-3ab$;

2) $3x^2+2xy-4y^2$ және $4y^2-2xy+3x^2y^2-x^3$.

270. Көпмүшеліктің қосындысын «баған» тәсілмен тап:

1) $3a^2+8a-4$ және $3+8a-5a^2$;

2) b^3-3b^2+4b және $b+2b^2+b^3$.

271. 1) Егер $P=5a^2+b$, $Q=-4a^2-b$ болса, онда $P+Q$ өрнегі неге тең?

2) Егер $P=2p^2-3q^3$, $Q=2p^2-4q^3$ болса, онда $P-Q$ өрнегі неге тең?

3) Егерде $A=a^2-b^2+ab$, $B=2a^2+3ab-5b^2$, $C=-4a^2+$ $+2ab-3b^2$ болса, $A+B+C$-ны тап;

4) Егерде $A=2a^2-3ab+4b^2$, $B=3a^2+4ab-b^2$, $C=a^2+$ $+2ab+3b^2$ болса, $A-B+C$-ны тап.

272. Дәлелде:

1) тізбектес бес натурал санның қосындысы 5-ке бөлінетінін;

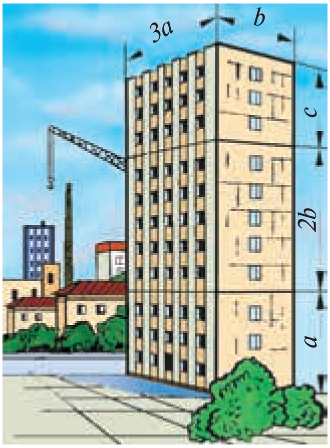
2) тізбектес төрт натурал санның 4-ке бөлінбейтінін;

3) тізбектес төрт тақ натурал санның қосындысы 8-ге бөлінетінін;

4) тізбектес төрт жұп натурал санның қосындысы 4-ке бөлінетінін.

273. Автобуста n жолаушы бар еді. Алғашқы екі аялдаманың әрқайсысында m жолаушы автобустан түсті, ал үшінші аялдамада ешкім түспеді, бірақ бірнеше адам автобусқа мінді, содан соң автобустағы жолаушылар саны k болды. Үшінші аялдамада неше адам автобусқа шыққан?

§ 16. Көпмүшелікті бірмүшелікке көбейту



12-сурет.

Өлшемдері 12-суретте көрсетілгендей тік бұрышты параллелепипедті қарастырайық. Параллелепипедтің көлемі табанының ауданы мен биіктігінің көбейтіндісіне тең:

$$(a + 2b + c)(3ab).$$

Бұл өрнек $a + 2b + c$ көпмүшелігі мен $3ab$ бірмүшелігінің көбейтіндісі болады.

Көбейтудің үлестірімділік заңын қолданып, бұны былайша жазуға болады:

$$(a + 2b + c)(3ab) = a(3ab) + 2b(3ab) + c(3ab) = 3a^2b + 6ab^2 + 3abc.$$

Кез келген көпмүшелікті бірмүшелікке көбейту де дәл осылай орындалады, мысалы:

$$\left(2n^2m - 3nm^2\right)\left(-4nm\right) = \left(2n^2m\right)\left(-4nm\right) + \left(-3nm^2\right)\left(-4nm\right) = -8n^3m^2 + 12n^2m^3;$$

$$\left(3a^2 - 4ab + 5c^2\right)\left(-5bc\right) = 3a^2\left(-5bc\right) - 4ab\left(-5bc\right) + 5c^2\left(-5bc\right) = -15a^2bc + 20ab^2c - 25bc^3.$$

! *Көпмүшелікті бірмүшелікке көбейту үшін осы бірмүшені көпмүшенің әрбір мүшесіне көбейтіп, шыққан көбейтінділерді қосу керек.*

Көпмүшені бірмүшелікке көбейту нәтижесінде жаңа көпмүшелік пайда болады. Пайда болған көпмүшенің әрбір мүшесін стандарт түрде жазып, ықшамдау керек. Аралықтағы нәтижелерді жазбастан, бірмүшелікті ауызша көбейтіп, бірден жауабын жазуға да болады, мысалы,

$$\left(-3ab+2a^2-4b^2\right)\left(-\frac{1}{2}ab\right)=\frac{3}{2}a^2b^2-a^3b+2ab^3.$$

$$\left(-3ab\ \boxed{+2a^2}\ -4b^2\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}ab\right)=\frac{3}{2}a^2b^2\ \boxed{-a^3b}\ +2ab^3.$$

Бірмүшелікті көпмүшелікке көбейту де дәл осылай орындалады, себебі көбейткіштердің орны ауысқанмен, көбейтінді өзгермейді, мысалы, $4pq(3p^2-q+2)=12p^3q-4pq^2+8pq$.

Жаттығулар

Көпмүшелік пен бірмүшенің көбейтіндісін табыңдар **(274—278):**

274. 1) $(-5)\cdot(10+m)$; 2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot(-2+x)$; 3) $(2y-5)\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)$; 4) $(-2m+3n)\cdot(-10)$;

275. 1) $(a-b)n$; 2) $(-5x+4y)2z$; 3) $-6x(5y-2x)$; 4) $(x^2-x+1)x$.

276. 1) $7ab(2a+3b)$; 2) $5a^2b(15b+3)$; 3) $12p^2q(q^2p-q^2)$; 4) $3xy^2(xy-2x^3)$.

277. 1) $17a(5a+6b-3ab)$; 2) $8ab(2b-3ac+c^2)$; 3) $3x^2y(5x+6y+7z)$; 4) $xyz(x^2+2y^2+3z^2)$.

278. 1) $\left(\frac{1}{2}a^3b^2-\frac{3}{4}ab^4\right)\frac{4}{3}a^3b$; 2) $\left(\frac{2}{3}a^2b^4+\frac{1}{2}a^3b\right)\frac{3}{2}ab^3$;

Өрнекті ықшамда **(279—281):**

279. 1) $6(2t-3n)-3(3t-2n)$; 3) $-2(3x-2y)-5(2y-3x)$;
2) $5(a-b)-4(2a-3b)$; 4) $7(4p+3)-6(5+7p)$.

280. 1) $(x^2-1)3x-(x^2-2)2x$;
2) $(4a^2-3b)2b-(3a^2-4b)3b$;
3) $2(3a+4)+3(a-7)-7(2a-7)$;
4) $3(2x-1)-5(x-3)+6(3x-4)$.

281. 1) $5(0{,}8y-0{,}1)-0{,}7(4y+1)+8(0{,}7-0{,}4y)$;
2) $3\left(\frac{1}{2}x-1\frac{1}{2}\right)+2\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}\right)$; 3) $\frac{5}{4}\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{5}\right)-\frac{4}{5}\left(\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}\right)$;
4) $0{,}2(5y+6)-4(0{,}25y-1{,}3)+5(0{,}1y-1{,}62)$.

282. Алгебралық өрнектің сандық мәнін тап:
1) $7(4a+3b)-6(5a+7b)$, мұндағы $a=2$, $b=-3$;
2) $a(2b+1)-b(2a-1)$, мұндағы $a=10$, $b=-5$;
3) $3ab(4a^2-b^2)+4ab(b^2-3a^2)$, мұндағы $a=10$, $b=-5$;
4) $4a^2(5a-3b)-5a^2(4a+b)$, мұндағы $a=-2$, $b=-3$.

§ 17. *Көпмүшелікті көпмүшелікке көбейту*

Мына мысалды қарастырайық.

Мысал. Өлшемдері 13-суретте көрсетілген шкафтармен бекітілген қабырға бетінің ауданын тап.

△ Шкафтармен бекітілген қабырға бетінің ұзындықтары

$$2a + c + 2a = 4a + c \text{ және } a + b + a = 2a + b$$

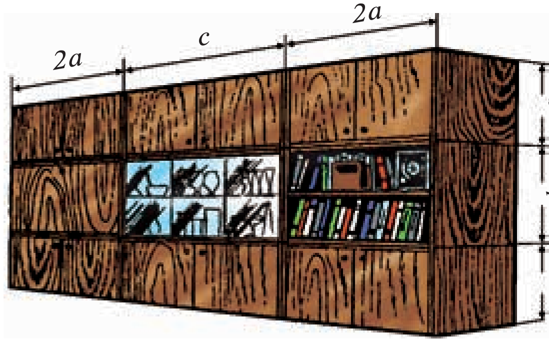
болатын тік төртбұрыштардан құралған. Бұл тік төртбұрыштың ауданы $S = (4a + c)(2a + b)$-ға тең. ▲

$(4a + c)(2a + b)$ өрнегі $(4a + c)$ және $(2a + b)$ көпмүшеліктердің көбейтіндісі.

Сандарды көбейтудің үлестірімділік заңын қолданып,

$$S = (4a + c)(2a + b) = 4a\,(2a + b) + c(2a + b)$$

деп жазуға болады. Содан кейін, $4a(2a + b) = 8a^2 + 4ab$ және $c(2a + b) = 2ac + bc$ болғандықтан, $S = 8a^2 + 4ab + 2ac + bc$.



13-сурет.

Сонымен, көпмүшені көпмүшеге көбейту үшін $4a + c$ көпмүшесінің әрбір мүшесіне көбейтуге және нәтижелерін қосуға тура келеді. Кез келген екі көпмүшені көбейту нақ осындай әдіспен орындалады, мысалы,

$$(7n-2m)\,(3n-5m) = (7n)\cdot(3n) + (7n)\cdot(-5m) + (-2m)\cdot(3n) +$$

$$+(-2m)\cdot(-5m) = 21n^2 - 35nm - 6mn + 10m^2 = 21n^2 - 41nm + 10m^2.$$

$$(\boxed{7n}\,(-2m))\,((3n)\,(-5m)) = \boxed{21n^2}\;\boxed{-35nm}\;(-6mn)\;(+10m^2).$$

Көпмүшені көпмүшеге көбейту үшін бірінші көпмүшенің әрбір мүшесін екінші көпмүшенің әрбір мүшесіне көбейтіп, одан шыққан көбейтінділерді қосады.

Көпмүшені көпмүшелікке көбейткенде жаңа көпмүшелік пайда болады. Пайда болған көпмүшені стандарт түрде жазу керек.

Мысалы,

$$(2a-4b+3c)(5b-c)=10ab-2ac-20b^2+4bc+$$

$$+15bc-3c^2=10ab-2ac-20b^2+19bc-3c^2.$$

Бірнеше көпмүшелердің көбейтіндісі кезекпен орындалады, мысалы,

$$(a+b)(a+2b)(a-3b)=\left(a^2+3ab+2b^2\right)(a-3b)=$$

$$=a^3-3a^2b+3a^2b-9ab^2+2ab^2-6b^3=a^3-7ab^2-6b^3.$$

Жаттығулар

Көпмүшеліктерді көбейт **(283—291):**

283. 1) $(a+2)(a+3)$; 3) $(m+6)(n-1)$;

2) $(z-1)(z+4)$; 4) $(b+4)(c+5)$.

284. 1) $(c-4)(d-3)$; 3) $(x+y)(x+1)$;

2) $(a-10)(-a-2)$; 4) $(-p+q)(-1-q)$.

285. 1) $(2x+1)(x+4)$; 3) $(3m-2)(2m-1)$;

2) $(2a+3)(5a-4)$; 4) $(5p-3q)(4p-q)$.

286. 1) $\left(\frac{1}{2}a+3b\right)\left(\frac{1}{2}a-3b\right)$; 3) $\left(\frac{1}{3}a-2b\right)\left(\frac{1}{3}a+2b\right)$;

2) $(0,3-m)(m+0,3)$; 4) $(0,2a+0,5x)(0,2a-0,5x)$.

287. 1) $\left(a^2+b\right)\left(a+b^2\right)$; 3) $\left(a^2+2b\right)\left(2a+b^2\right)$;

2) $\left(5x^2-6y^2\right)\left(6x^2-5y^2\right)$; 4) $\left(x^2+2x+1\right)(x+3)$.

288. 1) $(2a-b)\left(4a^2+2ab+b^2\right)$;

2) $(3a-2b)\left(9a^2+6ab+4b^2\right)$;

3) $(5x+3y)\left(25x^2-15xy+9y^2\right)$;

4) $(3a+2b)\left(9a^2-6ab+4b^2\right)$.

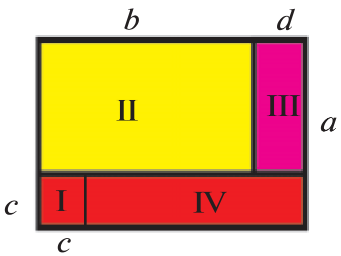
289. Нүктелердің орнына қандай бірмүшелерді жазсақ теңдік дұрыс болады:

1) $(2a-5b)(\ldots-\ldots)=6a^3-15a^2b-14ab+\ldots$;
2) $(\ldots-\ldots)(6x^2-5y^2)=12x^3+42x^2y-\ldots-35y^3$;
3) $(3a+4c)(\ldots+\ldots)=20ac+8bc+6ab+\ldots$;
4) $(\ldots+\ldots)(2a+5b)=\ldots+5ab+8ac+20b$?

290. 1) $(0,2x+0,2y-z)(x-y)$; 2) $(0,3x-0,3y+z)(x+y)$;

291. 1) $(a-b)(a+b)(a-3b)$; 3) $(x+3)(2x-1)(3x+2)$;
2) $(a+b)(a-b)(a+3b)$; 4) $(x-2)(3x+1)(4x-3)$.

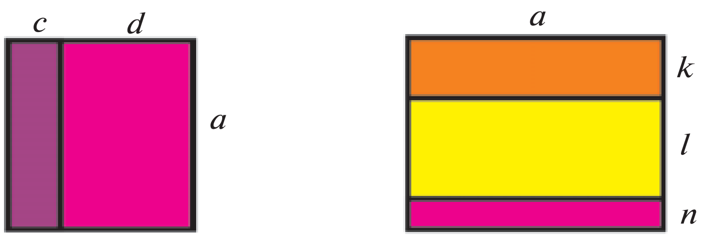
292. 1) Теңдіктің дұрыстығын дәлелде:
$c^2+b(a-c)+(b+d-c)c+d(a-c)=a(b+d)$;
2) Тік төртбұрыштың ауданын есептеу үшін екі өрнек құр (14-сурет).



14- сурет.

Тік төртбұрыштың ауданы I, II, III, IV тік төртбұрыш тар ауданының қосындысына тең екенін пайдалан және 1-теңдікке түсінік бер.

293. 1) Төмендегі пішіндердің ауданын және периметрін есептеу үшін формулалар құр (15-сурет):



15- сурет.

2) Пішіннің көмегімен:
а) $a(c+d)=ac+ad$;

b) $a \cdot (k+l+n) = ak + al + an$ теңдіктерін дәлелде. Осы формулалардың геометриялық мәнін ашып бер.

294. 1) $ABCD$ тік төртбұрышының (16-сурет) ауданы

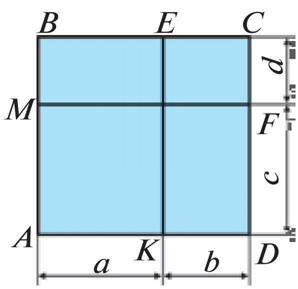
$$(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$$

екендігін көрсет.

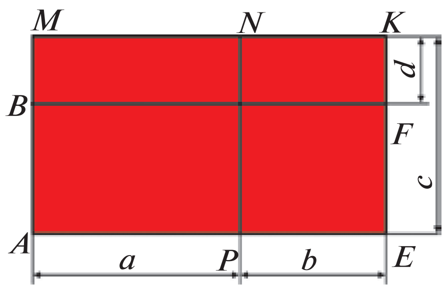
2) $ABFE$ тік төртбұрышының (17-сурет) ауданы

$$(a+b)(c-d) = ac + bc - ad - bd$$

екендігін көрсет.



16- сурет.



17- сурет.

§ 18. *Бірмүше мен көпмүшені бірмүшеге бөлу*

Бірнеше бірмүшелік пен көпмүшені қосу, азайту, көбейту және натурал көрсеткішті дәрежеге шығару нәтижесінде жаңа көпмүшелік пайда болатынын алдыңғы параграфтарда көрген болатынбыз. Айтылған бұл амалдардың арасында бөлу амалы кездеспеді. Бөлу амалын қамтитын өрнектер V тарауда толық баяндалады. Бөлу нәтижесінде де көпмүшелік пайда болады.

1. Бірмүшелікті бірмүшелікке бөлу.

Мысал. $32a^3b^2$ бірмүшесін $4a^2$ бірмүшелігіне бөл.

△ Санды сандар көбейтіндісіне бөлу ережесіне сүйене отырып, санды көбейткішке бөлу кезінде ол санды көбейтіндінің бірінші көбейткішіне бөлу керек, содан кейін пайда болған нәтижені екінші көбейткішке бөлу керек және т.с.с. Демек,

$$\left(32a^3b^2\right) : \left(4a^2\right) = \left(\left(32a^3b^2\right) : 4\right) : a^2.$$

Енді мына ережені қолданамыз: көбейтіндіні санға бөлгенде көбейтіндінің көбейткіштерінің бірі сол санға бөлінуі керек. Онда:

$$\left(32a^3b^2\right) : 4 = (32 : 4)\,a^3b^2 = 8a^3b^2;$$
$$\left(8a^3b^2\right) : a^2 = \left(8a^3 : a^2\right)b^2 = 8ab^2.$$

Сонымен,

$$\left(32a^3b^2\right) : \left(4a^2\right) = 8ab^2. \blacktriangle$$

Бірмүшеліктер басқа жағдайларда да осылайша бөлінеді, мысалы,

$$4a^2b^3 : \left(4a^2b^3\right) = 1;$$

$$\left(66a^4b^2c\right) : \left(22a^2b\right) = 3a^2bc;$$

$$\left(9k^2n^2m^2\right) : \left(-3kn^2m^2\right) = -3k.$$

Бөлу нәтижесін көбейту арқылы тексереміз: *бөлінгіш бөлгіш пен бөліндінің көбейтіндісіне тең болуы керек*.

Мысалы, $\left(56a^5b^3c\right) : \left(7a^2b^2c\right) = 8a^3b$ — бөлу дұрыс орындалған, өйткені $56a^5b^3c = \left(7a^2b^2c\right)8a^3b$.

2. Көпмүшелікті бірмүшелікке бөлу.

Мысал. $2a^2b + 4ab^2 + 8abc$ көпмүшесін $2ab$ бірмүшелігіне бөл.

△ Мына ережені қолданамыз: қосындыны санға бөлу кезінде әрбір қосылғышты сол санға бөлу керек, яғни

$$\left(2a^2b + 4ab^2 + 8abc\right) : (2ab) = \left(2a^2b\right) : (2ab) +$$
$$+ \left(4ab^2\right) : (2ab) + (8abc) : (2ab) = a + 2b + 4c. \blacktriangle$$

Көпмүшелікті бірмүшелікке бөлгенде басқа жағдайларда осындай бөлінеді, мысалы,

$$\left(9a^3b^2 - 3a^2b^3 + a^2b^2\right) : \left(3a^2b^2\right) =$$
$$= \left(9a^3b^2\right) : \left(3a^2b^2\right) + \left(-3a^2b^3\right) : \left(3a^2b^2\right) + \left(a^2b^2\right) : \left(3a^2b^2\right) = 3a - b + \frac{1}{3}.$$

Көпмүшелікті бірмүшелікке бөлу үшін көпмүшеліктің әрбір мүшесін бірмүшелікке бөліп, шыққан нәтижелерді қосу керек.

Көпмүшелікті бірмүшелікке бөлудің дұрыс орындалғанын, көбейту арқылы тексеруге болады. Мысалы,

$$(36n^4m^2 - 45n^2m^4) : (9n^2m^2) = 4n^2 - - 5m^2$$

дұрыс орындалған, өйткені

$$36n^4m^2 - 45n^2m^4 = \left(4n^2 - 5m^2\right)\left(9n^2m^2\right).$$

Қарастырылған мысалдарда бірмүшелікті (көпмүшелікті) бірмүшелікке бөлу нәтижесінде бірмүшелік (көпмүшелік) пайда болады. Бұндай жағдайда бірмүшелікті (көпмүшелікті) бірмүшелікке қалдықсыз бөлу барлық уақытта орындала бермейді. Мысалы, $ab + ac$ көпмүшелігі ab бірмүшелігіне қалдықсыз (бүтіндей) бөлінбейді.

Бірмүшелікті (көпмүшелікке) бірмүшелікке бөлгенде, бөлінгіштегі әріптердің нөлге тең болмайтын мәндерін қабылдай алады деп ұйғарылады.

Жаттығулар

Бөлуді орында **(295—305):**

295. 1) $b^5 : b^2$; 2) $y^{11} : y^7$; 3) $a^7 : a^7$; 4) $b^9 : b^9$.

296. 1) $12x : 4$; 2) $(-15a) : 5$; 3) $(-18y) : 6$; 4) $10c : (-2)$.

297. 1) $8c : (-2)$; 2) $\frac{2}{3}a : 5$; 3) $\left(-\frac{1}{2}b\right) : 2$; 4) $3c : \left(-\frac{1}{3}\right)$.

298. 1) $\frac{2}{5}x : (-2)$; 2) $(-7m) : \left(-\frac{7}{9}\right)$; 3) $-\frac{3}{4}a : \left(-\frac{8}{9}\right)$; 4) $\frac{16}{25}b : \frac{4}{5}$.

299. 1) $5a : a$; 2) $8x : x$; 3) $5a : (-a)$; 4) $(-7y) : (-y)$.

300. 1) $(-6x):(2x)$; 3) $(-6xy):(-3xy)$;

2) $15z:(5z)$; 4) $12ab:(-4ab)$.

301. 1) $3a:\left(\frac{1}{2}a\right)$; 3) $(-5c):\left(\frac{1}{3}c\right)$;

2) $\frac{2}{3}b:\left(-\frac{2}{5}b\right)$; 4) $(-1{,}69n):(1{,}3n)$.

302. 1) $8abc:(-4a)$; 3) $-6{,}4xy:(-4x)$;

2) $(-10pq):(6q)$; 4) $(-0{,}24abc):(-0{,}6ab)$.

303. 1) $14a^5:(7a^2)$; 3) $(-0{,}2a^{10}):(-a^{10})$;

2) $(-42m^7):(6m)$; 4) $\left(-2\frac{1}{3}a^{17}\right):(-2a^{17})$.

304. 1) $\frac{1}{3}m^3n^2p^2:\left(-\frac{2}{3}m^2n^2p^2\right)$; 3) $(28{,}9p^2q^2y^3):(-1{,}7p^2y^3)$;

2) $\left(-1\frac{1}{2}a^4b^3c^2\right):\left(-\frac{2}{3}a^3bc^2\right)$; 4) $(-6a^3b^2c):(-2a^2bc)$.

305. 1) $20m^4n^3:(-5m^2n^3)$; 3) $\left(-\frac{2}{5}a^4x^3y^2\right):\left(-\frac{1}{2}a^3xy^2\right)$;

2) $(-1{,}3a^3x^2y^3):(16{,}9a^2xy)$; 4) $\left(-\frac{3}{4}a^5b^3c\right):\left(-1\frac{1}{2}a^2b^2c\right)$.

306. Өрнекті ықшамда:

1) $(4a^3b^2)^3:(2a^2b)^2$; 3) $(-abc^2)^5:(-a^2bc^3)^2$;

2) $(9x^2y)^3:(3xy)^2$; 4) $(-x^2y^3z)^4:(xyz)$.

Бөлуді орында **(307—310):**

307. 1) $(12a+6):3$; 3) $(14m-8):(-2)$;

2) $(10b-5):5$; 4) $(-6+3x):(-3)$.

308. 1) $(5mn-6np):n$; 3) $(x-xy):x$;

2) $(4a^2-3ab):a$; 4) $(cd-d):(-d)$.

309. 1) $(3a^2b-4ab^3):(5ab)$;

2) $(2c^5b^4+3c^4b^3):(-3c^4b^3)$;

3) $(-27k^4l^5+21k^3l^2):(-10k^3l^2)$;

4) $(-a^5b^3+3a^6b^2):(4a^4b^2)$.

310. 1) $(6a-8b+10):2$;

2) $(8x+12y-16):(-4)$;

3) $(10a^2-12ab+8a):(2a)$;

4) $(2ab+6a^2b^2-4b):(2b)$.

311. Өрнекті ықшамда:

1) $(6a^3-3a^2):a^2+(12a^2+9a):(3a)$;

2) $(8x^3-4x^2):(2x^2)-(4x^2-3x):x$;

3) $(3x^3-2x^2y):x^2-(2xy^2+x^2y):\left(\frac{1}{3}xy\right)$;

4) $(a^2b-3ab^2):\left(\frac{1}{2}ab\right)+(6b^3-5ab^2):b^2$.

312. Саяжай тік төртбұрышты пішінде, оның ұзындығы енінен 1,5 есе ұзын. Канал қазу керек болған соң оның ұзындығын 6 метрге қысқартты, енін болса 6 м ұзартты. Нәтижеде саяжайдың ауданы алдынғы ауданына қарағанда 84 м2 -қа артты. Саяжайдың алдынғы периметрі мен ауданын тап.

Өзіңді тексеріп көр!

1. Өрнекті дәреже түрінде жаз:

$5^3\cdot5^2$; $3^8:3^6$; $(2^3)^4$; $3^5\cdot2^5$.

2. Өрнекті ықшамда: $(3b+c^2-d)-(c^2-2d)$.

3. Амалдарды орында:

$(-0,25a^3b^2c)\cdot(5abc)$; $(7m^2-20mn-10m):(10m)$.

4. Өрнекті ықшамда және оның $m=-0,25$ болғандағы сандық мәнін тап:

$2m(m-1)+(m-2)(m+2)+2m$.

313. Математика тілінде жаз:
1) m-санының квадратын;
2) a-санының кубын;
3) c мен 3 сандары қосындысының квадратын;
4) c мен 3 сандары квадраттарының қосындысын.

314. Математика тілінде жаз:
1) n және m сандары айырмасының квадратын;
2) n және m сандары квадраттарының айырмасын;
3) n және m сандары айырмасының кубын;
4) $\frac{1}{2}$ және b сандар кубтарының айырмасын.

315. Квадраттың қабырғасы c м тең. Оның периметрі мен ауданын тап.

316. Тік төртбұрыш пішінді айнаның ұзындығы енінен 30 см ұзын. Оны терезенің рамасына салу үшін ұзындығы мен енінен 10 см кесті. Айнаның кесілген бөлігінің ауданы 1400 см^2. Оның алғашқы өлшемін тап.

317. Бір қабырғасы екінші қабырғасынан 3 есе ұзын тік төртбұрыштың бір қабырғасын x-пен белгілеп, оның ауданының формуласын жаз.

318. Қыры 1 м куб қыры 1 дм болған кубтарға ажыратылса және олар бірінің үстіне бірін қойылса, қандай биіктіктегі баған пайда болар еді?

319. Егер адамның жүрегі 1 минутта орташа 75 рет соқса, онда ол бір тәулікте неше рет соғады?

320. Оқушы 1 m^3 тығынды көтере ала ма? (1 см^3 тығынның массасы 0,2 г.).

321. Мына сандарды стандарт түрде жаз:
1) 0 °С және 760 мм сынап бағ. қысымды 1 см^3 газдағы молекулалар саны 27 000 000 000 000 000 000-ға тең;

2) парсек (астрономияда қабылданған ұзындық бірлігі) 30 800 000 000 000 км-ге тең;
3) электронды есептегіш машинасы 1 секундта 1 000 000 амал орындай алады.

322. Жер шарының ауданы 510 млн км^2-тан артық. Жердің көлемі 1000 млрд км^3-тан артық. Бұл сандарды стандарт түрде жаз.

323. 1 литр теңіз суында орта есеппен 0,00001 мг алтын бар. 1 км^3 теңіз суында қанша алтын бар?

324. Көпмүшелікті стандарт түрде жаз:

1) $(2m)(4n)-3a(2b)-(0,2n)(5m)+b(5a)-5nm+8ab$;

2) $13ab-0,2xy-(2a)(5b)+(6x)(0,2y)+a(-3)b$;

3) $2abc5a+1\frac{5}{7}a^2\frac{7}{12}bc-2\frac{2}{3}ab\left(-\frac{3}{8}\right)a$;

4) $3nmk4n-\frac{3}{8}nm2\frac{2}{3}nk+\frac{2}{9}n^2m\left(-4\frac{1}{2}\right)k$.

325. Көпмүшеліктің мәнін тап:

1) $-0,08x+73xy^2+27xy^2$, мұндағы $x=4, y=0,2$;

2) $-2a^2b+4b+11a^2b$, мұндағы $a=-\frac{1}{3}, b=2\frac{3}{4}$;

3) $5p^3-3p^2+11p-7p-6p^2-7p^2+p$, мұндағы $p=-1$;

4) $8x^2-7x^3+6x-5x^2+2x^3+3x^2-8x$, мұндағы $x=1$.

326. Көпмүшеліктің алгебралық қосындысын тап:

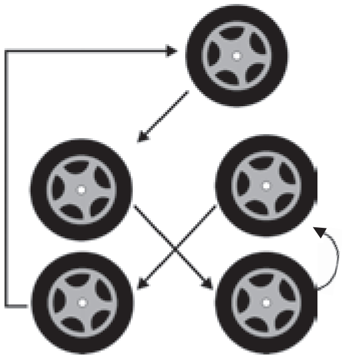
1) $(-2x^3+xy^2)+(x^2y-1)+(x^2y-xy^2+3x^3)$;

2) $(3x^2+5xy+7x^2y)-(5xy+3x^2)-(7x^2y-3x^2)$;

3) $(8a^2-10ab-b^2)+(-6a^2+2ab-b^2)-(a^2-8ab+4b^2)$;

4) $(4a^2-2ab+b^2)-(-a^2+b^2-2ab)+(3a^2+b^2-ab)$.

№ 6 *Жаңа «Spark» автомобилінің иесі жүріп тұрған доңғалақтарын, запастағы доңғалақтарын суретте көрсетілгендей алмастырды. 30 000 км жол жүргеннен соң «Spark-тің» доңғалақтары бірдей жейілгені белгілі болды. Әрбір доңғалақ неше километр жол жүрген (18-сурет)?*



18- сурет.

Көпмүшеліктерді көбейт **(327—328):**

327. 1) $(0,3x+0,3y-z)(x-z)$; 3) $\left(\frac{1}{4}m-\frac{1}{4}n+\frac{1}{5}p\right)(20m+8)$;

2) $(0,5x-0,5y+z)(x+y)$; 4) $(0,2a^2-0,4a+1)(5a^2-10)$.

328. 1) $(a-b)(a+b)(2a-3b)$; 3) $(x+2)(3x+1)(2x-1)$;

2) $(a+b)(a-b)(2a+3b)$; 4) $(x-3)(2x+1)(3x-1)$.

329. Бөлуді орында:

1) $(0,01a^4-0,2a^3+0,04a^2+0,002a):(0,01a)$;

2) $(-0,05x^5-0,08x^4-0,09x^3+0,01x^2):(-0,01x^2)$;

3) $\left(-4m^5n^2-\frac{4}{9}m^4n^5+\frac{2}{3}m^3n^6\right):\left(\frac{2}{3}m^3n^2\right)$;

4) $\left(\frac{3}{4}a^6x^3+\frac{6}{5}a^3x^4-\frac{9}{10}ax^5\right):\left(\frac{3}{5}ax^3\right)$.

III тарауға арналған сынақ жаттығулары — тест

1. Есепте: $(3^3\cdot 9^5):81^3$.

A) 3; B) $\frac{1}{3}$; C) $\frac{1}{9}$; D) $\frac{1}{27}$.

2. Есепте: $\dfrac{a^8(b^4)^4}{(b^2)^6\cdot(a^2)^3\cdot(ab)^2}$.

A) a^2b^2; B) b^2; C) a^2; D) $\dfrac{1}{b^2}$.

3. Бірмүшеліктің сандық мәнін тап:

$\frac{1}{5}a^2b^3c$, мұндағы $a=-2,\ b=-1,\ c=10$.

A) $-\frac{4}{5}$; B) $\frac{4}{5}$; C) -8; D) 8.

4. Бірмүшелікті стандарт түрде жаз: $2^4ab^2\left(-\frac{1}{2}\right)^3a^2b$

A) $-2a^3b^3$; B) $\frac{4}{3}a^3b^3$; C) $-\frac{4}{3}b^3a^3$; D) $4a^3b^3$.

5. Бірмүшеліктерді көбейт: $\left(-\frac{7}{15}a^3b^2c^3\right)\left(\frac{9}{14}ab^2c\right)$.

A) $0,3a^3b^4c^4$; B) $-0,3(abc)^4$;

C) $-\frac{9}{15}a^4b^2c^3b^2$; D) $\frac{9}{15}a^4c^4b^3$.

6. Көпмүшелікті оның әрбір мүшелерін стандарт түрге келтіріп ықшамда: $3b^2a5ab-6b^24aba+ab4ab^2$.

A) $43\ a^3b^3$; B) $43a^2b^3$; C) $-5a^3b^2$; D) $-5a^2b^3$.

7. Көпмүшеліктердің алгебралық қосындысын тап:

$\left(0,5a+\frac{2}{3}b\right)-\left(\frac{7}{2}a-\frac{1}{3}b\right)+2(a+b)$.

A) $a+3b$; B) $-a+3b$; C) $-a-3b$; D) $a-3b$.

8. Көпмүшелікті бірмүшелікке көбейт: $\left(4a-\frac{1}{3}x\right)\cdot(-3x)$.

A) $-12ax-3x^2$; B) $3x^2-12ax$; C) $3x^2+12ax$;

D) x^2-12ax.

9. Ықшамда: $5a(0,4a-b)-4a\left(\frac{1}{4}a-b\right)$.

A) $a(a-b)$; B) $a(a+b)$; C) a^2+9ab; D) $3a^2+9ab$.

10. Көпмүшеліктерді көбейт: $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$.

A) a^3-b^4; B) a^4+b^3; C) a^3-b^3; D) a^4-b^4.

11. Бөлуді орында: $(16a^3b^2-4a^2b^3+a^2b^2):(4a^2b^2)$.

A) $4a-b+\frac{1}{4}$; B) $4a+b+4$; C) $4ab-\frac{1}{6}+4$; D) $4a-4b+4$.

12. Өрнекті ықшамда: $\left(18a^4+21a^2\right):3a^2-5a\left(2a+\frac{1}{a}\right)$.

A) $4a^2+2$; B) $16a^2+12$; C) $-4a^2+2$; D) $16a^2+2$.

13. Көпмүшеліктерді көбейт: $(a+2b)(a-2b)(a^2+4b^2)$.

A) a^4-16b^4; B) a^4-8b^3; C) a^3-8b^3; D) a^4+16b^4.

Есепте **(14—16):**

14. $(-0,2)^5:(-0,1)^4$.

A) $-3,2$; B) $3,2$; C) $0,00032$; D) $-0,00032$.

15. $-(-3)^3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)^2$.

A) -3; B) 3; C) $-2,7$; D) $\frac{1}{9}$.

16. $(5,2)^3:(1,3)^2$.

A) 832; B) 8,32; C) 83,2; D) 5,2.

17. Көпмүшелікті бірмүшелікке көбейт:

$\left(\frac{18}{35}a^2-\frac{2}{7}ab+0,6b^2\right)\cdot(-35ab)$.

A) $-18a^3b+10a^2b^2-21ab^3$; B) $-18a^3b-10a^2b^2+21ab^3$;

C) $35a^3b-10ab-28ab^3$; D) $-18a^3-10ab+21a^2b^3$.

25. Есепте: $\frac{(1,3)^6}{(1,69)^4} \cdot \frac{(5,2)^8}{(2,6)^6 \cdot 2^{10}}$.

A) 4; B) 2,6; C) 1; D) 1,69.

Тарихи мағлұматтар

Айнымалы шамаларды әріптер арқылы белгілеу гректің данышпан ғалымы, математигі Диофант (III-ғасыр) еңбектерінде кездеседі. Коэффициенттерді, белгілі шамаларды да әріптермен белгілеуді Ф. Виет (1540—1603) қолданған. Алгебралық теңдеулердің жалпы жағдайда қолдану әріптік коэффициенттер енгізілгеннен кейін ғана мүмкін болды. Ф. Виет дауысты үлкен латын әріптерін — *B, G, D,* ... мен коэффициенттерін, дауысты әріптерін — *A, E, I,* ... мен белгісіздері белгілеген. Әйгілі француз математигі және философы Р. Декарт (1596—1650) коэффициенттерін, латын әліппесінің алғашқы (кіші) әріптері *a, b, c, d*, ... ді, белгісіздерді белгілеу үшін әліппенің соңғы әріптері *x, y, z* терді пайдаланған. Дәреженің қазіргі заманғы белгілеуін a^2, a^3, ..., a^n (n — натурал сан) Декарт енгізген (1637 жыл).

«Ал-жабр вал муқобала» еңбегінің «Көбейту туралы тарауында» әл-Хорезми бірмүшелерді көбейтуге, екімүшелікті екімүшелікке көбейтуге және ықшамдауға қатысты есептерді қарастырады. Әл-Хорезми есептерінің кейбіреулерін келтіреміз.

1) $(10-x)x$;

2) $(10+x)(10+x)$;

3) $(10-x)(10-x)$;

4) $(10-x)(10+x)$;

5) $\left(10+\frac{x}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}-5x\right)$;

6) $(10+x)(x-10)$;

7) $(100+x^2-20x)-(50+10x-2x^2)$;

8) $(100+x^2-20x)+(50+10x-2x^2)$.

Әл Хорезми, Ахмад Фарғони, Беруни, ал-Каши шығармаларында алгебралық символика болмаған. Математик Әбу Хасан Али ибн Мұхаммед ал-Каласади (XV ғасыр) шығармасында алгебралық символика элементтерін кездестіруге болады. Ал-Каласади теңдеулерді белгісіздің бірінші дәрежесі «шаи» сөзінің бірінші әрпімен, квадратын «мол» сөзінің, кубын «каб» сөзінің бірінші әріптерімен белгілеген. Теңдік, «=» белгісі орнына «адала» (теңдік) сөзіндегі *а* әрпін алған. Біз үйренетін «Алгебра» курсының символикасы (берілгендер жүйесі) XIV—XVII ғасырларда енгізілген.

Әл Хорезми теңдеулерін шеш:

1) $110-x+\frac{1}{3}\cdot(20+x)-x=4x$;

2) $300-x+\frac{4}{11}\cdot(100-10-x)-20=2x$;

3) $500-x+100-\frac{x}{5}-\frac{3}{4}x=2\cdot\left(100+x+\frac{3}{4}x\right)$;

4) $300-x-\frac{x}{3}+100-\frac{x}{3}x-\frac{x}{3}=4\cdot\left(x+\frac{x}{3}\right)$.

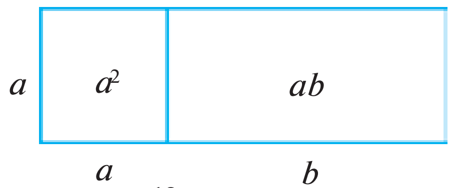
IV ТАРАУ

КӨПМҮШЕЛЕРДІ КӨБЕЙТКІШТЕРГЕ ЖІКТЕУ

§ 19. Ортақ көбейткішті жақша сыртына шығару

1-есеп. 1-бақтың ұзындығы 427 метрлік квадрат пішінде, оған тұтас 2-бақ тік төртбұрыш пішінде, оның ені 427 м, ұзындығы 573 м. Бақтардың алаңы бірге неше гектарды құрайды?

△ Егер $a = 427$ м, $b = 573$ м белгілеуді енгізсек, іздеп жатқан аудан $S = a^2 + ab$ (м²) болады.



19- сурет.

Бұл өрнекке a және b-ның мәндерін қойып есептеу уақытты алады. Дегенмен екі бақтың біргеліктегі алаңы S-ті $a(a+b)$ көбейтіндісі де өрнектейді, яғни $a^2+ab = a(a+b)$ (19- суретке қара). a^2+ab өрнек оған тең $a(a+b)$ өрнегіне алмастырылса, есептеу ықшамдалады. Шындығында $a^2+ ab= = a \cdot (a+b) = 427 \cdot (427+573)=427\,000$ (м²) $= 42{,}7$(га) .

Жауабы: 42,7 га. ▲

> *Көпмүшелікті екі немесе бірнеше көпмүшеліктердің көбейтіндісі түрінде өрнектеу көпмүшені көбейткіштерге жіктеу (жазу) деп аталады.*

Көпмүшені көбейткіштерге жіктеу алгебралық өрнектермен амалдар орындау кезінде өте көп қолданылады.

2-есеп. $ab + ac - ad$ өрнегінің $a = 43$, $b = 26$, $c = 17$, $d = 23$ болғандағы сандық мәнін табыңдар.

△ Есептеуді мына тәртіппен орындаймыз:

$43 \cdot 26 + 43 \cdot 17 - 43 \cdot 23 = 43 \cdot (26 + 17 - 23) = 43 \cdot 20 = 860$. ▲

Мұнда көбейтудің үлестірімділік заңы қолданылған:

$$ab + ac - ad = a(b + c - d).$$

$43 \cdot 26 + 43 \cdot 17 - 43 \cdot 23$ — сандық өрнегінің ортақ көбейткіші 43 саны болады: $ab + ac - ad$ алгебралық өрнегінің ортақ көбейткіші a-ға тең.

Егер көпмүшелік мүшелерінің (санды немесе әріпті) ортақ көбейткіші бар болса, онда сол көбейткішті жақшаның сыртына шығаруға болады.

Жақшаның ішінде берілген көпмүшелікті сол ортақ көбейткішке бөлу нәтижесінде шыққан көпмүшелік қалады.

3-есеп. Мына көпмүшелікті көбейткіштерге жіктеңдер:

$$6ab + 3b - 12bc.$$

△ Берілген көпмүшенің мүшелерінің ортақ көбейткіші $3b$-ға тең, яғни $6ab = 3b \cdot 2a$, $3b = 3b \cdot 1$, $-12bc = 3b \cdot (-4c)$.

Демек, $6ab + 3b - 12bc = 3b(2a + 1 - 4c)$. ▲

Көпмүшенің ортақ көбейткіштерін жақша сыртына «+» таңбасымен де, «−» таңбасымен де шығаруға болады. Мысалдар келтіреміз:

1) $ab - b = b(a - 1) = -b(1 - a)$;

2) $4a^2b^3 - 6a^3b^2 = 2a^2b^2\ (2b - 3a)$ яки

$4a^2b^3 - 6a^3b^2 = -2a^2b^2\ (-2b + 3a) = -2a^2b^2\ (3a - 2b)$.

Көпмүшенің ортақ көбейткішін жақша сыртына шығару үшін:

1) ортақ көбейткішін табу;

2) оны жақша сыртына шығару керек.

Егер көпмүшелік мүшелерінің коэффициенттері натурал сан болса, онда ортақ көбейткішті табу үшін көпмүшелік мүшелері коэффициенттерінің ең үлкен ортақ бөлгішін табу және негіздері бірдей дәрежелер арасында ең кіші дәреже көрсеткішін табу керек болады. Мысалы, $28x^2b^3 - 21x^3b^2$ көпмүшелікті көбейткіштерге жіктегенде

$$7x^2b^2\ (4b - 3x)$$

өрнегі шығады.

Мұнда 7 саны 28 және 21 сандарының ең үлкен ортақ бөлгіші, x^2 пен b^2 x және b өрнектерінің ең кіші көрсеткішті дәрежелері.

Көпмүшелікті көбейткіштерге жіктегенде оның дұрыстығын шыққан көпмүшелерді көбейту арқылы тексеруге болады. Мысалы, көбейтуді орындап:

$$7x^2b^2(4b - 3x) = 28x^2b^3 - 21x^3b^2.$$

Ортақ көбейткіші бар, көпмүшелік те болуы мүмкін, мысалы:

1) $5(a + b) + x(a + b) = (a + b)(5 + x)$;
2) $3x(a - 2b) + 5y(a - 2b) + 2(a - 2b) = (a - 2b)(3x + 5y + 2)$.

Кей кездерде ортақ көбейткішті жақшаның сыртына шығарудан бұрын $a - b = -(b - a)$ теңдігін қолданған қолайлы, мысалы:

1) $(a - 3)x - (3 - a)y = (a - 3)x + (a - 3)y = (a - 3)(x + y)$;
2) $15a^2b(x^2 - y) - 20ab^2(x^2 - y) + 25ab(y - x^2) = 15a^2b(x^2 - y) - 20ab^2(x^2 - y) - 25ab(x^2 - y) = 5ab(x^2 - y)(3a - 4b - 5)$.

Жаттығулар

330. Сандарды жай көбейткіштерге жіктеңдер: 70, 121, 240, 168, 225.

331. Бөлшектерді қысқартыңдар: $\frac{45}{60}$; $\frac{18}{24}$; $\frac{75 \cdot 15}{25 \cdot 24}$; $\frac{40 \cdot 14}{7 \cdot 15}$.

332. Көбейтудің үлестірімділік заңын қолданып есепте:

1) $81 \cdot 17 - 15 \cdot 81$;
3) $15 \cdot 17 + 15 \cdot 67$;
2) $24 \cdot 2{,}78 + 41 \cdot 2{,}78$;
4) $14\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{4} - 4\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{4}$.

333. Көбейтіндіні көпмүшелік түрінде жаз:

1) $(a+2)(a+3)$; 3) $3c^3(2c^3-5)$;

2) $2x(x-1)$; 4) $(a^2+b)(a-b^2)$.

334. A пристаннан B пристанына қарай шыққан моторлы қайық 20 км/сағ жылдамдықпен жүзіп барады. 2 сағаттан соң A-дан B-ға қарай 24 км/сағ жылдамдықпен екінші моторлы қайық шықты. Екі қайық B пристанына бір мезгілде жетіп келді. A-дан B-ға дейінгі ара қашықтықты тап.

335. 1) $3^6 + 3^4$ өрнектің 30-ға; 90-ға;
2) $7^8 + 7^6$ өрнектің 49-ға; 350-ге;
3) $11^8 - 11^6$ өрнектің 24-ке; 60-қа еселі екенін дәлелде.

Ортақ көбейткішті жақшаның сыртына шығар **(336—344):**

336. 1) $2m+2n$; 2) $3a-3x$; 3) $8-4x$; 4) $6a+12$.

337. 1) $9a+12b+3$; 3) $-10x+15y-5z$;

2) $8a-4b-2$; 4) $9x-3y+12z$.

338. 1) $ax-ay$; 2) $cd+bc$; 3) $xy+2x$; 4) $3x-xy$.

339. 1) $9mn+9n$; 2) $3bd-3ab$; 3) $11z-33yz$; 4) $6pk-3p$.

340. 1) $ab-ac+a^2$; 3) $6a^2-3a+12ba$;

2) $xy-x^2+xz$; 4) $4b^2+8ab-12a^2b$.

341. 1) a^4+2a^2; 3) $a^4b^2+ab^3$;

2) a^4-3a^3; 4) $x^2y^3-x^3y^2$.

342. 1) $18y^7+12y^4$; 3) $15x^5-5x^3$;

2) $6x^4-24x^2$; 4) $6a^5+3a^2$.

343. 1) $9a^2b^2-12ab^3$; 3) $7a^2bc+14ab^2c$;

2) $20x^3y^2+4x^2y$; 4) $9xyz^2-12xy^2z$.

344. 1) $6y^5+12y^4-3y^3$;
2) $20a^4-5a^3+15a^5$;
3) $4a^2b^2+36a^2b^3+6ab^4$;
4) $2x^2y^4-2x^4y^2+6x^3y^3$.

345. Есепте:
1) $137^2+137\cdot 63$;
2) $187^2-187\cdot 87$;
3) $0,7^3+0,7\cdot 9,51$;
4) $0,9^3-0,81\cdot 2,9$.

Көбейткіштерге жікте **(346—349):**

346. 1) $a(m+n)+b(m+n)$;
2) $b(a+5)-c(a+5)$;
3) $a(b-5)-(b-5)$;
4) $(y-3)+b(y-3)$.

347. 1) $2a(a-b)+3b(a-b)$;
2) $3n(m-3)+5m(m-3)$;
3) $5a(x+y)-4b(x+y)$;
4) $7a(c-d)-2b(c-d)$.

348. 1) $a^2(x-y)+b^2(x-y)$;
2) $a^2(x+y)-b^2(x+y)$;
3) $a\left(x^2+y^2\right)-b\left(x^2+y^2\right)$;
4) $x\left(a^2-2b^2\right)+y\left(a^2-2b^2\right)$.

349. 1) $2b(x-1)-3a(x-1)+c(x-1)$;
2) $c(p-q)-a(p-q)+d(p-q)$;
3) $x\left(a^2+b^2\right)+y\left(a^2+b^2\right)-z\left(a^2+b^2\right)$;
4) $m\left(x^2+1\right)-n\left(x^2+1\right)-l\left(x^2+1\right)$.

Көбейткіштерге жікте **(350—352):**

350. 1) $c(a-b)+b(b-a)$;
2) $a(b-c)-c(c-b)$;
3) $(x-y)+b(y-x)$;
4) $2b(x-y)-(y-x)$.

351. 1) $7(y-3)-a(3-y)$;
2) $6(a-2)+a(2-a)$;
3) $b^2(a-1)-c(1-a)$;
4) $a^2(m-2)+b(2-m)$.

352. 1) $a(b-c)+b^2(b-c)-7(c-b)$;
2) $x(x-y)+y(y-x)-3(x-y)$;
3) $x(a-2)+y(2-a)+(2-a)$;
4) $a(b-3)+(3-b)-b(3-b)$.

353. Теңдеуді шеш:

1) $8-(x-3)(x+3)=10-(x-1)^2$;

2) $(2x+1)^2-(2x-3)^2=4(7x-5)$;

3) $x:15=2\frac{1}{12}:14,5$;

4) $\frac{x}{2,3}=\frac{2,1}{9\frac{6}{7}}$.

354. Ит түлкінің соңынан секундына 8 м жылдамдықпен қуды, ал түлкі 6 м жылдамдықпен қашып барады. Алғашында олардың ара қашықтығы 360 м еді. Егер түлкінің164 iніне дейін 1 км қашықтық қалған болса, түлкі iніне кіруге үлгере ала ма?

§ 21. *Терімділік тәсілі*

Терімділік тәсілі барлық мүшелері үшін ортақ көбейткіші жоқ көпмүшелерге қолданылады.

Берілген көпмүшенің ортақ көбейткішін анықтау үшін бірнеше мүшелерін жақшаның ішіне алып жазылады. Терімділік тәсілі қосу мен көбейтудің терімділік, ауыстырымдылық және үлестірімділік заңдарына негізделген.

Мысалдар қарастырайық:

1) $a(b+c)+b+c=a(b+c)+(b+c)=(b+c)(a+1)$;

2) $a(b-c)-b+c=a(b-c)-(b-c)=(b-c)(a-1)$.

Бірінші мысалда көпмүшенің соңғы екі мүшесін «+» таңбасымен, екінші мысалда көпмүшенің соңғы екі мүшесін «–» таңбасымен жақшаның ішіне алу жеткілікті болып табылады.

3) $m(3x-y)+3nx-ny=m(3x-y)+(3nx-ny)=$
$=m(3x-y)+n(3x-y)=(3x-y)(m+n)$;

4) $-mx^2-my^2+n(x^2+y^2)=(-mx^2-my^2)+n(x^2+y^2)=$
$=-m(x^2+y^2)+n(x^2+y^2)=(x^2+y^2)(n-m)$.

Үшінші және төртінші мысалдарда көпмүшеліктің екі мүшесін жақшаға алудан тыс әрбір топтан да ортақ көбейткіштері жақша сыртына: бірінші жағдайда «+» таңбасымен, екінші жағдайда «−» таңбасымен шығарылады.

Кей жағдайларда көпмүшеліктің мүшелерін түрлі тәсілдермен топтастыруға болады.

Мысалы, $2am + 2an - 3bm - 3bn$ көпмүшелігін екі тәсілмен жіктеуге болады:

I тәсіл

$$2am + 2an - 3bm - 3bn =$$
$$= (2am + 2an) - (3bm + 3bn) =$$
$$= 2a(m + n) - 3b(m + n) =$$
$$= (m + n)(2a - 3b).$$

II тәсіл

$$2am + 2an - 3bm - 3bn =$$
$$= (2am - 3bm) + (2an - 3bn) =$$
$$= m(2a - 3b) + n(2a - 3b) =$$
$$= (2a - 3b)(m + n).$$

Алты мүшеден тұратын көпмүшелікті көбейткіштерге жіктеуге болатын мысалды қарастырайық:

$$ax + bx - ay - by + az + bz = (ax + bx) - (ay + by) + (az + bz) =$$
$$= x(a + b) - y(a + b) + z(a + b) = (a + b)(x - y + z).$$

Мұнда көпмүшеліктер екі-екіден біріктіріліп жіктелген; оларды үшеуден де топтастыруға болады:

$$ax + bx - ay - by + az + bz = (ax - ay + az) + (bx - by + bz) =$$
$$= a(x - y + z) + b(x - y + z) = (a + b)(x - y + z).$$

Көпмүшелікті терімділік тәсілі бойынша жіктеу үшін:

1) көпмүшеліктің мүшелерін олардың көпмүшелік түріндегі ортақ көбейткіші болатындай етіп біріктіруге болады;

2) осы ортақ көбейткіш жақшаның сыртына шығарылады.

Көбейткіштерге жікте **(355—360)**:

355. 1) $a+b+c(a+b)$; 3) $x+3a(x+y)+y$;

2) $m-n+p(m-n)$; 4) $x+2a(x-y)-y$.

356. 1) $(x+y)+(x+y)^2$; 3) $2m(m-n)+(m-n)^2$;

2) $(a-b)^2+a-b$; 4) $4q(p-1)+(p-1)^2$.

357. 1) $2m(m-n)+m-n$; 3) $2m(m-n)-n+m$;

2) $4q(p-1)+p-1$; 4) $4q(p-1)+1-p$.

358. 1) $a(x-c)+bc-bx$; 3) $3a(2b+c)+8b+4c$;

2) $a(b+c)+db+dc$; 4) $2x(3x-4y)-6x+8y$.

359. 1) $ac+bc-2ad-2bd$; 3) $2bx-3ay-6by+ax$;

2) $ac-3bd+ad-3bc$; 4) $5ay-3bx+ax-15by$.

360. 1) $xy^2-by^2-ax+ab+y^2-a$;

2) $ax^2-ay-bx^2+cy+by-cx^2$.

361. Есепте:

1) $139\cdot15+18\cdot139+15\cdot261+18\cdot261$;

2) $125\cdot48-31\cdot82-31\cdot43+125\cdot83$;

3) $14{,}7\cdot13-2\cdot14{,}7+13\cdot5{,}3-2\cdot5{,}3$;

4) $3\frac{1}{3}\cdot4\frac{1}{5}+4{,}2\cdot\frac{2}{3}+3\frac{1}{3}\cdot2\frac{4}{5}+2{,}8\cdot\frac{2}{3}$.

362. Өрнектің сандық мәнін тап:

1) $5a^2-5ax-7a+7x$, мұндағы $x=-3$, $a=4$;

2) $m^2-mn-3m+3n$, мұндағы $m=0{,}5$, $n=0{,}25$;

3) $a^2+ab-5a-5b$, мұндағы $a=6{,}6$, $b=0{,}4$;

4) $a^2-ab-2a+2b$, мұндағы $a=\frac{7}{20}$, $b=0{,}15$.

363. Есепте:

1) $287^2 - 287 \cdot 48 + 239 \cdot 713$; 2) $73,4^2 + 73,4 \cdot 17,2 - 90,6 \cdot 63,4$.

364. Теңдеуді шеш:

1) $x(x-4) + x - 4 = 0$; 2) $t(t+7) - 4t - 28 = 0$.

№ 7 *Сейіл мен Сейіттің массасы бірге 5 дана қарбыздың массасына тең. Сетіттің массасы 1 дана қауынның массасынан 4 есе көп. Сейіт пен 2 дана қауынның массасы бірге 3 дана қарбыздың массасына тең. Сейілдің массасы неше қауынның массасына тең?*

§ 21. Қосындының квадраты. Айырманың квадраты

Екі сан қосындысының квадратын $(a+b)^2$ қарастырайық. Көпмүшені көпмүшелікке көбейту ережесі бойынша, мынадай өрнек келіп шығады:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

яғни

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.} \qquad (1)$$

Екі сан қосындысының квадраты бірінші санның квадраты плюс бірінші және екінші санның екі еселенген көбейтіндісі плюс екінші санның квадратына тең болады.

(1) формуланы 20-суретте кескінделген квадраттың ауданына зер сала отырып, оп-оңай есептеуге болатынын көреміз.

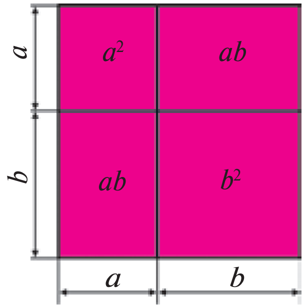
Енді екі сан айырмасының квадратын қарастырамыз:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

яғни

$$\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.} \qquad (2)$$

Екі сан айырмасының квадраты бірінші санның квадраты минус екі еселенген бірінші және екінші санның көбейтіндісі плюс екінші санның квадратына тең болады.



20-сурет.

(1) және (2) теңдіктердегі a және b кез келген сандар немесе алгебралық өрнектер.

(1) және (2) формулаларды қолдануға арналған мысалдар:

1) $(2m+3k)^2=(2m)^2+2\cdot 2m\cdot 3k+(3k)^2=4m^2+12mk+9k^2$;

2) $(5a^2-3)^2=(5a^2)^2-2\cdot 5a^2\cdot 3+3^2=25a^4-30a^2+9$;

3) $(-a-3b)^2=((-1)\,(a+3b))^2=(-1)^2\,(a+3b)^2=$
$=(a+3b)^2=a^2+2a\cdot 3b+(3b)^2=a^2+6ab+9b^2$.

Кейбір есептеулерді ауызша орындап, аралық нәтижелерді жазбасақ та болады. Мысалы, бірден былайша жазуға болады:

$$(5a^2-7b^2)^2=25a^4-70a^2b^2+49b^4.$$

Қосынды немесе айырманың квадраты формуласын *қысқаша көбейту формуласы* деп атайды, ол есептеулерді ықшамдау үшін қолданылады. Мысалы:

1) $99^2=(100-1)^2=10\,000-200+1=9801$;

2) $52^2=(50+2)^2=2500+200+4=2704$.

(1) формула $(1+a)^2$ өрнегінің мәнін жуықтап есептеулерде де қолданылады. a саны оң немесе теріс сан ретінде беріліп, оның 1-ге қатысты модулі неғұрлым кіші болса (мысалы, $a=0{,}0032$ немесе $a=-0{,}0021$), онда a^2 сан одан да кіші болады, демек:

$$(1+a)^2=1+2a+a^2$$

теңдігін $(1+a)^2\approx 1+2a$ жуық теңдігімен алмастыруға болады. Мысалы:

1) $(1{,}002)^2 = (1 + 0{,}002)^2 \approx 1 + 2 \cdot 0{,}002 = 1{,}004$;
2) $(0{,}997)^2 = (1 - 0{,}003)^2 \approx 1 - 2 \cdot 0{,}003 = 0{,}994$.

Қосындының квадраты мен айырманың квадраты формулалары көпмүшелікті көбейткіштерге жіктеуде де қолданылады, мысалы:

1) $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \cdot 5 \cdot x + 5^2 = (x+5)^2$;

2) $a^4 - 8a^2b^3 + 16b^6 = (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 4b^3 + (4b^3)^2 = (a^2 - 4b^3)^2$.

Мысал. Формуланы дәлелде:

$$\boxed{(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.} \tag{3}$$

$$(a+b)^3 = (a+b)(a+b)^2 = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2) =$$
$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Дәл сол сияқты,

$$\boxed{(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3} \tag{4}$$

формуласын да дәлелдеуге болады.

(3) және (4) формулалар, сәйкесінше, қосындының кубы және айырма кубының формулалары деп аталады.
(3) және (4) формулалар да қысқаша көбейту формулалары болып саналады.

Жаттығулар

Мына төмендегі жаттығулардағы екі мүшенің квадратын көпмүшелік түріне келтіріп жаз **(365—372):**

365. 1) $(c+d)^2$; 3) $(2+x)^2$; 5) $(y+3)^2$;
2) $(x-y)^2$; 4) $(x+1)^2$; 6) $(7+m)^2$.

366. 1) $(m-2)^2$; 3) $(7-m)^2$; 5) $\left(a+\frac{1}{3}\right)^2$;
2) $(x-3)^2$; 4) $(y-6)^2$; 6) $\left(b+\frac{1}{2}\right)^2$.

367. 1) $(q+2p)^2$; 2) $(3x+2y)^2$; 3) $(6a-4b)^2$; 4) $(5z-t)^2$.

368. 1) $(3a^2+1)^2$; 2) $(a^2+1)^2$; 3) $(2x^2+3n^2)^2$; 4) $(x^2+y^2)^2$.

369. 1) $\left(m-\frac{1}{5}\right)^2$; 2) $\left(a-\frac{1}{3}\right)^2$; 3) $\left(\frac{a}{2}-\frac{b}{3}\right)^2$; 4) $\left(\frac{x}{3}+\frac{y}{4}\right)^2$.

370. 1) $(0,2x+0,3y)^2$; 3) $\left(\frac{2}{3}x^3-\frac{3}{4}\right)^2$;

2) $(0,4b-0,5c)^2$; 4) $\left(\frac{1}{4}a^3-\frac{4}{5}\right)^2$.

371. $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$. формулаға қандай геометриялық мән бере аласың.
Нүктелердің орнына сәйкес сөздерді қой:
Қырларының ұзындығы a және b болған .... жасаймыз.
Өлшемдері $a\times a\times b$ және $a\times b\times b$ болған ... жасаймыз.
Оларды солай тақтаймыз, ... пайда болады.

372. 1) $(-4ab-5a^2)^2$; 3) $(0,2x^2+5xy)^2$;

2) $(-3b^2-2ab)^2$; 4) $(4xy+0,5y^2)^2$.

Қысқаша көбейту формулаларын пайдалана отырып, мына амалдарды орында **(373—375)**:

373. 1) $(90-1)^2$; 2) $(40+1)^2$; 3) 101^2; 4) 98^2.

374. 1) 999^2; 2) 1003^2; 3) 51^2; 4) 39^2.

375. 1) 72^2; 2) 57^2; 3) 997^2; 4) 1001^2.

Өрнекті ықшамда **(376—377):**

376. 1) $(x-y)^2+(x+y)^2$; 3) $(2a+b)^2-(2a-b)^2$;

2) $(x+y)^2-(x-y)^2$; 4) $(2a+b)^2+(2a-b)^2$.

377. 1) $(a+b)^3+(a-b)^3$;   3) $(x-1)^2-(x+1)^2$;

2) $3(2-a)^2+4(a-5)^2$;   4) $-(3+x)^2+5(1-x)^2$.

Теңдеуді шеш **(378—379):**

378. 1) $16x^2-(4x-5)^2=15$;   3) $-5x(x-3)+5(x-1)^2=-20$;

2) $64x^2-(3-8x)^2=87$;   4) $(2x-3)^2-(2x+3)^2=12$.

379. 1) $(3x-1)^2-(3x-2)^2=0$;

2) $(y-2)(y+3)-(y-2)^2=5$;

3) $(x+3)(x+7)-(x+4)^2=0$;

4) $(y+8)^2-(y+9)(y-5)=117$.

380. Өрнектің мәнін тап:

1) $9a^3-a(3a+2)^2+4a(3a+7)$, мұндағы $a=-1\frac{1}{6}$;

2) $(2y-5)^2-4(y-3)^2-4y$, мұндағы $y=-\frac{2}{7}$;

3) $25m(m-1)-(5m-3)^2-6m$, мұндағы $m=-0,3$;

4) $24x^2-(7x-2)^2+(5x-3)(5x+1)$, мұндағы $x=-\frac{5}{9}$.

381. x-ті сондай бірмүшелікпен алмастыр, нәтижеде теңдік орындалсын:

1) $(x-4b^7)^2=25a^4b^2-40a^2b^8+16b^{14}$;

2) $(x+7c)^2=25b^6+70b^3c+49c^2$;

3) $(2a+x)^3=8a^3+12a^2b+6ab^2+b^3$;

4) $(5b^2-x)^2=25b^4-30a^2b^3+9a^4b^2$.

382. Өрнекті екі мүшенің квадраты түрінде өрнекте:

1) $a^2-10ab+25b^2$;   3) k^4+2k^2+1;

2) $25+10x+x^2$;   4) $p^2-1,6p+0,64$.

383. x-ті сондай бірмүшелікпен алмастыр, нәтижеде екі мүшеліктің квадраты келіп шықсын

1) a^2+4a+x;
3) $36a^2-x+49b^2$;
2) $p^2-0,5p+x$;
4) $a^2-6ab+x$.

384. a-ның қандай мәндерінде өрнекті екі мүшенің квадраты түрінде жазу мүмкін:

1) $(3x-5)^2+(4x+12)^2+ax$;

2) $(17x+10)^2-(15x-8)^2+ax$?

385. Дәлелде:

1) $(a-b)^2=(b-a)^2$;
4) $(a-b)^3=-(b-a)^3$;
2) $(-a-b)^2=(b+a)^2$;
5) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$;
3) $(-a-b)(a+b)=-(a+b)^2$;
6) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

§ 22. Квадраттар айырмасының формуласы

Екі санның қосындысын олардың айырмасына көбейтеміз:

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2,$$

яғни

$$\boxed{(a+b)(a-b)=a^2-b^2.} \qquad (1)$$

$$\boxed{a^2-b^2=(a-b)(a+b).} \qquad (2)$$

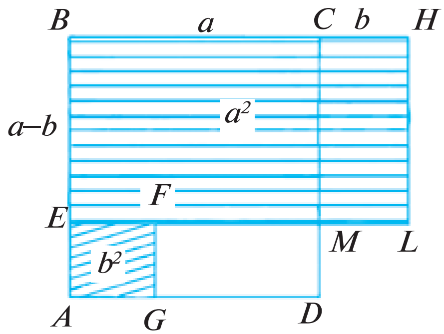
Екі санның квадраттарының айырмасы сол сандардың айырмасы мен қосындысының көбейтіндісіне тең.

(1) және (2) теңдіктерде a, b кез келген сандар немесе алгебралық өрнектер, мысалы:

1) $(nm+3k)(nm-3k)=n^2m^2-9k^2$;

2) $4a^4b^2-25a^2b^4=(2a^2b+5ab^2)(2a^2b-5ab^2)$;

3) $(a+b)^2-16=(a+b-4)(a+b+4)$.



$S_{ABCD} = a^2$;
$S_{AEFG} = b^2$;
$S_{GFEBCD} = S_{EBHL}$;
$S_{GFEBCD} = a^2 - b^2$;
$S_{EBHL} = (a - b)(a + b)$.

(2) формуланың геометриялық талдауы

(1) формуланы да *қысқаша көбейту формуласы* деп атайды. Ол есептерді ықшамдап шешуде қолданылады.

Мысалы:

1) $63 \cdot 57 = (60+3)(60-3) = 3\,600 - 9 = 3\,591$;

2) $98 \cdot 102 = (100-2)(100+2) = 100^2 - 2^2 = 10\,000 - 4 = 9\,996$.

(2) теңдік *квадраттар айырмасының формуласы* деп аталады. Бұл формула көпмүшені көбейткіштерге жіктеуде қолданылады.

Мысалы:

1) $a^2 - 9 = a^2 - 3^2 = (a-3)\,(a+3)$;

2) $4b^4 - 0{,}64c^2 = \left(2b^2\right)^2 - (0{,}8c)^2 = \left(2b^2 - 0{,}8c\right)\,\left(2b^2 + 0{,}8c\right)$;

3) $(a-b)^2 - 1 = (a-b-1)\,(a-b+1)$;

4) $(a+b)^2 - (a-c)^2 = (a+b-a+c)(a+b+a-c) = (b+c)(2a+b-c)$.

Жаттығулар

(1) формуланы пайдаланып, көбейтуді орында **(386—394):**

386. 1) $(c+d)(c-d)$; 3) $(a+c)(c-a)$;

2) $(p+q)(p-q)$; 4) $(m-n)(m+n)$.

387. 1) $(x+5)(x-5)$; 3) $(a-4)(4+a)$;
2) $(a+3)(a-3)$; 4) $(7+x)(x-7)$;

388. 1) $(2b+a)(2b-a)$; 3) $(y+6x)(6x-y)$;
2) $(c+3d)(c-3d)$; 4) $(3m-2n)(2n+3m)$.

389. 1) $\left(4d-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}+4d\right)$; 3) $\left(\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}x\right)$;
2) $\left(\frac{5}{6}a-b\right)\left(b+\frac{5}{6}a\right)$; 4) $\left(\frac{2}{3}m+\frac{3}{4}n\right)\left(\frac{2}{3}m-\frac{3}{4}n\right)$.

390. 1) $(c^2+d^2)(c^2-d^2)$; 3) $(x^4-y^3)(y^3+x^4)$;
2) $(a^2+b^3)(a^2-b^3)$; 4) $(m^3-n^3)(m^3+n^3)$.

391. 1) $(3a^2+4b^3)(3a^2-4b^3)$; 3) $(0,2t^3+0,5p^4)(0,5p^4-0,2t^3)$;
2) $(2m^4-5n^2)(5n^2+2m^4)$; 4) $(1,2a^2-0,3b^2)(1,2a^2+0,3b^2)$.

392. 1) $\left(\frac{3}{4}a^2-\frac{1}{2}b^3\right)\left(\frac{1}{2}b^3+\frac{3}{4}a^2\right)$; 3) $\left(0,5q+\frac{1}{3}p^2\right)\left(0,5q-\frac{1}{3}p^2\right)$;
2) $\left(\frac{2}{3}x^4-\frac{4}{5}y^5\right)\left(\frac{2}{3}x^4+\frac{4}{5}y^5\right)$; 4) $\left(1,5c^2-\frac{3}{4}b\right)\left(\frac{3}{4}b+1,5c^2\right)$.

393. 1) $(3x^2y-4xy^2)(3x^2y+4xy^2)$; 3) $(7ab+x^2y^3)(7ab-x^2y^3)$;
2) $(5ab^2+2a^2b)(5ab^2-2a^2b)$; 4) $(ab^3-4xy)(ab^3+4xy)$.

394. 1) $(3+x)(3-x)(9+x^2)$; 3) $(4x^2+y^2)(2x+y)(2x-y)$;
2) $(x^2+1)(x+1)(x-1)$; 4) $(3a-2b)(3a+2b)(9a^2+4b^2)$.

Қысқаша көбейту формуласын пайдалана отырып есепте **(395—396):**

395. 1) $48\cdot52$; 2) $68\cdot72$; 3) $43\cdot37$; 4) $47\cdot53$.

396. 1) $27\cdot33$; 2) $44\cdot36$; 3) $84\cdot76$; 4) $201\cdot199$.

397. Ықшамда:

1) $(c-3)^2-(c+3)(3-c)$;

2) $(a+2)^2-(a+2)(2-a)$;

3) $(2x+3y)(2x-3y)+(2x+3y)^2$;

4) $(3a-4b)(3a+4b)-(3a-4b)^2$;

5) $(-b-a)(a+b)+a^2+b^2$;

6) $(b-a)(-a-b)+2b^2$.

398. Өрнектің мәнін тап:

1) $4m-(m+3)^2+(m-3)(m+3)$, мұндағы $m=-2,4$;

2) $(3x+4)^2-10x-(x-4)(4+x)$, мұндағы $x=-0,1$;

3) $2(k-7)(k+5)-(k-5)^2-(k-7)(7+k)$, мұндағы $k=-\frac{1}{2}$;

4) $(a+3)^2+(a-3)(3+a)-2(a+2)(a-4)$, мұндағы $a=-\frac{1}{5}$.

399. Теңдеуді шеш:

1) $(2x+3)^2-4(x-1)(x+1)=49$;

2) $(3x+4)^2-(3x-1)(1+3x)=49$;

3) $x^3+2x^2-9x-18=0$;

4) $y^3-3y^2-4y+12=0$.

400. Квадраттың қарама-қарсы екі қабырғасының әрқайсысы 8 см ге ұзартылды, қалған екі қабырғасы соншаға қысқартылды. Оның ауданы қалай өзгерді?

401. Есепте: $\dfrac{5^4\cdot 0,128-5^3\cdot 0,628\cdot 5}{125\cdot 0,25}$.

§ 23. Көпмүшені көбейткіштерге жіктеудің бірнеше тәсілдері

Көпмүшелікті көбейткіштерге жіктеу кезінде бір емес бірнеше тәсілдер қолданылады. Мысал келтірейік:

1) $a^3 - a$ көпмүшелікті көбейткіштерге жіктеңдер:

$$\triangle \; a^3 - a = a\left(a^2 - 1\right) = a\,(a-1)\,(a+1). \; \blacktriangle$$

Мұнда мынадай екі тәсіл қолданылған: ортақ көбейткішті жақшаның сыртына шығару және квадраттар айырмасының формуласы.

2) $(a^2 + 1)^2 - 4a^2$ көпмүшелікті көбейткіштерге жіктеңдер.

$$\triangle \; \left(a^2+1\right)^2 - 4a^2 = \left(\left(a^2+1\right) - 2a\right)\left(\left(a^2+1\right)+2a\right) =$$
$$= \left(a^2+1-2a\right)\left(a^2+1+2a\right) = \left(a^2-2a+1\right)\left(a^2+2a+1\right) =$$
$$= (a-1)^2\,(a+1)^2. \; \blacktriangle$$

Мұнда қосылғыштардың ортақ көбейткіші болғандықтан, алдымен квадраттар айырмасының формуласы, содан кейін қосынды мен айырманың квадраттарының формуласы қолданылды.

3) $\triangle \; 4x^2 - y^2 + 4x + 2y = \left(4x^2 - y^2\right) + (4x+2y) =$

$$= (2x-y)(2x+y) + 2\,(2x+y) = (2x+y)(2x-y+2). \; \blacktriangle$$

Бірмүшеліктердің ортақ көбейткіші болмағандықтан, әрі формулаларды пайдалану мүмкіндігі жоқ болғандықтан алдымен терімділік тәсілі, содан соң квадраттар айырмасының формуласы пайдаланылды.

Қарастырылған мысалдар көпмүшелікті көбейткіштерге жіктеуге арналған тапсырмаларды орындау кезінде мына төмендегі тәртіпті сақтаған орынды екендігін көрсетеді:

1) Ортақ көбейткішті (егер ол бар болса) жақшаның сыртына шығару.

2) Көпмүшелікті қысқаша көбейту формулалары бойынша көбейткіштерге жіктеу тәсілін пайдалану.

3) Егер алдыңғы тәсілдерді қолдану мүмкіндігі болмаса, онда терімділік тәсілін қолданып көру керек.

Есеп. Теңдікті дәлелдеңдер:

$$\boxed{a^3 + b^3 = (a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right).} \quad (1)$$

Теңдіктің оң жағындағы жақшаларды ашамыз:

$$(a+b)\left(a^2 - ab + b^2\right) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3.$$

Теңдіктің оң жағы сол жағына тең екендігі келіп шығады, яғни (1) теңдік дәлелденді.

Дәл осылайша

$$\boxed{a^3 - b^3 = (a-b)\left(a^2 + ab + b^2\right)} \quad (2)$$

теңдігінің дұрыстығы дәлелденеді.

(1) және (2) теңдіктер, сәйкесінше, кубтардың қосындысының және айырмасының формулалары деп аталады. Бұл формулалар да көпмүшені көбейткіштерге жіктеуде қолданылады.

Мысалы:

1) $27 + b^3 = 3^3 + b^3 = (3+b)\left(9 - 3b + b^2\right)$;

2) $x^4 - 8xy^3 = x\left(x^3 - 8y^3\right) = x\left(x^3 - (2y)^3\right) = x(x-2y)\left(x^2 + 2xy + 4y^2\right)$.

Жаттығулар

402. Есепте:

1) $47^2 - 37^2$; 2) $54^2 - 44^2$;

3) $50,7^2 - 50,6^2$; 4) $29,4^2 - 29,3^2$.

403. (Ауызша.) Көбейткіштерге жіктеңдер:

1) $36 - x^2$; 2) $a^2 - 25$; 3) $y^2 - 1$; 4) $1 - b^2$.

404. 1) $(a+2b)^2=a^2+4b^2$; 2) $(2a-3b)^2=4a^2-9b^2$

теңдіктер туралы не айта аласың?

a) олар қайсы a және b-ларда дұрыс, қайсыларында бұрыс?

b) кез келген a және b-лар үшін оларды дұрыс болатын етудің үдесінен шығасың ба?

Көбейткіштерге жікте **(405—416):**

405. 1) $25x^2-9$; 2) $4a^2-9$; 3) $64y^2-36x^2$; 4) $81a^2-16b^2$.

406. 1) c^2d^2-9; 2) a^2b^2-16; 3) $4a^2-9b^2$; 4) $16x^2-25y^2$.

407. 1) $\frac{1}{9}y^2-\frac{16}{25}x^2$; 3) $0,25a^2-49b^2$;

2) $\frac{4}{9}a^2-\frac{1}{16}b^2$; 4) $0,09x^2-16y^2$.

408. 1) $36x^2y^2-1$; 2) x^2y^4-16; 3) $81a^6-49b^4$; 4) $25a^2-9b^6$.

409. 1) a^4-b^4; 2) a^4-b^8; 3) a^4-16; 4) b^4-81.

410. 1) $(a+b)^2-c^2$; 3) $(a+2b)^2-9a^2$;

2) $(m-n)^2-k^2$; 4) $(3x-y)^2-4y^2$.

411. 1) $(a+b)^2-(a-c)^2$; 3) $(2a+b)^2-(2b+a)^2$;

2) $(a+b)^2-(b+c)^2$; 4) $(a-3b)^2-(3a+b)^2$.

412. 1) $9a^2-6a+1$; 3) $36b^2+12b+1$;

2) $1+2c+c^2$; 4) $81-18x+x^2$.

413. 1) $9x^2+24x+16$; 3) $36m^2+12mn+n^2$;

2) $100-60a+9a^2$; 4) $a^2+10ab+25b^2$.

414. 1) $x^4+2x^2y+y^2$; 3) $4c^4+12c^2b^3+9b^6$;

2) $p^4-2p^2q+q^2$; 4) $25a^6+30a^3b+9b^2$.

415. 1) a^4-8a^2+16; 3) $25a^4-10a^2b+b^2$;

2) b^4-18b^2+81; 4) $16-8a^2b^2+a^4b^4$.

416. 1) $-a^2-2a-1$;
2) $-9+6b-b^2$;
3) $-2a^2+8ab-8b^2$;
4) $-12ab-3a^2-12b^2$.

417. Өрнектің сандық мәнін тап:

1) $5m^2-10mn+5n^2$, мұндағы $m=142,\ n=42$;

2) $6m^2+12mn+6n^2$, мұндағы $m=56,\ n=44$;

3) $-36a^3+4a^2b-\frac{1}{9}ab^2$, мұндағы $a=4,\ b=48$;

4) $-64a^3-8a^2b-\frac{1}{4}ab^2$, мұндағы $a=-6,\ b=84$.

418. Теңдеуді шеш:

1) $x^2-36=0$;
2) $\frac{1}{4}-x^2=0$;
3) $4x^2+4x+1=0$;
4) $25-10x+x^2=0$.

419. Есепте:

1) $101^2-202\cdot81+81^2$;
2) $37^2+126\cdot37+63^2$;
3) $\dfrac{48^2+2\cdot48\cdot18+18^2}{48^2-18^2}$;
4) $\dfrac{85^2-17^2}{85^2+2\cdot85\cdot17+17^2}$.

420. Теңдік орындалатындай етіп бос жақшаның ішіне үшмүшені тауып жаз:

1) $x^3+y^3=(x+y)(\ldots)$;
2) $(x+y)^3=(x+y)(\ldots)$;
3) $x^3-y^3=(x-y)(\ldots)$;
4) $(x-y)^3=(x-y)(\ldots)$.

421. Көбейткіштерге жікте:

1) x^3-y^3;
2) c^3+d^3;
3) x^3+27;
4) a^3-27;
5) n^3-64;
6) a^3+1;
7) $1-p^3$;
8) $125-b^3$.

Көбейткіштерге жікте **(422—424):**

422. 1) $27m^3-8$; | 2) $64-125y^3$; | 3) $125+\frac{1}{8}b^3$; | 4) $64y^3+\frac{1}{27}$.

423. 1) $8a^3+1$;
2) $1+27b^3$;
3) $\frac{1}{27}a^3+64b^6$;
4) $\frac{1}{8}a^6+125b^3$.

424. 1) $a^9 - b^3$; 2) $a^6 - b^6$; 3) $x^6 - 729$; 4) $64 - y^6$.

Өрнекті қысқаша көбейту формулаларын пайдалана отырып, екімүшелік түрінде жаз **(425—426):**

425. 1) $(z+5)(z^2-5z+25)$; 3) $(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$;

2) $(y+2)(y^2-2y+4)$; 4) $(4c-5d)(16c^2+20cd+25d^2)$.

426. 1) $(10a^2-1)(100a^4+10a^2+1)$;

2) $(a^2b^2-5a)(a^4b^4+5a^3b^2+25a^2)$;

3) $\left(\frac{1}{5}m-n\right)\left(\frac{1}{25}m^2+\frac{1}{5}mn+n^2\right)$;

4) $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{6}xy+\frac{1}{9}y^2\right)$.

427. Көбейткіштерге жікте:

1) $(8a^3-27b^3)-2a(4a^2-9b^2)$; 3) $(a^3+b^3)+(a+b)^2$;

2) $(64a^3+125b^3)+5b(16a^2-25b^2)$; 4) $(a^3-b^3)+(a-b)^2$.

428. Есепте:

1) $\dfrac{258^3-147^3}{258^2+258\cdot147+147^2}$; 2) $\dfrac{17,98^2-17,98\cdot32,02+32,02^2}{17,98^3+32,02^3}$.

429. Жақшалардың ішіне сондай мүшелерді жаз, пайда болған өрнек x-тің барша мәнінде де өзгермейтін болсын:

1) $(4x-7)^2+(3x+6)^2-(\ldots-\ldots)^2$;

2) $(17x-2)^2-(15x-6)^2-(\ldots+\ldots)^2$.

430. Теңдеуді шеш:

1) $(x+2)(x^2-2x+4)-x(x-3)(x+3)=26$;

2) $(x-3)(x^2+3x+9)-x(x+4)(x-4)=21$;

3) $(2x-1)(4x^2+2x+1)-4x(2x^2-3)=23$;

4) $(4x+1)(16x^2-4x+1)-16x(4x^2-5)=17$.

Көбейткіштерге жікте **(431—434):**

431. 1) $3a^3-3$; 2) y^3-y; 3) m^3n-mn^3; 4) $2a^3-2ab^2$.

432. 1) $x^4y^2-x^2y^4$; 3) $8-72x^6y^2$;
2) $7c^2d^2-63c^2b^2$; 4) $32a^4b-2a^2b$.

433. 1) $2a^2+4ab+2b^2$; 4) $8p^2-16p+8$;
2) $2m^2+2n^2-4mn$; 5) $27a^2b^2-18ab+3$;
3) $5x^2+10xy+5y^2$; 6) $12m^5n+24m^4n+12m^3n$.

434. 1) $2c^3+2d^3$; 3) $2c^2d^3-16c^4$; 5) $7x^2-56x^2y^3$;
2) $54x^3-16$; 4) $\frac{1}{8}a^2-a^5$; 6) $4a^2b+32a^5b$.

435. Есепте: $19,7^2-8,3^2+28\cdot 8,6$.

436. 1) Егер n- тақ сан болса, $(n+2)^2-1$ өрнектің 8-ге;
2) кез келген натурал сан n-де n^3+12n^2+23n өрнектің 6-ға бөлінетінін дәлелде.

Көбейткіштерге жікте **(437—438):**

437. 1) $(a^2+2ab+b^2)-c^2$; 3) $1-a^2-2ab-b^2$;
2) $1-(x^2-2xy+y^2)$; 4) $4+(-x^2-2xy-y^2)$.

438. 1) a^2-b^2+a+b; 3) $x-y-x^2+y^2$; 5) $m^5-m^3+m^2-1$;
2) a^2-b^2-a-b; 4) x^3+x^2-x-1; 6) x^4+x^3+x+1.

439. 27^2-14^2 санының 13-ке бөлінетінін дәлелдеңдер.

440. n — кез келген бүтін сан болғанда $(7n-2)^2-(2n-7)^2$ өрнегінің мәні 5-ке, 9-ға бөлінетінін дәлелде.

441. Теңдеуді шеш:

1) $(x-3)(x^2+3x+9)-(3x-17)=x^3-12$;

2) $5x-(4-2x+x^2)(x+2)+x(x-1)(x+1)=0$.

442. Моторлы қайық өзен ағысымен 18 км/сағат, ағысқа қарсы 14 км жылдамдықпен жүзеді. Өзен ағысының жылдамдығын және қайықтың тұрғын судағы жылдамдығын тап.

Өзіңді тексеріп көр!

1. Өрнекті стандарт көпмүшелік түрінде жаз:

$$(a-3)^2+(a-3)(a+3)+6a.$$

2. Көбейткіштерге жікте:

1) $xy-2y$;
2) $16a^2-81$;
3) $3x^2-6x^3$;
4) $x^2-10x+25$;
5) $3(x-1)+y(x-1)$;
6) $2a^2-4ab+2b^2$.

3. Көпмүшелікті көбейткіштерге жікте және оның $a=1,\ b=-\frac{1}{3}$ болғандағы сандық мәнін тап:

$$a^2-3ab+3a-9b.$$

IV тарауға арналған жаттығулар

Көбейткіштерге жікте **(443—447)**:

443. 1) $6(a+b)+(a+b)^2$;
2) $4(x-y)+3(x-y)^2$;
3) $(a-b)+(b-a)^2$;
4) $(a-b)^2-(b-a)$.

444. 1) $3(x+y)(x-y)+(x+y)^2$;
2) $(x+y)^3-x(x+y)^2$;
3) $5(a-b)^2-(a+b)(b-a)$;
4) $a(a-b)^2-(b-a)^2$.

445. 1) $(y+z)(12x^2+6x)+(y-z)(12x^2+6x)$;
2) $(y-z)(12x^2-6x)+(y-z)(12x^2+6x)$;
3) $(6x^2-3)+7x(6x^2-3)-4y(6x^2-3)$;
4) $2x(8x-4y)-3y(8x-4y)-(8x-4y)$.

446. 1) $18a^2-27ab+14ac-21bc$;
2) $10x^2+10xy+5x+5y$;
3) $35ax+24xy-20ay-42x^2$;
4) $48xz^2+32xy^2-15yz^2-10y^3$.

447. 1) $16ab^2-5b^2c-10c^3+32ac^2$;

2) $6mnk^2+15m^2k-14n^3k-35mn^2$;

3) $-28ac+35c^2-10cx+8ax$;

4) $-24bx-15c^2+40bc+9cx$.

448. Өрнекті ықшамда:

1) $(2x-1)^2-2(2x-3)^2+17$;

2) $(3x+2)^2-2(x-1)^2-7x^2$;

3) $24y^2-(7y-2)^2+(5y-3)(5y+1)$;

4) $(3y+1)(2y-3)+(2y-3)^2-10y^2$.

449. Екі тізбектес натурал сан квадраттары айырмасының абсолют шамасы тақ сан болатынын дәлелде.

450. Бөлшекті қысқарт:

1) $\dfrac{53^2-27^2}{79^2-51^2}$;
3) $\dfrac{49^2-2\cdot49\cdot29+29^2}{49^2-19^2}$;

2) $\dfrac{38^2-17^2}{47^2-19^2}$;
4) $\dfrac{47^2-3^2}{27^2+2\cdot27\cdot13+13^2}$.

451. x пен y-тің кез келген мәндерінде $(x+y)(x^2-y^2)=(x-y)(x+y)^2$ теңдік дұрыс теңдік болатынын дәлелде.

№8 *1) Отбасындағы 6 қыздың әрқайсысының ағасы бар. Осы отбасында неше перзент бар?*
2) Еркебұланның ағасы қанша болса, әпкелері де сонша. Үлкен әпкесінің інілерінің саны сіңлілерінің санынан 2-есе көп. Осы отбасында неше ұл, неше қыз бала бар?

IV тарауға арналған сынақ жаттығулары — тест

1. Ортақ көбейткішті жақшаның сыртына шығар:

$24a^3b^2 - 30a^2b^3$.

A) $6a^2b^2(4a - 5b)$;
C) $6a^2(4ab^2 - 5b^3)$;
B) $6ab(4a^2b - 5ab^2)$;
D) $6b^2(4a^3 - 5a^2)$.

2. Көбейткіштерге жікте: $5(a-b) + a^2(a-b) - 3(b-a)$.

A) $(a-b)(a^2+2)$;
B) $(a-b)(a^2-8)$;
C) $(a-b)(8-a^2)$;
D) $(a-b)(a^2+8)$.

3. Көбейткіштерге жікте: $4a(x-y) + 4az + 7b(y-x-z)$.

A) $(x-y+z)(4a-7b)$;
B) $(y-x-z)(7b+4a)$;
C) $(x-y-z)(4a-7b)$;
D) $-(x-y+z)(4a+7b)$.

4. Есепте: $16{,}9^2 - 16{,}9 \cdot 3{,}7 - 16{,}9 \cdot 3{,}2$.

A) 169; B) 1,69; C) 16,9; D) $-1{,}69$.

5. Көбейткіштерге жікте $ax + bx - 3ay - 3by$.

A) $(a+b)(x+3y)$;
C) $(a-b)(x-3y)$;
B) $(a-b)(x+3y)$;
D) $(a+b)(x-3y)$.

6. Көбейткіштерге жікте: $7a(5a-3b) - 10a + 6b$.

A) $(5a+3b)(7a-2)$;
C) $(5a-3b)(7a-2)$;
B) $(3b-5a)(7a+2)$;
D) $(5a-3b)(7a+2)$.

7. Теңдеуді шеш: $(3x+2)^2 - (3x-4)^2 = 132$.

A) 4; B) 3; C) -5; D) -4.

8. Көбейткіштерге жікте: $8a^3 - 27b^3$.

A) $(2a-3b)^2(2a+3b)$;
C) $(2a)^3 - (3b)^3$;
B) $(2a+3b)^2 \cdot (2a-3b)$;
D) $(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$.

9. Есепте: $(53^3 + 47^3) : (53^2 - 53 \cdot 47 + 47^2)$.

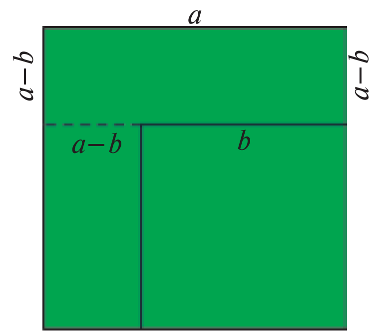
A) 6; B) 100; C) 600; D) $53^2 + 47^2$.

Тарихи мағлұматтар

Әл-Кашидің «Арифметика кілті» еңбегінде екімүшені кез келген натурал дәрежеге көтеру ережелері берілген.

Түрлі алгебралық формулаларды дәлелдегенде, теңдеулерді шешу кезінде геометриялық тұжырымдауды пайдалану ежелгі Қытай, Греция, Үндістан, Орта Азия математиктерінің шығармаларында кездеседі.

Олар $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a-b)\times$ $\times(a+b)$ (немесе $(a^2 - b^2) = (a-b)^2 + 2b(a-b)$) сияқты тепе-теңдіктерді геометриялық тәсілмен дәлелдеген. Мысалы, $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ формуланы дәлелдеу мынадай орындалған: қабырғасы a-ға тең квадраттан қабырғасы b-ға тең квадрат қиып алынса, қалған бөлігінің ауданы: $a(a-b) + b(a-b) = (a-b)(a+b)$ға, немесе $(a-b)^2 + 2b(a-b)$ ға тең болатыны 21-суретте айқын көрсетілген.



21-сурет.

Демек, $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ формула дұрыс.

Тікбұрышты үшбұрыштың қабырғаларын бүтін (немесе рационал) сандар арқылы өрнектеу үшін қытай математиктері эрамызға дейінгі бірінші мыңжылдықта

$$\left(\frac{p^2 - q^2}{2}\right)^2 + (pq)^2 = \left(\frac{p^2 + q^2}{2}\right)^2$$

теңдікті пайдаланған.

V ТАРАУ

АЛГЕБРАЛЫҚ БӨЛШЕКТЕР

§ 24. Алгебралық бөлшек. Бөлшектерді қысқарту

1-есеп. Катердің тұрғын судағы жылдамдығы сағатына a километрге, өзен ағысының жылдамдығы сағатына b километрге тең. Катердің өзен ағысы бойынша жылдамдығы өзен ағысына қарсы жылдамдығынан неше есе артық?

△ Катердің өзен ағысы бойынша жылдамдығы сағатына $(a + b)$ километрге; өзен ағысына қарсы жылдамдығы сағатына $(a - b)$ километрге тең. Сондықтан өзен ағысы бойынша жылдамдығы өзен ағысына қарсы жылдамдығынан:

$$\frac{a+b}{a-b}$$

есе артық болады. ▲

$\frac{a+b}{a-b}$ өрнегі *алгебралық бөлшек* делінеді. Бөлшектің алымы $a + b$, бөлшектің бөлімі $a - b$-ға тең.

Алымы мен бөлімі алгебралық өрнек болатын бөлшек алгебралық бөлшек деп аталады.

Алгебралық бөлшектерге арналған бірнеше мысалдарды қарастырайық:

$$\frac{a}{b}; \ \frac{2}{x+y}; \ \frac{a-b}{c}; \ \frac{x(b+c)}{y(a-c)}.$$

Егер алгебралық бөлшектің құрамындағы әріптердің орнына кез келген сан қойып, қажетті есептеулерді орындағаннан соң осы алгебралық бөлшектің сандық мәні пайда болады.

Мысалы, $a = 10$, $b = 8$ болғанда $\frac{a+b}{a-b}$ алгебралық бөлшегінің мәні $\frac{10+8}{10-8} = \frac{18}{2} = 9$-ға тең болады.

$\frac{a+b}{a-b}$ алгебралық бөлшекте a және b-ның орнына, өзара тең емес ($a \neq b$) кез келген сандарды қоюға болады, себебі $a = b$ болғанда, бөлшектің бөлімі нөлге тең, бөлшекті нөлге бөлу мүмкін емес.

Бұдан былай алгебралық бөлшектегі әріптердің орнына бөлшектің бөлімін нөлге айналдыратын мәнінен басқа барлық сандарды қабылдауға болатынын ескертеміз.

Мысалы, $\frac{a}{a(a-1)}$ бөлшегі үшін $a = 0$ және $a = 1$ сандарынан басқа барлық сандарды қойып, оның сандық мәнін табуға болады.

Бөлшектің негізгі қасиетін былай жазуға болады:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb},}$$

мұндағы $m \neq 0, \quad b \neq 0.$

Бөлшектің бұл қасиеті бөлшектің алымы мен бөлімін бірдей алгебралық өрнекке көбейтсек немесе бөлсек, оған тең бөлшек шығатынын білдіреді, мәселен:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}, \quad \frac{a+b}{b} = \frac{(a+b) \cdot c}{bc}.$$

Бөлшектің негізгі қасиеті бойынша, алгебралық бөлшектің алымы мен бөлімінің ортақ көбейткіштерін қысқартуға болады, мәселен:

$$\frac{a(b+c)}{a(b-c)} = \frac{b+c}{b-c}, \quad \frac{(a+b)c}{(a+b)d} = \frac{c}{d}.$$

Бөлшектерді ықшамдау үшін алдымен олардың алымы мен бөлімінің ортақ көбейткіштерін анықтап, оларды қысқартуға болатын мысалдарды қарастырайық.

2-есеп. Бөлшекті қысқарт:

1) $\frac{12a^2b}{4ab^2}$; 2) $\frac{m^2 - n^2}{m^2 + mn}$.

△ 1) $12a^2b$ және $4ab^2$ бірмүшеліктердің ортақ көбейткіші $4ab$-ға тең. Бөлшектің алымы мен бөлімін $4ab$-ға бөлеміз:

$$\frac{12a^2b}{4ab^2}=\frac{4ab\cdot 3a}{4ab\cdot b}=\frac{3a}{b}.$$

2) m^2-n^2 және m^2+nm көпмүшеліктердің ортақ көбейткіші $m+n$ өрнегі. Себебі $m^2-n^2=(m+n)(m-n)$, $m^2+mn=m(m+n)$. Бөлшектің алымы мен бөлімін $m+n$-ге бөлеміз:

$$\frac{m^2-n^2}{m^2+mn}=\frac{(m+n)(m-n)}{m(m+n)}=\frac{m-n}{m}.$$ ▲

Бөлшектерді қысқарту үшін бұл бөлшектердің алымы мен бөлімін ортақ көбейткіштеріне бөлу керек.

Егер $\frac{a}{b}$ *бөлшегінің алымындағы немесе бөліміндегі таңбаны қарама-қарсысына өзгертетін болсақ, онда берілген бөлшекке қарама-қарсы бөлшек келіп шығады:*

$$\frac{-a}{b}=-\frac{a}{b};\quad \frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}.$$

Мәселен, $\frac{-3}{7}=-\frac{3}{7}$; $\frac{-a}{1-a}=-\frac{a}{1-a}=\frac{a}{a-1}$.

3-есеп. $\frac{3a(y-x)}{a^2(x-y)}$ бөлшекті қысқарт:

$$\frac{3a(y-x)}{a^2(x-y)}=\frac{-3a(x-y)}{a^2(x-y)}=\frac{-3}{a}=-\frac{3}{a}.$$

Жаттығулар

452. Алымы x және y сандарының көбейтіндісі, бөлімі қосындысы болатын алгебралық бөлшекті жаз.

453. Алымы p және q сандарының айырмасына, бөлімі олардың көбейтіндісіне тең болатын алгебралық бөлшекті жаз.

454. Алымы a және b сандарының квадраттарының айырмасына, бөлімі сол сандардың айырмасының квадратына тең болатын алгебралық бөлшекті жаз.

455. Алымы c және d сандарының кубтарының қосындысына, бөлімі сол сандардың екі еселенген көбейтіндісіне тең болатын алгебралық бөлшекті жаз.

456. Алгебралық бөлшектің сандық мәнін тап:

1) $\frac{1}{a}$, мұндағы $a = 2\frac{3}{5}$;

2) $\frac{b+1}{b-1}$, мұндағы $b = 1,5$;

3) $\frac{a^2+1}{2a}$, мұндағы $a = -3$;

4) $\frac{a-b}{a+2b}$, мұндағы $a = 16, b = -3$;

5) $\frac{5a+b^2}{a^2-5b}$, мұндағы $a = 2, b = 8$;

6) $\frac{-7ab}{3b^2-a^3}$, мұндағы $a = 3, b = -4$.

457. 1) $S = \upsilon t$ формуласынан υ-ны; 2) $p = \frac{m}{V}$ формуласынан V-ны;
3) $C = 2\pi R$ формуласынан R-ді;
4) $P = 2(a + b)$ формуласынан a-ны тап.

458. Әрбір жүк машинасына a тонна картоп тиеуге болады. Сонда әрқайсысында p килограмм картобы бар n қап картопты тасымалдау үшін неше жүк машинасы (x) керек? x-тің $n = 90$, $p = 50$, $a = 1,5$ болғандағы мәнін тап.

459. Машина сағатына орта есеппен C метр линолеум шығарады. Егер машина күніне n сағат жұмыс істесе, ол a метр линолеумді неше күнде шығарады? Уақытты t-мен белгілеңдер. t-ның $c = 47$, $a = 11280$ және $n = 16$ болғандағы сандық мәнін тап.

460. Берілген екі бөлшектің теңдігін көрсет:

1) $\frac{6}{7}$ және $\frac{18}{21}$;

2) $\frac{-3}{5}$ және $\frac{27}{-45}$;

3) $\frac{2}{3}$ және $\frac{2a}{3a}$;

4) $\frac{2a}{7b}$ және $\frac{2a^2b}{7ab^2}$;

5) $\frac{m-n}{m+n}$ және $\frac{m^2-n^2}{(m+n)^2}$;

6) $\frac{a+3b}{c}$ және $\frac{(a+3b)c}{c^2}$.

Бөлшекті қысқарт **(461—463):**

461. 1) $\frac{-48}{-56}$; 2) $\frac{-64}{-80}$; 3) $\frac{-121}{55}$; 4) $\frac{28}{-14}$.

462. 1) $\frac{12a}{20}$; 2) $\frac{2c}{3c}$; 3) $\frac{7b}{21b}$; 4) $\frac{4ab}{8ac}$; 5) $\frac{a^2}{2a}$; 6) $\frac{5x}{x^3y}$.

463. 1) $\frac{a^2}{a^3}$; 2) $\frac{b^3}{b^7}$; 3) $\frac{a^5}{a^4}$; 4) $\frac{b^6}{b^4}$.

Бөлшекті қысқарт **(464—474):**

464. 1) $\frac{6ab}{4a}$; 3) $\frac{a^4b}{ab^3}$; 5) $\frac{12a^4b^2}{18a^3b^3}$;

2) $\frac{14c}{49c}$; 4) $\frac{3a^2b}{9a^3}$; 6) $\frac{25a^3bc^2}{125ac^3}$.

465. 1) $\frac{4(m+n)}{5(m+n)}$; 3) $\frac{2b(m-n)}{8b(m-n)(m-n)}$; 5) $\frac{2(a-b)}{b-a}$;

2) $\frac{7a(a-b)}{5(a-b)}$; 4) $\frac{3a(a+b)}{9a(a+b)(a-b)}$; 6) $\frac{5(x-y)}{15(y-x)}$.

466. 1) $\frac{(a-b)^2}{a-b}$; 3) $\frac{m-n}{(n-m)^2}$; 5) $\frac{3m(1-x)^2}{9m^2(x-1)^2}$;

2) $\frac{m+n}{(m+n)^4}$; 4) $\frac{(2x-3y)^2}{3y-2x}$; 6) $\frac{8a^2b(a-b)}{4a^3b(b-a)^2}$.

467. 1) $\frac{3x+3y}{6c}$; 3) $\frac{2a+2b}{4a-4b}$; 5) $\frac{ac-bc}{ac+bc}$;

2) $\frac{8a}{4m-4n}$; 4) $\frac{12a-3}{6a+9}$; 6) $\frac{a+ab}{a-ab}$.

468. 1) $\frac{a^2}{a^2+ab}$; 3) $\frac{7a+14b}{3a+6b}$; 5) $\frac{3a-6b}{12b-6a}$;

2) $\frac{pq^3}{p^2q-pq^2}$; 4) $\frac{2m^2-mn}{2mn-n^2}$; 6) $\frac{x^2-2xy}{2y^2-xy}$.

469. 1) $\frac{12x^2-30xy}{30x^2-12xy}$; 2) $\frac{36a^2+24ab}{24a^2+36ab}$;

3) $\frac{m^3-3m^2n}{3m^2n-3m^3}$; 4) $\frac{a^3-2a^2b}{2a^3b^2-a^4b}$.

470. 1) $\frac{a^2-b^2}{a+b}$; 3) $\frac{4c^2-9x^2}{2c-3x}$; 5) $\frac{3a(a-b)}{6a^2(b-a)}$;

2) $\frac{a-b}{a^2-b^2}$; 4) $\frac{25-x^2}{5-x}$; 6) $\frac{5a(c^2-4)}{10a^2(2-c)}$.

471. 1) $\frac{8-3c}{9c^2-64}$; 3) $\frac{2y-10}{25-y^2}$; 5) $\frac{b^2-c^2}{b^4n-c^4n}$;

2) $\frac{100-49b^2}{7b+10}$; 4) $\frac{5y-y^2}{25-y^2}$; 6) $\frac{5a^3b+5ab^3}{a^4-b^4}$.

472. 1) $\frac{d^2-6d+9}{d-3}$; 2) $\frac{b+7}{b^2+14b+49}$; 3) $\frac{9-6a+a^2}{3-a}$; 4) $\frac{1-2p}{1-4p+4p^2}$.

473. 1) $\frac{4y^2-4y+1}{4y^2-1}$; 3) $\frac{3a^2-6ab+3b^2}{6a^2-6b^2}$;

2) $\frac{16a^2-1}{16a^2-8a+1}$; 4) $\frac{50m^2+100mn+50n^2}{15m^2-15n^2}$.

474. 1) $\frac{1-a^2}{(a-1)^2}$; 3) $\frac{4y^2-4y+1}{2-4y}$;

2) $\frac{(m-n)^2}{n-m}$; 4) $\frac{5-2x}{4x^2-20x+25}$.

475. Бөлшекті қысқарт:

1) $\frac{9c^2-16}{16-24c+9c^2}$; 4) $\frac{36c-c^3}{c^3+12c^2+36c}$;

2) $\frac{16x^2-24xy+9y^2}{9y^2-16x^2}$; 5) $\frac{25b-49b^3}{49b^3-70b^2+25b}$;

3) $\frac{4x^2-4xy+y^2}{y^2-4x^2}$; 6) $\frac{4b^2-12bc+9c^2}{-2ab+3ac}$.

476. Бөлшекті қысқарт:

1) $\dfrac{2a^5-128a^2}{\left(2a^2+8a+32\right)\left(a^4-4a^3\right)}$;

3) $\dfrac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5}$;

2) $\dfrac{2a^4+3a^3+2a+3}{\left(a^2-a+1\right)\left(2a+3\right)}$;

4) $\dfrac{3ac^2+3bc^2-3ab^2-3b^3}{6ac^2+6bc^2-6ab^2-6b^3}$.

§ 25. *Бөлшектерді ортақ бөлімге келтіру*

Жай бөлшектерді қосқанда алдымен бөлшектер ортақ бөлімге келтіріледі. Мысалы, $\frac{1}{4}, \frac{3}{25}, \frac{7}{10}$ бөлшектері үшін ортақ бөлім 100 саны болады, бұл сан 4, 25, 10 сандарының ең кіші ортақ еселігі.

Алгебралық бөлшектерді қосу мен азайтуда нақ сондай алмастыруларды орындауға тура келеді, оны бөлшекті ортақ бөлімге келтіру деп атайды.

1-есеп. $\frac{m}{3a^2b}$, $\frac{n}{6ab^2}$ және $\frac{p}{4ac}$ алгебралық бөлшектерінің ортақ бөлінгішін табайық.

△ Берілген бөлшектің ортақ бөлінгіші әрбір бөлшектің бөліміне бөлінуі керек. Демек, ол 3-ке, 6-ға, 4-ке яғни 12-ге; a^2-қа, a-ға және a-ға, яғни a^2-қа; b-ға, b^2-қа яғни b^2-қа; c-ға бөлінуі керек.

Сонымен, бөлшектің ортақ бөлімі етіп 12, a^2, b^2 және c көбейткіштерін алу керек. Ортақ бөлінгіш ретінде $12a^2b^2c$ көбейткішін аламыз. Бұл ортақ бөлінгішті бірінші бөлшектің бөліміне бөліп, оның алымы мен бөліміне көбейтіп бірмүшені табамыз. Бұл бірмүшелік берілген бөлшектің *толықтауыш көбейткіші* деп аталады. Бірінші бөлшек үшін мұндай бірмүшелік $4bc$-ға тең. Осы тәсілмен екінші, үшінші бөлшектердің толықтауыш көбейткіштерін табамыз: $2ac$ және $3ab^2$.

Бірінші, екінші және үшінші бөлшектердің алымы мен бөліміне сәйкес $4bc$, $2ac$ және $3ab^2$-қа көбейтеміз, оларды $12a^2b^2c$ ортақ бөлінгішіне келтіреміз:

$$\frac{m}{3a^2b}=\frac{4mbc}{12a^2b^2c},\ \frac{n}{6ab^2}=\frac{2nac}{12a^2b^2c},\ \frac{p}{4ac}=\frac{3pab^2}{12a^2b^2c}.\ \blacktriangle$$

2-есеп. Бөлшектердің ортақ бөлінгішін табыңдар:

$$\frac{a}{x^2-y^2};\quad \frac{b}{2x^2-4xy+2y^2};\quad \frac{c}{3x^2+6xy+3y^2}.$$

$\triangle$ Бөлшектердің бөлімін көбейткіштерге жіктейміз:

$$x^2-y^2=(x-y)(x+y);$$

$$2x^2-4xy+2y^2=2\left(x^2-2xy+y^2\right)=2\left(x-y\right)^2;$$

$$3x^2+6xy+3y^2=3\left(x^2+2xy+y^2\right)=3\left(x+y\right)^2.$$

Ортақ бөлінгіш берілген бөлшектердің әрқайсысының бөліміне бөлінуге тиіс.

Ортақ бөлінгіш бірінші бөлшектің бөліміне бөлінуі үшін оның құрамында $(x-y)(x+y)$ көбейткіші болуы керек.

Содан кейін, ортақ бөлінгіш екінші бөлшектің бөліміне бөлінуі үшін онда $2(x-y)^2$ көбейткіші болуы керек. Демек, бірінші бөлшектің бөліміне $2(x-y)$ көбейткішті жазу керек, яғни ортақ бөлінгіш құрамында

$$2(x-y)^2(x+y)$$

көбейткіші болуы қажет.

Ортақ бөлінгіш үшінші бөлшектің $3(x+y)^2$ бөліміне бөлінуі үшін $2(x-y)^2(x+y)$ көбейтіндіге $3(x+y)^2$ көбейткішті көбейтіп жазу керек. Демек, үш бөлшектің ортақ бөлінгіші

$$6(x-y)^2(x+y)^2$$

өрнегіне тең болады.

Бөлшектердің ортақ бөлінгішін табу үшін олардың алымы және бөлімін толықтауыш көбейткіштерге көбейту керек, оны ортақ бөлінгішті әрбір бөлшектің бөліміне бөлу арқылы табамыз; берілген бөлшектер үшін олар сәйкесінше мына өрнектерге тең:

$$6(x-y)(x+y),\ 3(x+y)^2,\ 2(x-y)^2.$$

Демек, берілген бөлшектерді мынадай жазып алу керек:

$$\frac{a}{x^2-y^2}=\frac{6a(x-y)(x+y)}{6(x-y)^2(x+y)^2};\quad \frac{b}{2x^2-4xy+2y^2}=\frac{3b(x+y)^2}{6(x-y)^2(x+y)^2};$$

$$\frac{c}{3x^2+6xy+3y^2}=\frac{2c(x-y)^2}{6(x-y)^2(x+y)^2}.\ \blacktriangle$$

Алгебралық бөлшекті ортақ бөлімге келтіру үшін:
1) берілген бөлшектердің ортақ бөлінгішін табу;
2) әрбір бөлшек үшін толықтауыш көбейткішін табу;
3) әрбір бөлшектің алымын толықтауыш көбейткішке көбейту;
4) әрбір бөлшекті табылған алымымен және ортақ бөлінгішімен жазу керек.

Жаттығулар

Мына жаттығуларда бөлшектердің ортақ бөлінгішін тап **(477—484):**

477. 1) $\frac{1}{2}$ және $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{5}{7}$ және $\frac{3}{14}$; 5) $\frac{x}{2y}$ және $\frac{x}{3y}$;

2) $\frac{1}{a}$ және $\frac{2}{b}$; 4) $\frac{a}{b}$ және $\frac{a}{2b}$; 6) $\frac{8}{15}$ және $\frac{5}{12}$.

478. 1) $\frac{3}{4a}$, $\frac{1}{5b}$ және $\frac{7}{20ab}$; 3) $\frac{7}{a^2}$ және $\frac{8}{a^3}$;

2) $\frac{3x}{4y}$, $\frac{6}{xy}$ және $\frac{4y}{3x}$; 4) $\frac{a}{2x}$ және $\frac{b}{4x^3}$.

479. 1) a және $\frac{b^2}{a}$; 2) $3b$ және $\frac{a^2}{2b}$;

3) a^2 және $\frac{c}{2ab}$; 4) $\frac{b}{3a}$, $\frac{3c}{2b}$ және ab.

480. 1) $\frac{1}{2p^2}$, $\frac{1}{6pk}$ және $\frac{1}{3k^2}$;

2) $\frac{1}{6b^2}$, $\frac{a^2+b^2}{9a^2b^2}$ және $\frac{3-a^2}{18ab^2}$;

3) $\frac{2a}{b^2}$, $\frac{4}{15a^2b}$ және $\frac{3}{20a^3b^4}$;

4) $\frac{7}{20x^4y}$, $\frac{31}{6xy^3}$ және $\frac{4}{3x^2y^4}$.

481. 1) $\frac{3}{x+y}$ және $\frac{5}{x}$;

2) $\frac{6}{a-1}$ және $\frac{2}{a}$;

3) $\frac{7x}{2(x-1)}$ және $\frac{5x}{x-1}$;

4) $\frac{2a^2}{3(a+1)}$ және $\frac{5a^2}{4(a+1)}$.

482. 1) $\frac{1}{x-y}$ және $\frac{1}{x+y}$;

2) $\frac{7a}{3x-y}$ және $\frac{6b}{3x+y}$;

3) $\frac{5x}{2x-2}$ және $\frac{3}{4x-4}$.

4) $\frac{3x}{4x+4y}$ және $\frac{x}{8x+8y}$.

483. 1) $\frac{3b}{b-2}$ және $\frac{4}{b^2-4}$;

2) $\frac{7a}{x^2-9}$ және $\frac{a}{x+3}$;

3) $\frac{1}{1-a}$, $\frac{2a}{1+a}$ және $\frac{a^2}{1-a^2}$;

4) $\frac{6x}{x-y}$, $\frac{7xy}{x+y}$ және $\frac{3}{x^2-y^2}$.

484. 1) $\frac{m}{2m+2n}$, $\frac{n}{8m-8n}$ және $\frac{mn}{6m^2-6n^2}$;

2) $\frac{2c}{5b-5c}$, $\frac{3a^2}{35b^2-35c^2}$ және $\frac{7b}{14b+14c}$;

3) $\frac{1}{a^2-4b^2}$, $\frac{1}{3a^2+6ab}$ және $\frac{1}{2ab-a^2}$;

4) $\frac{5}{4x-4}$, $\frac{4x}{1-x^2}$ және $\frac{1}{3x^2+3x}$.

№ 9 *Бір құрт жерден ағаштың ұшына шықпақты болыпты. Ағаш бойымен түнде ол 2 м биіктікке көтеріліп, күндіз 1 м төмен түседі екен. 9-түнде ол ағаштың ұшына шығып үлгеріпті. Ағаштың биіктігі неше метр екен?*

§ 26. Алгебралық бөлшектерді қосу және азайту

Бөлімдері бірдей бөлшектерді қосу және азайту ережесін былай жазуға болады:

$$\boxed{\frac{a}{m}+\frac{b}{m}=\frac{a+b}{m};} \qquad \boxed{\frac{a}{m}-\frac{b}{m}=\frac{a-b}{m}.}$$

1-мысал. $\frac{a-b}{a+b}$, $\frac{2a-b}{a+b}$ және $\frac{a-2b}{a+b}$ бөлшектерді қос.

$$\triangle\ \frac{a-b}{a+b}+\frac{2a-b}{a+b}+\frac{a-2b}{a+b}=\frac{a-b+2a-b+a-2b}{a+b}=\frac{4a-4b}{a+b}=\frac{4\left(a-b\right)}{a+b}.\ \blacktriangle$$

2-мысал. $\frac{a^2}{a+b}$ және $\frac{b^2}{a+b}$ бөлшектердің айырмасын тап:

$$\triangle\ \frac{a^2}{a+b}-\frac{b^2}{a+b}=\frac{a^2-b^2}{a+b}=\frac{\left(a+b\right)\left(a-b\right)}{a+b}=a-b.\ \blacktriangle$$

Бөлімдері әр түрлі бөлшектерді қосу және азайту үшін бұл бөлшектердің ортақ бөлінгішін тауып, бөлімдері бір түрлі бөлшектерді қосу және азайту ережесін пайдалану керек.

3-мысал. $\frac{1}{a^3}$, $\frac{1}{2a^2b}$ және $\frac{1}{3ab^2}$ бөлшектерін қос.

△ Берілген бөлшектердің ортақ бөлімі $6a^3b^2$ көбейтіндісі болады.

Демек,

$$\frac{1}{a^3}+\frac{1}{2a^2b}+\frac{1}{3ab^2}=\frac{6b^2}{6a^3b^2}+\frac{3ab}{6a^3b^2}+\frac{2a^2}{6a^3b^2}=\frac{2a^2+3ab+6b^2}{6a^3b^2}.\ \blacktriangle$$

4-мысал. $\frac{a}{3b^2c}$ және $\frac{c}{15ab^2}$ бөлшектердің айырмасын тап.

$$\triangle\ \frac{a}{3b^2c}-\frac{c}{15ab^2}=\frac{5a^2}{15ab^2c}-\frac{c^2}{15ab^2c}=\frac{5a^2-c^2}{15ab^2c}.\ \blacktriangle$$

5-мысал. $\dfrac{1}{x^2-x}$ және $\dfrac{3}{x^2-1}$ бөлшектерді қос.

△ Бөлшектің бөліміндегі көпмүшеліктерді көбейткіштерге жіктейміз:

$$x^2-x=x(x-1),\ x^2-1=(x-1)(x+1).$$

Бөлшектің ортақ бөлімі $x(x-1)(x+1)$ көбейтіндісі болады. Бөлшектерді ортақ бөлімге келтіріп, табамыз:

$$\frac{1}{x^2-x}+\frac{3}{x^2-1}=\frac{1}{x(x-1)}+\frac{3}{(x-1)(x+1)}=\frac{x+1}{x(x^2-1)}+\frac{3x}{x(x^2-1)}=$$

$$=\frac{x+1+3x}{x(x^2-1)}=\frac{4x+1}{x(x^2-1)}.$$ ▲

Бөлімдері әр түрлі бөлшектерді қосу және азайту төмендегі тәртіппен орындалады:

1) бөлшектердің ортақ бөлінгіші табылады;

2) бөлшек ортақ бөлімге келтіріледі;

3) пайда болған бөлшектердің қосындысы табылады;

4) мүмкіндігі болса, нәтижені ықшамдаймыз.

6-мысал. $\dfrac{1}{a^2+4a+4}-\dfrac{4}{a^4+4a^3+4a^2}+\dfrac{4}{a^3+2a^2}$ өрнегіндегі $a=0{,}5$ деп алып, сандық мәнін есепте.

△ Берілген өрнекті төмендегідей жіктеуге болады:

$$\frac{1}{(a+2)^2}-\frac{4}{a^2(a^2+4a+4)}+\frac{4}{a^2(a+2)}=\frac{1}{(a+2)^2}-\frac{4}{a^2(a+2)^2}+\frac{4}{a^2(a+2)}=$$

$$=\frac{a^2-4+4(a+2)}{a^2(a+2)^2}=\frac{a^2+4a+4}{a^2(a+2)^2}=\frac{1}{a^2}.$$

Демек, өрнектің ізделген сандық мәні: $\dfrac{1}{0{,}5^2}=\dfrac{1}{0{,}25}=\dfrac{100}{25}=4.$ ▲

Бөлшектің қосындысын (айырмасын) тап: **(485—491):**

485. 1) $\frac{p}{q^2}+\frac{3p}{q^2}$; 3) $\frac{a}{a+b}+\frac{c}{a+b}$;

2) $\frac{8a}{b^3}-\frac{3a}{b^3}$; 4) $\frac{x}{n+a}-\frac{y}{n+a}$.

486. 1) $\frac{c+d}{2a}+\frac{2c-d}{2a}$; 2) $\frac{a+2b}{3c^2}+\frac{5a-2b}{3c^2}$; 3) $\frac{a+b}{2c}-\frac{a-b}{2c}$;

4) $\frac{10a-b}{a^3}-\frac{3a-b}{a^3}$; 5) $\frac{(1+b)^2}{5d}+\frac{(1-b)^2}{5d}$; 6) $\frac{(2+a)^2}{a^2b}-\frac{(2-a)^2}{a^2b}$.

487. 1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}$; 3) $\frac{2}{3a}+\frac{1}{a}$; 5) $\frac{c}{15a}+\frac{d}{3}$;

2) $\frac{4}{7}-\frac{5}{28}$; 4) $\frac{1}{b}-\frac{2}{5b}$; 6) $\frac{a}{4}-\frac{b}{12d}$.

488. 1) $\frac{m}{2}-\frac{1}{n}$; 2) $\frac{3}{a}+\frac{b}{5}$; 3) $5-\frac{1}{a}$; 4) $\frac{2}{b}+7$.

489. 1) $5-\frac{2}{b}+\frac{3}{b^2}$; 2) $\frac{2}{c}+4-\frac{3}{c^2}$; 3) $d-\frac{c}{d}+\frac{c^2}{d^2}$; 4) $\frac{m}{n}-k+\frac{m^2}{n^2}$.

490. 1) $\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}$; 3) $\frac{a}{bc}-\frac{a}{bd}$; 5) $\frac{3}{m^2}+\frac{4}{mn}$;

2) $\frac{1}{mn}-\frac{1}{mk}$; 4) $\frac{b}{ac}+\frac{b}{cd}$; 6) $\frac{2}{mn}-\frac{3}{n^3}$.

491. 1) $\frac{3c}{4a^3b}+\frac{5d}{6ab^3}$; 3) $\frac{2}{3y^3}-\frac{1}{6x^2y}+\frac{5}{12xy^2}$; 5) $\frac{a}{b^2}+\frac{b}{c^2}+\frac{c}{a^2}$;

2) $\frac{2a}{9b^4}-\frac{7c}{6a^3b}$; 4) $\frac{5}{7x^2y}-\frac{3}{4xy^2}+\frac{11}{14x^2y^2}$; 6) $\frac{b}{c}+\frac{b}{c^2d}+\frac{b}{cd^2}$.

Алгебралық бөлшектерді қос және айырмасын тап **(492—503):**

492. 1) $\frac{2x}{3(a-b)}+\frac{x}{a-b}$; 3) $\frac{2a^2}{3(a+1)}+\frac{5a^2}{4(a+1)}$;

2) $\frac{7x}{2(x-1)}-\frac{5x}{x-1}$; 4) $\frac{4y}{5(y-3)}-\frac{5x}{2(y-3)}$.

493. 1) $\frac{5}{2x-2}+\frac{3}{4x-4}$; 3) $\frac{a}{3a+3b}-\frac{2a}{6a+6b}$;

2) $\frac{7}{5b+5}-\frac{3}{10b+10}$; 4) $\frac{3x}{4x+4y}-\frac{x}{8x+8y}$.

494. 1) $\frac{3}{a^2+a}+\frac{5a}{ab+b}$; 3) $\frac{y+a}{b^2+ba}+\frac{y-b}{ab+a^2}$;

2) $\frac{5b}{ax+ay}-\frac{2a}{bx+by}$; 4) $\frac{y-b}{a^2-ab}-\frac{y-a}{ab-b^2}$.

495. 1) $\frac{3}{x+y}-\frac{5}{x}$; 3) $\frac{1}{x(x-3)}+\frac{1}{x(x+3)}$;

2) $\frac{6}{a}-\frac{10}{a-1}$; 4) $\frac{4}{5(a-b)}-\frac{7}{8(a+b)}$.

496. 1) $\frac{a}{1-b^2}+\frac{1}{1+b}$; 3) $\frac{5+p^2}{p^2-36}-\frac{p}{6+p}$;

2) $\frac{2}{x^2-9}+\frac{1}{x+3}$; 4) $\frac{2x}{x-4}-\frac{5x-2}{x^2-16}$.

497. 1) $\frac{2x}{x-4}-\frac{5x-2}{16-x^2}$; 3) $\frac{c^2-8}{2c+3}-\frac{16c-2c^3}{9-4c^2}$;

2) $\frac{12n-5}{n^2-49}+\frac{6}{7-n}$; 4) $\frac{21y^2+1}{1-9y^2}-\frac{y}{3y-1}$.

498. 1) $\frac{3}{a+2}+\frac{2a}{(a+2)^2}$; 2) $\frac{a}{(3a+1)^2}+\frac{4}{3a+1}$.

499. 1) $\frac{2y+8}{y^2-4y+4}-\frac{7}{y-2}$; 4) $\frac{4}{(m-n)^2}-\frac{7}{n-m}$;

2) $\dfrac{4-5x}{1+6x+9x^2}-\dfrac{2}{3x+1}$;

3) $\dfrac{7}{(a-b)^2}-\dfrac{5}{b-a}$;

5) $\dfrac{2a}{25-10a+a^2}+\dfrac{10}{a^2-25}$;

6) $\dfrac{1}{x^2-6x+9}+\dfrac{1}{(x+3)^2}$.

500. 1) $a+\dfrac{a}{a-1}$; 2) $b-\dfrac{b}{b-2}$; 3) $c+1-\dfrac{c^2}{c-1}$; 4) $\dfrac{a^2}{a+1}-a+1$.

501. 1) $\dfrac{7}{a+b}+\dfrac{8}{a-b}-\dfrac{16b}{a^2-b^2}$;

2) $\dfrac{6x}{x^2-y^2}-\dfrac{3}{x-y}-\dfrac{4}{x+y}$;

3) $\dfrac{3}{a+3}+\dfrac{2}{3-a}-\dfrac{6}{a^2-9}$;

4) $\dfrac{3}{4a^2-9}-\dfrac{8}{2a+3}-\dfrac{7}{3-2a}$.

502. 1) $\dfrac{a+b}{a}-\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{b}{a^2-ab}$;

2) $\dfrac{5b-1}{3b^2-3}+\dfrac{b+2}{2b+2}-\dfrac{b+1}{b-1}$;

3) $\dfrac{6a}{9a^2-1}+\dfrac{3a+1}{3-9a}+\dfrac{3a-1}{6a+2}$;

4) $\dfrac{7}{m}-\dfrac{4}{m-2n}-\dfrac{m-n}{4n^2-m^2}$;

5) $x-\dfrac{xy}{x+y}-\dfrac{x^3}{x^2-y^2}$;

6) $a-2+\dfrac{4a}{2+a}-\dfrac{a^3+b}{a^2+2a}$.

503. 1) $\dfrac{a+1}{a^3-1}-\dfrac{1}{a^2+a+1}$;

2) $\dfrac{a^2+4}{a^3+8}-\dfrac{1}{a+2}$;

3) $\dfrac{a+b}{a^2-ab+b^2}-\dfrac{1}{a+b}$;

4) $\dfrac{m^2-3m+9}{m^3-27}-\dfrac{1}{m-3}$.

504. Өрнекті ықшамдап алып, сандық мәнін тап:

1) $\dfrac{8a^2}{a^3-1}+\dfrac{a+1}{a^2+a+1}$, мұндағы $a=2$;

2) $\dfrac{3c^2-c+3}{c^3-1}-\dfrac{c-1}{c^2+c+1}+\dfrac{2}{1-c}$, мұндағы $c=1\dfrac{1}{2}$.

§ 27. *Алгебралық бөлшектерді көбейту және бөлу*

Алгебралық бөлшектерді көбейту және бөлу жай бөлшектерді көбейту және бөлу ережесіне негізделіп орындалады:

$$\boxed{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd};} \qquad \boxed{\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}.}$$

1-мысал. Бөлшекті көбейтіндер:

$$\frac{1}{2xy},\ \frac{4x^2y^3}{5z}\ \text{және}\ \frac{10z^2}{3x^3}.$$

$$\triangle\ \frac{1}{2xy}\cdot\frac{4x^2y^3}{5z}\cdot\frac{10z^2}{3x^3}=\frac{1\cdot 4x^2y^3\cdot 10z^2}{2xy\cdot 5z\cdot 3x^3}=\frac{4y^2z}{3x^2}.\ \blacktriangle$$

2-мысал. $\frac{a-b}{a^2+ab}$ және $\frac{b^2+ab}{(a-b)^2}$ бөлшектерді көбейт.

△ Көбейткіштерге жіктеп, табамыз:

$$\frac{a-b}{a^2+ab}\cdot\frac{b^2+ab}{(a-b)^2}=\frac{(a-b)b(a+b)}{a(a+b)(a-b)^2}=\frac{b}{a(a-b)}.\ \blacktriangle$$

3-мысал. $\frac{m+n}{9m^2n^3}$ және $\frac{m^2-n^2}{27mn^2}$ бөлшектерді бөл.

$$\triangle\ \frac{m+n}{9m^2n^3}:\frac{m^2-n^2}{27mn^2}=\frac{(m+n)\cdot 27mn^2}{9m^2n^3\left(m^2-n^2\right)}=\frac{(m+n)3}{mn(m-n)(m+n)}=\frac{3}{mn(m-n)}.\ \blacktriangle$$

Алгебралық бөлшекті дәрежеге шығару кезінде мына формула қолданылады:

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}.}$$

Мысалы:

$$\left(\frac{4a^2}{b}\right)^2=\frac{16a^4}{b^2};\quad \left(\frac{a+b}{3c}\right)^3=\frac{(a+b)^3}{27c^3}.$$

Бөлшектерді көбейт **(505—506):**

505. 1) $\frac{85}{24}\cdot\frac{72}{17}$; 2) $\frac{256}{169}\cdot\frac{13}{64}$; 3) $50\cdot\frac{7}{625}$; 4) $\frac{5}{26}\cdot 39$.

506. 1) $\frac{a^3b}{c}\cdot\frac{c^2}{a^4}$; 3) $\frac{6a}{5b}\cdot\frac{15c}{2d}$; 5) $\frac{2a}{3b}\cdot 3c$;

2) $\frac{m^2n^2}{k}\cdot\frac{k^3}{m^3n^3}$; 4) $\frac{4m}{9n}\cdot\frac{27k}{16d}$; 6) $14a^2\cdot\frac{b^2}{7c^3}$.

507. Бөлшектерді бөл:

1) $\frac{3}{5}:\frac{3}{7}$; 3) $\frac{a}{8}:\frac{1}{3}$; 5) $\frac{2}{a}:\frac{6}{7}$;

2) $\frac{11}{12}:\frac{2}{5}$; 4) $\frac{6}{c}:\frac{m}{13}$; 6) $\frac{9}{35}:\frac{b}{5}$.

508. Бөлшектерді бөл:

1) $\frac{8}{17}:\frac{8}{17}$; 3) $\frac{3a}{7b}:\frac{a}{b}$; 5) $\frac{2a}{3b}:\frac{a^2}{bc}$;

2) $\frac{a}{b}:\frac{a}{b}$; 4) $\frac{c}{2d}:\frac{4c^2}{5d}$; 6) $\frac{5m}{n^2}:\frac{10m^3}{n}$.

509. Бөлшектерді бөл:

1) $\frac{17}{12}:\frac{34}{39}$; 3) $\frac{4}{13}:5$; 5) $12:\frac{8}{9}$;

2) $\frac{54}{25}:\frac{81}{75}$; 4) $\frac{a}{b}:c$; 6) $a:\frac{b}{c}$.

510. Бөлшектерді бөл:

1) $\frac{a^2b}{c}:\frac{a^4}{c^2}$; 3) $\frac{4a}{5b}:\frac{12c}{25d}$; 5) $\frac{6a}{5b}:(5c)$;

2) $\frac{mn}{k}:\frac{m^2n^2}{k^3}$; 4) $\frac{8m}{9n}:\frac{16k}{27d}$; 6) $12a^2:\frac{4d}{5c^2}$.

Амалдарды орында **(511—517):**

511. 1) $\left(\frac{5a}{7b}\right)^2\cdot\frac{14b^2}{25a^3}$; 2) $\left(\frac{3a^2}{2b}\right)^3\cdot\frac{16b^3}{21a^4}$; 3) $\frac{2a^2}{5b^2}:\frac{12a^2}{15b^2}$;

4) $\dfrac{3a^3}{7b} : \dfrac{9a^4}{21b}$;   5) $\left(\dfrac{ab}{cd}\right)^2 \cdot acd$;   6) $abc^2 \cdot \left(\dfrac{ab}{cd}\right)^2$.

512. 1) $\dfrac{8a^2b}{9c} \cdot \dfrac{36c^3}{5a^3b}$;   3) $\dfrac{16x^2y}{7z} : \dfrac{20xy^3}{21z^2}$;   5) $\dfrac{18m^3n^5}{7k} : (9n^2)$;

2) $\dfrac{7b^4}{9c^5y} : \dfrac{35b^4c^2}{18c^4y^2}$;   4) $\dfrac{46d^3c}{15a} : \dfrac{23dc^2}{5a^3}$;   6) $24k^2 : \dfrac{12m^4k^2}{11p^3n}$.

513. 1) $\dfrac{3x^2y}{4a^2b} \cdot 4a^2b$;   3) $15xy : \dfrac{30xy}{7a^2b}$;

2) $\dfrac{5a^2b}{7xy^2} \cdot 14xy^2$;   4) $\dfrac{7x^2y}{2a^2b} : (14x^2y)$.

514. 1) $\dfrac{7-x}{a+b} \cdot \dfrac{a-b}{7-x}$;   3) $\dfrac{c+d}{c-d} : \dfrac{c}{c-d}$;   5) $\dfrac{a^2-ab}{b} \cdot \dfrac{b}{a}$;

2) $\dfrac{x-y}{2a} \cdot \dfrac{4b}{x-y}$;   4) $\dfrac{a-b}{2b} : \dfrac{a-b}{6b^2}$;   6) $\dfrac{ab+b^2}{9} : \dfrac{b^2}{3a}$.

515. 1) $\dfrac{a+1}{b} \cdot \dfrac{4b^2}{a^2-1}$;   4) $\dfrac{5m}{m^2-n^2} : \dfrac{15m^3}{m-n}$;

2) $\dfrac{1-a}{3b^2} \cdot \dfrac{b^3}{1-a^2}$;   5) $\dfrac{3(x+y)}{4y^2(x^2+y^2)} \cdot \dfrac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$;

3) $\dfrac{a^2-b^2}{9b^2} : \dfrac{a+b}{3b}$;   6) $\dfrac{5(a-b)}{3(a^2+b^2)} : \dfrac{(a-b)^2}{a^2+b^2}$.

516. 1) $\dfrac{a^2-b^2}{3a+3b} \cdot \dfrac{3a^2}{5b-5a}$;   4) $\dfrac{3n^2-3m^2}{n^2+np} \cdot \dfrac{6m-6n}{n+p}$;

2) $\dfrac{5x^2-5y^2}{x^2+y^2} \cdot \dfrac{3x^2}{10y-10x}$;   5) $\dfrac{a^2+b^2}{x^3+x^2y} \cdot \dfrac{x^2-y^2}{a^4-b^4}$;

3) $\dfrac{a^2-25}{a^2-3a} : \dfrac{a+5}{9-a^2}$;   6) $\dfrac{a^2+b^2}{a^2-ab} : \dfrac{a^4b-b^5}{a^2b-ab^2}$.

517. 1) $\dfrac{a-5}{a^2+6a+9}\cdot\dfrac{(a+3)^2}{a^2-25}$; 3) $\dfrac{a^2-49}{a^2+2ab+b^2}\cdot\dfrac{a+b}{a-7}$;

2) $\dfrac{b^2-8b+16}{b+3}:\dfrac{(b-4)^2}{b^2-9}$; 4) $\dfrac{a^2-2a+1}{2a+1}:\dfrac{a-1}{4a^2-1}$.

§ 28. Алгебралық бөлшектермен бірге орындалатын амалдар

Алгебралық бөлшектермен бірге орындалатын амалдарға мысалдар келтірейік.

1-мысал. Өрнекті ықшамда: $\left(\dfrac{a+1}{2a-2}-\dfrac{1}{2a^2-2}\right)\cdot\dfrac{2a+2}{a+2}$.

△ Жақша ішіндегі өрнекті ықшамдаймыз:

$$\frac{a+1}{2a-2}-\frac{1}{2a^2-2}=\frac{a+1}{2(a-1)}-\frac{1}{2(a^2-1)}=\frac{(a+1)^2-1}{2(a^2-1)}=$$

$$=\frac{(a+1-1)(a+1+1)}{2(a^2-1)}=\frac{a(a+2)}{2(a+1)(a-1)}.$$

Көбейтіндіні табамыз:

$$\frac{a(a+2)}{2(a+1)(a-1)}\cdot\frac{2a+2}{a+2}=\frac{a(a+2)2(a+1)}{2(a+1)(a-1)(a+2)}=\frac{a}{a-1}.\ ▲$$

2-мысал. Амалдарды орында:

$$\left(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}\right):\left(\frac{a+b}{a-b}-1\right).$$

△ Бірінші жақшаның ішіндегі амалды орындаймыз:

$$\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}=\frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{(a-b)(a+b)}=\frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{a^2-b^2}=$$

$$=\frac{2a\cdot 2b}{a^2-b^2}=\frac{4ab}{a^2-b^2}.$$

Екінші жақшаның ішіндегі амалды орындаймыз:

$$\frac{a+b}{a-b}-1=\frac{a+b-a+b}{a-b}=\frac{2b}{a-b}.$$

Бөлеміз:

$$\frac{4ab}{a^2-b^2}:\frac{2b}{a-b}=\frac{4ab(a-b)}{(a^2-b^2)2b}=\frac{2a}{a+b}. \blacktriangle$$

3-мысал. Бассейн бірінші құбыр арқылы a сағатта, екіншісі арқылы b сағатта толады. Егер бір уақытта екі құбыр арқылы су құйылса, бассейн неше сағатта толады?

$\triangle$ Бассейннің көлемі V болсын. Бір сағатта бірінші құбыр $\frac{V}{a}$-ға тең көлемді, екіншісі $\frac{V}{b}$-ға тең көлемді толтырады, екі құбыр қосылып бір сағатта $\frac{V}{a}+\frac{V}{b}$-ға тең көлемді толтырады. Табылуға тиісті уақытты t-мен белгілейміз. Екі құбыр бассейнді t сағатта толтыруы керек, яғни

$$\left(\frac{V}{a}+\frac{V}{b}\right)\cdot t=V.$$

Теңдіктің екі жағын V-ға бөліп,

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)t=1$$

екенін табамыз. Жақша ішіндегі қосынды $\frac{a+b}{ab}$-ға тең.

Сондықтан $\frac{a+b}{ab}t=1$, бұдан $t=\frac{ab}{a+b}$. $\blacktriangle$

Жаттығулар

Амалдарды орында **(518—523):**

518. 1) $\left(\frac{a}{2}-\frac{a}{3}\right)\frac{1}{a^2}$; 3) $\frac{a-b}{a+b}\left(\frac{a}{5}+\frac{b}{5}\right)$; 5) $1:\left(1+\frac{1}{a}\right)$;

2) $\frac{a^2}{3}\cdot\left(\frac{2}{a}+\frac{2}{a^2}\right)$; 4) $\frac{ab}{a-b}\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$; 6) $b:\left(b+\frac{1}{b}\right)$.

519. 1) $\left(1+\frac{1}{a}\right):\left(1-\frac{1}{a}\right)$;

2) $\left(a+\frac{a}{b}\right)\left(a-\frac{a}{b}\right)$;

3) $\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}-2\right):\left(\frac{1}{b}-\frac{1}{a}\right)$;

4) $\left(\frac{m}{n}+\frac{n}{m}+2\right)\left(1+\frac{m-n}{m+n}\right)$.

520. 1) $\left(1-\frac{a-b}{a+b}\right)\left(2+\frac{2b}{a-b}\right)$;

2) $\left(1+\frac{a+b}{a-b}\right)\left(2-\frac{2a}{a+b}\right)$;

3) $\left(\frac{6}{a-b}-\frac{5}{a+b}\right)\cdot\frac{a-b}{a+11b}$;

4) $\left(\frac{3}{c}+\frac{3}{c+d}\right)\cdot\frac{c}{18(2c+d)}$.

521. 1) $\left(\frac{2m+1}{2m-1}-\frac{2m-1}{2m+1}\right):\frac{4m}{10m-5}$;

2) $\left(\frac{z+6}{3z+9}-\frac{1}{z+3}\right):\frac{z+2}{27z}$;

3) $\frac{y-1}{y}:\left(\frac{y^2+1}{y^2+2y}-\frac{2}{y+2}\right)$;

4) $\frac{m-2}{m-5}:\left(\frac{m^2+24}{m^2-25}-\frac{4}{m-5}\right)$.

522. 1) $\frac{a^2+ab}{a^2+b^2}\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right)$;

2) $\frac{ab-b^2}{a^2+b^2}\left(\frac{a}{a+b}+\frac{b}{a-b}\right)$;

3) $\left(\frac{c+d}{c}-\frac{2c}{c-d}\right)\cdot\frac{d-c}{c^2+d^2}$;

4) $\left(\frac{2c}{c+d}+\frac{d-c}{c}\right)\cdot\frac{c+d}{c^2+d^2}$.

523. 1) $\left(\frac{a+1}{2a-2}+\frac{6}{2a^2-2}-\frac{a+3}{2a+2}\right)\cdot\frac{4a^2-4}{3}$;

2) $\left(\frac{b}{a^2+ab}+\frac{2}{a+b}+\frac{a}{b^2+ab}\right):\frac{a^2-b^2}{4ab}$;

3) $\frac{a^2-c^2}{a+b}\cdot\frac{a^2-b^2}{ac+c^2}\cdot\left(a+\frac{ac}{a-c}\right)$;

4) $\frac{c^2-ac}{a^2-b^2}\cdot\frac{a-b}{c^2-a^2}:\left(c-\frac{ac}{a+c}\right)$.

524. Көлемі V болатын мыс бөлігінің массасы p кг-ға тең. Көлемі V_1 болатын бөлігінің массасы неге тең?

525. Автомобиль сағатына v км жылдамдықпен s км жолды жүріп өтеді. Егер мотоциклші сағатына u км жылдамдықпен осы уақыт ішінде қанша жол жүре алады?

526. Моторлы қайықтың тұрғын судағы жылдамдығы сағатына v километр, өзен ағысының жылдамдығы v_1 км. Қайық өзен ағысымен s км жол жүрді. Осы уақыт ішінде қайық өзен ағысына қарсы қанша жол жүреді?

527. *(Әбу Райхан Беруни есеп).* Екі бұйымның әрқайсысының 10 данасы бір динар және екіншісінің 15 данасы бір динар тұрады. Бір динарға екі бұйымнан бірдей мөлшерде неше данадан сатып алуға болады?

Өзіңді тексеріп көр!

1. Әріптердің мүмкін мәндерін тап:

$$\frac{a}{b};\ \frac{3}{c-1};\ \frac{k}{d+2}.$$

2. Амалдарды орында:

1) $4a+\frac{1-4a^2}{a}$; 2) $\frac{a+b}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}$;

3) $\frac{2a-4}{3b}\cdot\frac{6b}{a-2}$; 4) $\frac{a^2-b^2}{b^2}:\frac{a+b}{b}$.

3. Өрнекті ықшамдап алып оның $x=2\frac{2}{3}$ болғандағы сандық мәнін тап:

$$\frac{1+2x}{x-3}-\frac{x^2+3x}{5}\cdot\frac{10}{x^2-9}.$$

V тарауға арналған жаттығулар

Бөлшектердің ортақ бөлінгішін тап

528. 1) $\frac{5a}{a^3-27}$, $\frac{a-3}{a^2+3a+9}$ және $\frac{1}{a-3}$;

2) $\frac{3}{x+2}$, $\frac{x+1}{x^3+8}$ және $\frac{x+2}{x^2-2x+4}$.

Амалдарды орында **(529—530):**

529. 1) $\frac{a+3}{5}+\frac{7+a}{10}+\frac{a-3}{2}$; 3) $\frac{a-2}{45}-\frac{a+5}{15}-\frac{a-9}{9}$;

2) $\frac{b-7}{4}+\frac{5b-2}{3}+\frac{3b-1}{8}$; 4) $\frac{b}{12}-\frac{3b+1}{9}-\frac{2b-1}{4}$.

530. 1) $\frac{y}{n-2}+\frac{z}{2-n}$; 3) $\frac{2m}{3-5n}-1+\frac{7n-4}{5n-3}$;

2) $\frac{p+2q}{3p-q}-\frac{5q-2p}{q-3p}$; 4) $4-\frac{3a}{5-2b}+\frac{5(a-10)}{2b-5}$.

Амалдарды орында **(531—533):**

531. 1) $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-ab+b^2}:\frac{8a-8b}{a^3+b^3}$; 2) $\frac{a^2+2ab+b^2}{a^2+ab+b^2}\cdot\frac{a^3-b^3}{7a+7b}$;

532. 1) $\frac{64x^2-1}{x^2-4}\cdot\frac{(x+2)^2}{x^2-4}\cdot\frac{(x-2)^2}{8x+1}$;

2) $\frac{x-6}{x^2+6x+9}\cdot\frac{x^2+4x+4}{(x^2+2)(x-2)}\cdot\frac{x^3-9x}{(x-6)(x+2)}$;

3) $\frac{am^2-an^2}{m^2+2mn+n^2}:\frac{am^2+2amn+an^2}{3m+3n}$;

4) $\frac{ab-4b-2a+8}{2a+8-ab-4b}:\frac{2a-8-ab+4b}{ab+4b-2a-8}$.

533. 1) $(x^2-1)\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{1+x}+1\right)$; 3) $\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right):\left(\frac{x-y}{x+y}+\frac{x+y}{x-y}\right)$;

2) $\left(1+a-\frac{a^2+3}{a+1}\right)(1-a^2)$; 4) $\left(\frac{2-a}{2+a}-\frac{a+2}{a-2}\right):\left(\frac{2+a}{2-a}+\frac{a-2}{a+2}\right)$.

№ 10 *n санның цифрларының қосындысы 2006-ға тең. n-санын екі өзара тең сандар көбейтіндісі түрінде жазуға бола ма?*

V тарауға арналған сынақ жаттығулары — тест

1. Бөлшекті қысқарт: $\frac{27a^2-36ab+12b^2}{9a^2-4b^2}$.

A) $\frac{3(3a-2b)}{3a+2b}$; B) $\frac{3a-2b}{3a+2b}$; C) $\frac{39-36ab}{5}$; D) $\frac{3a^2-36ab+3b^2}{a^2-b^2}$.

2. Бөлшекті қысқарт: $\frac{7a^2(ab^2-9a)}{3a(21a-7ab)}$.

A) $\frac{7a(ab^2-9a)}{3(21a-7ab)}$; B) $\frac{-a(b+3)}{3}$; C) $\frac{7(ab^2-9a)}{3(21-7b)}$; D) $\frac{a(b-3)}{3}$.

3. Амалдарды орында: $\frac{4}{a+b}+\frac{5}{a-b}-\frac{10b}{a^2-b^2}$.

A) $\frac{9}{a-b}$; B) $\frac{9}{a+b}$; C) $\frac{-9}{a+b}$; D) $\frac{9(a+b)}{a-b}$.

4. Бөлшектердің айырмасын тап: $\frac{a^2+9}{a^3+27}-\frac{1}{a+3}$.

A) $\frac{1}{a^2+9}$; B) $\frac{3}{a^2+9}$; C) $\frac{a}{a^3+9}$; D) $\frac{3a}{a^3+27}$.

5. Бөлшектерді көбейт: $\frac{9a^2-16b^2}{6a+8b}\cdot\frac{6a^2}{12b-9a}$.

A) a^2; B) $-a^2$; C) $\frac{a^2}{3a-4b}$; D) $\frac{6}{3a+4b}$.

6. Бөлшектерді бөл: $\frac{4a^2-20ab+25b^2}{5b+4}:\frac{(2a-5b)^2}{25b^2-16}$.

A) $\frac{5b+4}{2a-5b}$; B) $\frac{2a-5b}{5b-4}$; C) $5b-4$; D) $5b+4$.

7. Бөлшекті қысқарт: $\frac{8a^2-22ab+15b^2}{16a^2-25b^2}$.

A) $\frac{2a-3b}{4a+5b}$; B) $\frac{2a+3b}{4a-5b}$; C) $\frac{4a-5b}{4a+5b}$; D) $\frac{4a+3b}{2a-5b}$.

8. Бөлшектерді азайт: $\dfrac{9x^2+16}{27x^3+64}-\dfrac{1}{3x+4}$.

A) $\dfrac{9x^2+16}{3x+4}$; B) $\dfrac{-12x}{27x^3+64}$; C) $\dfrac{12x}{27x^3+64}$; D) $\dfrac{9x^2+4}{27x^3-64}$.

9. Амалдарды орында: $\dfrac{4}{3a+2b}-\dfrac{2}{2b-3a}+\dfrac{8b}{4b^2-9a^2}$.

A) $\dfrac{6}{3a-2b}$; B) $\dfrac{6}{3a+2b}$; C) $\dfrac{12a}{9a^2-4b^2}$; D) $\dfrac{12b}{2b-3a}$.

Тарихи мағлұматтар

Қысқа көбейту формулалары, алгебралық бөлшектер туралы мағлұматтар ежелгі ғалымдардың шығармаларында кездеседі. Мәселен, ал-Каражидің «Әл-Фахри», Мысыр ғалымы Абу Комил (850—930) дің «Китаб ал-жабр вал-муқобала» еңбектерінде де алгебралық бөлшектер зерттелген. Абу Комил ал-Хорезмиден кейін алгебраға кітап жазған бірінші ғалым. Абу Комил өзінің шығармасында $\left(\dfrac{a}{b}\right)\cdot b=a,\quad \dfrac{a}{b}=\dfrac{a^2}{ab},\quad \dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{b}{a}=1,\quad \dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}=\dfrac{a^2+b^2}{ab}$ сияқты жай қатынастарға да көңіл бөлген.

Алгебралық бөлшектерді И. Ньютон «Жалпы арифметика» кітабында да толық зерттеген. «$\dfrac{a}{b}$» бөлшек a-ны b-ға бөлу нәтижесінде келіп шығатын шама. Сол сияқты, $\dfrac{ab-bb}{a+x}$ шамасы ab - bb ны $a+x$-қа бөлу нәтижесінде келіп шығады», — дейді Ньютон.

Сендермен ұлы отандасымыз әл Хорезми негізін салған алгебра пәнінің бастауыш түсініктерімен және нәтижелерімен таныстық.

VI ТАРАУ

КОМБИНАТОРИКА ЭЛЕМЕНТТЕРІ

§ 29. Комбинаториканың негізгі ережелері

Қымбатты оқушы! Сен 6-сыныпта комбинаториканың қосу және көбейту ережелеріне байланысты түсініктермен танысқансың.

1-есеп. Самарқанттан Ташкентке 4 түрлі жолмен келуге болады: самолёт, пойыз, автобус және жеңіл машина (такси). Ташкенттен Хожакентке 3 түрлі транспорт алып барады: пойыз, автобус, такси. Самарқанттан Хожакентке неше түрлі тәсілмен келуге болады (22- сурет)?

22- сурет.

△ Самарқанттан Ташкентке келудің жалпы 4 жолы бар. Сол 4 жолдың біреуін таңдап Ташкентке келдік дейік. Енді Хожакентке барудың 3 жолы — мүмкіндігі бар. Сөйтіп, Самарқанттан Ташкент арқылы Хожакентке барудың жалпы $4 \cdot 3 = 12$ түрлі тәсілі бар.

Жауап: 12 түрлі. ▲

Жалпы, A қаладан B қалаға келудің m, B қаладан C қалаға келудің n жолы болса, онда A-ан C-ға келудің жалпы $m \cdot n$ жолы бар, яғни A-дан C-ға $m \cdot n$ тәсілмен келу мүмкін.

Бұл ереже көбейту ережесі және ол комбинаториканың негізгі ережесі саналады.

2-есеп. "Makro" супермаркетінің "Барлығы үй үшін" бөлімінде 5 түрлі пиала, 6 түрлі тәрелке, 4 түрлі шай қасық бар. Нағима апай түрлі аттағы екі зат сатып алмақшы. Оны неше түрлі тәсілмен жүзеге асыруға болады?

△ 1) Пиала мен тәрелкені $5 \cdot 6 = 30$ тәсілмен; 2) пиала мен қасықты $5 \cdot 4 = 20$ тәсілмен; 3) тәрелке мен қасықты $6 \cdot 4 = 24$ тәсілмен алуға болады. Демек, түрлі аттағы екі затты $30 + 2 + 24 = 74$ тәсілмен таңдап алу мүмкін екен.

Жауап: 74 тесілде.▲

3-есеп. Неше үш таңбалы санда тек бір 7 цифры бар?

△ 7 цифры 1-, 2-, 3- орында (жүздер, ондар, бірлер разряды) болуы мүмкін.

Егер 7 цифры 1-орында тұрған болса, 2 және 3-орындарды $9 \cdot 9 = 81$ әдіспен толтыру мүмкін.

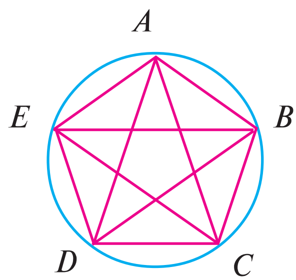
Егер 7 цифры 2-орында болса, онда 1-орында 0 және 7 цифрынан басқа кез келген цифр тұруы мүмкін. 1-орынды иелеудің $10 - 2 = 8$ мүмкіндігі бар. Олай болса 3-орында 7 цифрынан басқа кез келген цифр тұра алады: демек мүмкіндіктер саны $8 \cdot 9 = 72$.

Егер 7 цифры 3- орында тұрса, онда 1-орынды алу үшін 8, 2-орынды алу үшін 9 мүмкіндік бар. Сөйтіп, ондық жазуда тек бір 7 цифры бар үш таңбалы сандар барлығы $81 + 72 + 72 = 225$ екен.

Жауап: 225.▲

4-есеп. Шеңберде алынған 5 нүкте *A, B, C, D, E* әріптерімен белгіленген. әр нүкте қалған нүктелермен тұтастырылса, неше кесінді пайда болады (23- сурет)?

△ ***1-тәсіл.*** Нүктелердің саны кем болғандықтан, есепке сай пішінді сызып, кесінділер санын тікелей санап шығуға болады, олар — 10. Бірақ шеңберде алынған нүктелер саны көп болса (мысалы 100, ...) сәйкес пішін сызу және ондағы кесінділерді тікелей санау қиындайды. Олай болса басқаша жол ұстану керек.



23- сурет.

2-тәсіл. Шеңберде алынған 5 нүктенің әрқайсысынан 4-еуден кесінді өткізіледі. Ондай кесінділердің саны $5 \cdot 4 = 20$, бірақ кесінділерді санауда әр кесінді екі реттен саналған.

Демек, біз 20-ны 2-ге бөлуіміз керек: $20 : 2 = 10$.

3-тәсіл. A нүктені қалған 4 нүктемен тұтастырсақ, 4 кесінді аламыз: AB, AC, AD, AE. B нүктеден де 4 кесінді өткізуге болады, бірақ B-дан өткізілген бір кесінді ($BA = AB$)-ны біз санадық.

Демек, B нүктеден 3 жаңа (алдын саналмаған) кесінді өткізіледі. Соған ұқсаған C-дан 2, D-дан 1 жаңа кесінді өткізу мүмкін. E нүктеден өткізілетін 4 кесіндінің барлығы бұрын саналған ($EA = AE$; $EB = BE$; $EC = CE$; $ED = DE$).

Демек, шеңберде белгіленген 5 нүктені тұтастыратын кесінділер саны $4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$.▲

5-есеп. 3, 4, 5, 6, 8, 9 цифрларының көмегімен барлығы: 1) цифрлар қайталанбаса; 2) цифрлар қайталануы мүмкін болса, неше үш таңбалы сан құруға болады?

△ 1) Берілген цифрлар 6. Олардың кез келген біреуі 3 таңбалы санның бірінші цифры болуы мүмкін. Демек, 3 таңбалы санның бірінші цифрын таңдау мүмкіндігі 6-ау болады. Олай болса 2-цифр қалған 5 цифрдың кез келген біреуі болуы мүмкін, яғни 2-цифрды таңдау мүмкіндігіміз 5-еу. Соған ұқсас 3-цифрды таңдау мүмкіндігіміз 4-еу.

Демек, цифрлар қайталанбаса, барлығы үш таңбалы сандар саны $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ болар екен.

Жауап: 120. ▲

△ 2) Цифрлар қайталанатын болса, үш таңбалы санның 1-, 2-, 3- разрядтарына жазылатын цифрды таңдау мүмкіндігі 6-аудан болады, өйткені берілген цифрлар саны 6-ау. Олай болса 3 таңбалы сандар саны $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$ болады.

Жауап: 216. ▲

534. Анасы Назираға "Korzinka. Uz" супермаркетінен 3 түрлі жеміс сатып ал деп айтты. "Korzinka. Uzда" 6 түрлі алма, 4 түрлі алмұрт, 5 түрлі жүзім бар. Назира жемістердің әр түрінен 1 кг-дан алып, неше түрлі жинақ құра алады?

535. Неше 4 таңбалы санда тек бір 5 цифры бар?

536. Шеңберде: a) 10; b) 100; d) n нүкте белгіленген. әр нүкте қалған әрбір нүктемен тұтастырылса, әрбір жағдайда неше кесінді пайда болады?

537. 1) 3; 2) 4; 3) 5; 4) 6; 5) 8; 6) 15 дос өзара қол алысып амандасты. Әрбір жағдайда қол алысулар саны нешеу болады?

538. 10 дос өзара шахмат турнирін өткізбекші. Онда әр бала қалған әрбір баламен бір партия шахмат ойнайды. Бір турнирде барлығы неше партия ойналады?

*Айтшы, **536–538**-есептердің ұқсастығы неде екен?*

539. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 цифрларының көмегімен барлығы: 1) цифрлар қайталанбаса; 2) цифрлар қайталануы мүмкін болса, неше үш таңбалы сан құру мүмкін?

540. 1, 2, 3, 4, 5 цифрларының көмегімен a) екі таңбалы; b) үш таңбалы; d) төрт таңбалы сандар жазу мүмкін? Цифрлар қайталанбайтын, қайталанатын жағдайларды жеке қарастыр.

541. Футбол бойынша әлем чемпионатында алтын, күміс, қола медальдар үшін өтетін ойындарға 16 команда қатысуда. Медальдар командалар арасында неше түрлі тәсілмен бөлінуі мүмкін?

542. Бір елде 4 қала бар екен. *A, B, C* және *D*. *A* қаладан *B*-ға 6 жол, *B* қаладан *C*-ға 4 жол алып барады екен. *A*-дан *D*-ға 2 жол, *D*-дан *C*-ға 3 жолмен баруға болады. *A* қаладан *C* қалаға неше түрлі тәсілмен бару мүмкін?

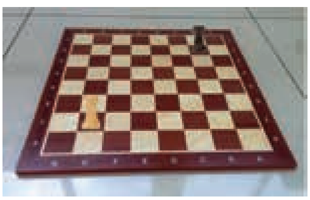
543. Егер натурал санның жазуында тек тақ сандар қатысса , ондай санды " жағымды" сан дейміз.
Неше: 1) 3 таңбалы;   2) 4 таңбалы "жағымды" сан бар?

544. Жазуында тым болмаса бір жұп цифр қатысқан 6 таңбалы сандар нешеу?
Нұсқау: Жазуында тек тақ сандар қатысқан 6 таңбалы сандар саны $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6 = 15\,625$. Барлығы 6 таңбалы сандар болса 900 000 та. Есептің шартын қанағаттандыратын 6 таңбалы сандар саны $900\,000 - 15\,625 = 884\,375$.

545. 4 түрлі хатты 4 конвертке неше түрлі тәсілмен салуға болады?

546. 5 оқушыдан 2-еуін "Білімділер сайысына" қатысу үшін таңдап алу керек. Оны неше түрлі тәсілмен орындауға болады?

547. Тақтаға 12 зат есім, 8 баяндауыш, анықтауыш жазылған. Сөйлем құрастыру үшін әр сөз табынан біреуден алу керек. Оны неше түрлі тәсілмен орындаймыз?



24- сурет.

25- сурет.

548. 1) Шахмат тақтасына ақ және қара ладьяны бірін бірі алалмайтын етіп неше түрлі тәсілмен орналастыру мүмкін (24- сурет)?
2) Шахмат тақтасына 8 ладьяны бірін бірі алалмайтын етіп неше түрлі тәсілмен орналастыру мүмкін ?

549. Шахмат тақтасына ақ және қара ферзілерді бірін бірі алалмайтындай етіп неше түрлі тәсілмен орналастыруға болады (25- сурет)?

550. Шахмат тақтасына ақ және қара шахтарды ойын ережесін бұзбастан, неше түрлі тәсілмен орналастыру мүмкін?

Нұсқау: 3 жағдайды қарастыр:

1) ақ шах бұрышта тұр;

2) қара шах тақтаның шетінде (бірақ бұрышта емес) тұр;

3) ақ шах тақтаның шетінде емес.

551. Мектеп асханасында ақ нан, қара нан және үш түрлі шұжық бар. Олардан неше түрлі бутерброд дайындауға болады?

552. Кейбір елдердің жалауы түрлі түстегі 3 горизонталь немесе 3 вертикаль "жолақтан" құралған. Ақ, жасыл, көк түсті маталардың көмегімен осындай жалаулардың неше түрін тігу мүмкін?

553. Бос орындарға 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 сандарының бірін жазу мүмкін болса, $\bigcirc + \square + \triangle = 10$ "теңдеудің"неше шешуі болады? Цифрлар қайталануы мүмкін. Екі жағдайды қарастыр (мысалы 1) 1, 1, 8, 1, 8, 1 8, 1, 1 түрлі шешім; 2) бір шешім деп қаралатын жағдайлар).

554. Назардың чемоданы кодпен ашылады. Бір код үш цифрдан құралып, әр фифр 3-тен үлкен емес. Кодта 13 саны жоқ. Назар кодты ұмытып қалса, оны табу үшін ол көбімен неше рет ұмтылып көреді?

555. Көп қабатты үйдің есігіндегі құлып кодпен ашылады. Код 0 және 1 цифрларынан құралған 4 таңбалы сан (0000 және 1111 сандар код емес деп саналған). Құлыптың кодын ұмытқан болсаң, есікті көбімен неше рет ұмтылғанда ашасың?

Нұсқау: Алдымен 1 қатысқан, кейін 1 бар кодтарды, сосын үш 1 бар кодтарды сынап көру керек.

556. 20 кг күрішті 1 кг, 2 кг, 5 кг-дық тастардың көмегімен табақты таразыда неше түрлі тәсілмен тартуға болады?

△ Бұл істі төмендегідей орындауға болады:
1) тек 1 кг-лық тастың көмегімен 1 тәсіл;
2) тек 2 кг-лық тастың көмегімен 1 тәсіл;
3) тек 5кг-лық тастың көмегімен 1 тәсіл;
4) 1 кг және 2 кг-лық тастардың көмегімен 9 тәсілмен:

1 кг-лық тас	18	16	14	12	10	8	6	4	2
2 кг-лық тас	1	2	3	4	5	6	7	8	9

5) 1 кг және 5 кг-лық тастардың көмегімен 3 тәсіл

1кг-лық тас	15	10	5
5 кг-лық тас	1	2	3

6) 2 және 5 кг-лық тастың көмегімен 1 тәсіл; бес 2 кг және екі 5 кг;
7) 1 кг, 2 кг және 5 кг-лық тастардың көмегімен 13 тәсілмен:

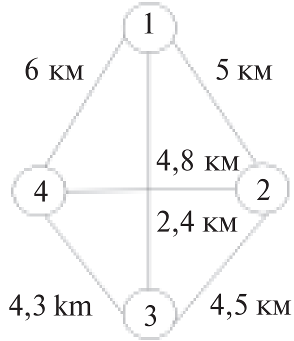
	Тәсілдердің аты												
Тастар, кг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1 кг	1	3	5	7	9	11	13	8	6	4	2	3	1
2 кг	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	1	2
5 кг	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3

Демек, барлығы $1 + 1 + 1 + 9 + 3 + 1 + 13 = 29$ тәсіл,
Жауап: 29 тәсіл.▲

557. 1) 1000 сумдық ақшаны 100, 200, 500 сумдық ақшалармен неше түрлі тәсілмен ұсақтауға болады?
2) 500 сумдық ақшаны 100 және 200 сумдық ақшамен неше түрлі тәсілмен ұсақтауға болады?
3) 5000 сумдық ақшаны 100, 200, 500 және 1000 сумдық ақшамен неше түрлі тәсілмен ұсақтауға болады?

558. Фирмаға 4 дүкен қарайды. Инкассатор 1-дүкеннен бастап барлық дүкенді айналып шығады да қайтадан 1-дүкенге қайтып келеді.

Мүмкін болған маршруттардың ең қысқасын тап.
Нұсқау: әр маршрут үшін 5 цифрлы код құр. Кодтың бірінші және соңғы цифры 1 болсын. Мысалы, 12431 маршруттың ұзындығы:
$5 + 2{,}4 + 4{,}3 + 4{,}8 = 16{,}5$ (км).



559. Автомобильдерді мемлекеттік тіркеуден өткізуде 3 цифр, 3 әріп және қала немесе облыс үшін белгіленген кодты пайдаланады. Мысалы, автомашана нөміріндегі 01 код — Ташкентте тіркеуден өткенін білдіреді. Қалай ойлайсың, Ташкентте ең көбімен неше автомашина тіркеуден өтуі мүмкін?

△ Нөмірлеуге 24 әріп қатысады дейік. Нөмір 6 "орынды" алады. 1- "орында" 10 цифрдан кез келгені болуы мүмкін. 2- "орынды" 10 цифрдың бірі иелейді. 3-"орында" 9 цифрдың кез келген біреуі болады. (3 бірдей цифрлы нөмір берілмейді). Нөмірдегі 1-әріп те, 2- әріп те, 3-әріп те 24 әріптің кез келген біреуі болуы мүмкін. Демек, Ташкентте тіркеуден өтуі мүмкін болған барлық автомашиналар саны
$10 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 = 24^3 \cdot 900 = 12\,441\,600.$
Бұл есептеуде әріптердің нөмірдегі 3 таңбалы саннан "бір әріп — 3 таңбалы сан — 2 әріп" немесе "3 таңбалы сан — 3 әріп" көрінісінде болуының айырмашылығы жоқ.
Жауап: 12 441 600 та.▲

§ 30. *Орын алмастыру. Жіктеу*

1-есеп. 4, 7, 9 цифрларынан оларды қайталамастан неше 3 таңбалы сан құру мүмкін?

Осы сияқты есептерді 6-сыныпта шығарғансың.

△ 1-орында берілген 3 санның кез келген біреуі тұрады, яғни мүмкіндіктер саны 3-еу. 2-орында қалған 2 цифрдан кез келген біреуі болады, яғни 2-орынды иелеу мүмкіндігі 2-еу. Сөйтіп, 3-орында қалған бір цифр тұрады. Демек, осы 3 цифрдан құрылуы мүмкін болған 3 таңбалы сандардың саны $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3! = 6$ екен. Сол 6 санды жазайық:

479, 497, 749, 794, 947, 974.

Пайда болған 6 санның құрамы бірдей - олар берілген 3 цифрдан құралған, бірақ бір бірінен цифрларының ретімен ерекшеленеді: 1, 2, 3 деп нөмірленген 3 орынға 3 цифр түрлі ретпен орналастырылған. Мұндай реттеу (орналастыру) *орын алмастыру* дейіледі.

n: 1-, 2-, ..., *n*- орынға *n*- a_1, a_2, ..., a_n элементтерді бір орынға біреуден орналастыру a_1, a_2, ..., a_n элементтерден құралған *орын алмастыру* дейіледі.

n элементтен құрылған орын алмастырулар саны P_n белгіленеді. Жоғарыдағы есепте элементтер саны 3-еу еді. $n = 3$ va $P_3 = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$ екенін көрдік. Жалпы, $P_n = n \cdot (n-1) \ \dots \ 2 \cdot 1 = n!$

2- есеп. 4 a, b, c, d элементтен (предметтен)2-еуден алып-құрылған әртүрлі жіктеу саны нешеу?

△ 2 элементті топтарды құрамыз:

{a, b}; {a, c}; {a, d}; {b, c}; {b, d}; {c, d}; — олардың саны 6.

Жауап: 6. ▲

Жалпы, *n* элементтен *к*-ден алып құрылған берша жіктеу саны C_n^k деп белгіленеді және ол сан $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ -ға тең: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C_n^k сан *n* элементтен *к*-ден алып құрыл-ған жіктеу саны деп алынады. Біздің есепте $n = 4$, $k = 2$ еді. Демек,

$$C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4!}{2!2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 6; \qquad C_n^k = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

екенін көрсету оңай.

Шындығында да,

$$C_n^k = \frac{1 \cdot 2 \cdot \dots (n-k) \cdot (n-k+1) \dots n}{k! 1 \cdot 2 \cdot \dots (n-k)} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!}.$$

Мысалы, $C_5^2 = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 10.$

Сонымен, $C_5^2 = \frac{5 \cdot 4}{2!} = 10.$

C_5^2 белгінің жоғарыдағы индексіндегі 2 саны бөлшектің алымында 2 көбейткіш болатынын білдіреді. Бұл көбейткіштер: C_5^2 белгінің төменгі индексіндегі 5 және одан біреу кем болған сан 4. Бөлшектің бөлімінде болса жоғары индексіндегі сан 2-ге дейінгі натурал сандардың көбейтіндісі жазылады $2! = 1 \cdot 2$.

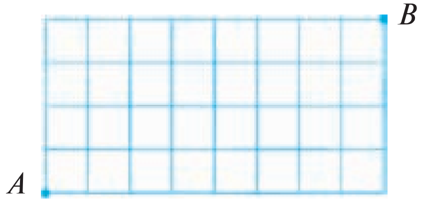
3-есеп. Дөңес алтыбұрыштың диагональдары неше нүктеде қиылысады? Ешбір үш диагональ бір нүктеде қиылыспайды, деп ойлайық. Сәйкес сурет сыз.

△ 2. Диагональдың әр қиылысу нүктесі алтыбұрыштың 4 төбесін белгілейді. Алтыбұрыштың әр 4 төбесіне диагональдардың бір қиылысу нүктесі сай келеді. Демек, қиылысу нүктелерінің саны 6 төбеден 4 төбені таңдау санына тең екен. Оны сызған суретіңнен санап біліп алуға болады.

Жауап: $C_6^4 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 15.$ ▲

C_n^k сандарға геометриялық мән беру мүмкін.

4-есеп. өлшемдері. 7×4 тік төртбұрыш $7 \cdot 4 = 28$ ta квадратқа бөлінген. Квадраттардың қабырлары бойынша жүргенде *A*-дан *B*-ға алып баратын ең қысқа жолдың саны нешеу (26- сурет)?



26- сурет.

△ Квадраттың қабырғасының ұзындығын 1 "қадам" десек, A-дан B-ға ең қысқа жолмен бару үшін 11 "қадам" жасауымыз шарт, оның 7 "қадамы" горизонталь, 4 "қадамы" болса вертикаль жол болады. Сөйтіп *A*-дан *B*-ға алып баратын ең қысқа жолдар саны барлығы 11 "қадамның" 7 горизонталь "қадам" тастау саны C_{11}^{7} -ға тең. Дәл сол 11 "қадамның" 4 вертикаль қадам тастаулар санына да тең, одан $C_{11}^{7}=C_{11}^{4}$ екені келіп шығады.

Бірақ $C_{11}^{4}=\dfrac{11\cdot 10\cdot 9\cdot 8}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}=11\cdot 10\cdot 3=330.$

Жауап: 330.▲

Егер тік төртбұрыштың өлшемдері $m\times n$ болса және ол $m\cdot n$ квадраттарға бөлінген болса, онда *A*-дан *B*-ға алып баратын ең қысқа жолдар саны $C_{m+n}^{n}=C_{m+n}^{m}$ болады.

5-есеп. 7 жігіт және 4 қыздан құралған оқушылар тобынан алты оқушыны сондай таңдап алу керек, олардың арасында қыздар саны екеуден кем болмасын. Оны неше түрлі тәсілмен жүзеге асыру мүмкін?

△ қыздарды топқа 2, 3 және 4 таңдап алу мүмкін. Екі қызды C_{4}^{2} тәсілмен, содан соң 4 жігітті C_{7}^{4} тәсілмен таңдап аламыз. Көбейту ережесі бойынша ондай тәсілдер саны $C_{4}^{2}\cdot C_{7}^{4}$. Егер бұрын үш қыз таңдап алынған болса, онда $C_{4}^{3}\cdot C_{7}^{3}$ тәсіл бар. Егер 4 қыз таңдап алынған болса, $C_{4}^{4}\cdot C_{7}^{2}$ тәсіл бар. Барлығы $C_{4}^{2}\cdot C_{7}^{4}+C_{4}^{3}\cdot C_{7}^{3}+C_{4}^{4}\cdot C_{7}^{2}=371$ тәсілмен 6 адамнан құралған топ құруға болады. ▲

6-есеп. 1, 2, 3,..., 9 цифрларынан оларды қайталамай құрылған 9 таңбалы сандардың арасында 2 және 5 цифрлары қатар тұратындары нешеу?

△ Төмендегідей жағдайлар болуы мүмкін: 2 бірінші орында, 5 екінші орында, ..., 2 сегізінші орында, 5 тоғызыншы орында, ондай жағдайлар саны 8. Бұдан тыс 2 және 5-тердің жоғарыдағы 8 жағдайда орындарын алмастырып, тағы 8 (олар қатар тұратын) жағдайды табамыз. Демек, 2 және 5-ті 16 тәсілмен қатар қою мүмкін. Бұл тәсілдердің әрқайсысына басқа қалған цифрлардың 71 орын алмастыруы сай келеді. Сөйтіп, 2 және 5 цифрлары қатар тұратын орын алмастырулар саны $2\cdot 8\cdot 7!=2\cdot 8!$ -ға тең. ▲

560. P_4, P_5, P_6 сандарын тап. Оларға қандай мән беру мүмкін?

561. 2, 4, 7, 9 цифрларынан оларды қайталамастан неше 4 таңбалы сан құру мүмкін? Олардың нешеуі 2-ге, 4-ке, 11-ге бөлінеді?

562. Туылған күніне келген 4 досыңды 4 орындыққа неше түрлі тәсілмен отырғыза аласың?

563. 1) C_{10}^{4}; 2) C_{8}^{3}; 3) C_{7}^{5}; 4) C_{5}^{3} сандарын екі тәсілмен есепте.

564. 1) $C_{10}^{7}=C_{10}^{3}$; 2) $C_{8}^{3}=C_{8}^{5}$; 3) $C_{6}^{2}=C_{6}^{4}$ теңдіктерінің дұрыстығын есептеп көрсет.

565. Кітапханашы саған 5 түрлі кітап оқуды айтты. Сен содан 3-еуін таңдап алмақшысың. Оны неше түрлі тәсәлмен жүзеге асырмақшысың?

566. Екі параллель түзу сызық берілген, олардың біреуінде 5, екіншісінде 3 нүкте белгіленген. Төбелері осы нүктелерде болған неше үшбұрыш бар?

567.

27- сурет.

A-дан *B*-ға баратын ең қысқа жолдарды ір пішін үшін жеке жеке шеш. (27- сурет).

568. Тәрелкеде 8 жаңғақ бар. Абай кез келген 3-еуін алмақшы. Оны ол неше түрлі тәсілмен жүзеге асыруы мүмкін?

569. Залда 2 бос орын бар. 3 адамның 2-еуін осы орынға неше түрлі тәсілмен отырғызуға болады?

570. Закира 6 есептен кез келген 4-еуін таңдамақшы. Назира болса басқа 6 есептен 2-еуін таңдамақшы. Закира бұл істі неше түрлі тәсілмен орындауы мүмкін? Назира ше?

571. 7 алма және 3 алмұрт бар. Оларды неше түрлі тәсілмен әрқайсысында 5-тен жеміс және тым болмағанда 1-еуінде алмұрт болған екі тәрелкеге салу мүмкін?

572. Ыдыста 1, 2, 3, ..., 10 сандары жазылған шарлар бар. Ыдыстан үш шар аламыз. Неше жағдайда оларда жазылған сандардың қосындысы 9-ға тең болады? Неше жағдайда үлкен болады?

573. 3 тауық, 4 үйрек және 2 қаз бар. Бірнеше құсты таңдап ал, олардың ішінде тауық, үйрек, қаз болсын. Сондай таңдаулар нешеу болады?

574. 4 ақ раушан гүл, 5 қызыл және 3 сары раушан гүл бар. Бірнеше гүлді таңдағанында олардың ішінде ақ, қызыл және сары раушан гүл болсын. Осындай таңдаулар саны нешеу?

575. 1, 2, 3, ..., ү цифрларынан оларды қайталамастан құрылған 8 таңбалы сандардың ішінде 1 және 8 цифрлары қатар тұратындары нешеу?

576. Гүл сатушыда 5 қызыл және 10 ақ гвоздика қалды. Азамат қарындасы Мадинаға 2 қызыл және 3 ақ гвоздикадан шоқгүл сыйламақшы. Оны ол неше түрлі тәсілмен жүзеге асыруы мүмкін?

577. Кәсіпкер 8 газеттен 5-еуіне өз фирмасы жайлы хабар бермекші. Ол 5 газетті неше түрлі тәсілмен таңдауы мүмкін?

578. Шеңберде 20 түрлі нүкте белгіленді. Төбелері белгіленген нүктелерде жататын: 1) хордалар санын; 2) үшбұрыштар санын; 3) дөңес төртбұрыштар санын есепте.

579. Екі параллель сызықтың бірінде 8, екіншісінде 11 нүкте белгіленді. Төбелері белгіленген нүктелерде болған дөңес төртбұрыштар санын тап.

580. Төбедегі бұлаққа 6 жол апарады. Саяхатшы неше түрлі тәсілмен бұлаққа баруы және қайтуы мүмкін?

Егер саяхатшы бұлаққа барған жолымен емес, басқа жолмен төмен түссе, онда төбеге шығу және одан түсу неше түрлі тәсілмен болады?

Өзіңді тексеріп көр!

1. Футбол чемпионатына 18 команда қатысуда. Егер әр команда басқа командамен өз алаңында және қарсыластарының алаңында ойнайтын болса, чемпионатта неше ойын ойналады?
2. 7-сыныпта 12 пәннен сабақ өтіледі. Дүйсенбі күні кесте бойынша 5 сағат сабақ болып, әр сағатта әртүрлі сабақ өтіледі. Дүйсенбі күнгі кестені неше түрлі тәсілмен түзуге болады?
3. 5 орындыққа 3 оқушыны неше түрлі тәсілмен отырғызуға болады?
4. Математикаға қатысты 5 түрлі кітапты сөредегі 5 орынға неше түрлі тәсілмен қойса болады?

VI тарауға аранлаған жаттығулар

581. Егер 1) цифрлар қайталанбаса; 2) цифрлар қайталануы мүмкін болса 0, 1, 2, 3, 4, 5 цифрларынан барлығы неше 4 таңбалы сан құраса болады?

582. 0, 3, 4, 5, 6, 7 цифрларынан барлығы неше 4 таңбалы тақ сан құраса болады?

583. Үстелде ана тілі, алгебра, геометрия, ағылшын тілі оқулықтары жатыр. Мадина оларды кітап сөресіне қоймақшы. Осы оқулықтар сөреде барлығы неше түрлі тәсілде тұруы мүмкін?

584. Әдетте үшбұрыштың төбелері латын әріптерінің бас әрпімен белгіленеді. Латын әліпбиінде 26 әріп бар. Үшбұрыштардың төбелерін неше түрлі тәсілмен белгілеуге болады?

585. 8 үстелге 3 оқушыны неше түрлі тәсілмен отырғызуға болады?

586. Абоненттің телефон нөмері 7 цифрлы, 218-ден басталады. Абонент мүше болған телефон станциясы неше абонентке қызмет көрсете алады?

587. Неше түрлі тәсілмен 5 қылышшыдан 2-еуін жарысқа таңдап алуға болады?

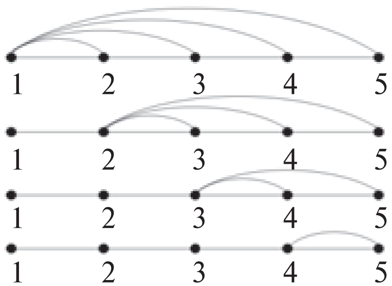
Әлиханның шешуі: 5 қылышшыдан біреуін таңдау мүмкіндігі $5 \cdot 4$ қылышшы қалады. Олардан біреуін 4 тәсілмен таңдаса болады. Демек, $5 \cdot 4 = 20$.

Жауап: $5 \cdot 4 = 20$ түрлі тәсіл бар.

Нәзкеннің шешуі: 5 қылышшыны "нөмірлеп" шығамыз және олардан 2 адамдық топ құрамыз: 12; 13; 14; 15; 23; 24; 25; 34; 35; 45.

Жауап: 10 түрлі тәсілмен таңдау мүмкін.

Гүлбанудың шешуі:



4 жұп: 12; 13; 14; 15;

3 жұп: 23; 24; 25;

2 жұп: 34; 35;

1 жұп: 45.

Барлығы: $4 + 3 + 2 = 10$. *Жауап:* 10 түрлі тәсілмен.

Кімнің шешуі дұрыс? Кімнің шешуі саған ұнады? Несімен?

588. Сенің жасыңдағы бір бала: "қазірше мен әуесқоймын, есейгенде үлкен ақын боламын" деп өлең жазып жүр екен. Өлеңдерінің бірін "Лала" деп атапты. Оның 1-қатары "Навбахарда қырда ашылды лала" екен. қалған қатарлар 1-қатардағы сөздердің орнын алмастырудың нәтижесінде жазылған. Осы "өленде" ең көбімен неше қатар бар?

589. Дүкендегі 10 түрлі жемістен 3 түрін сатып алмақшысың. Оны неше тәсілмен аласың?

590. Телефон станциясы нөмірі 6 таңбалы сан болған 450 000 абонентке қызмет көрсетеді.
1) Бұл станция тағы неше абонентке қызмет көрсете алады?
2) Тармаққа тағы 62 000 абонент қосылса бола ма?

591. Түзу сызықта: 1) 4; 2) 6; 3) 10; 4) n нүкте белгіленді. әр жағдайда неше кесінді пайда болады?

592. Шеңбер сыз және онда 4 нүкте белгіле. Неше доға пайда болды?) Доғаларды түсті қаламмен боя. Ондай неше қалам керек?

593. "Райхан" кафесінің асмәзірінде 3 түрлі самса, 4 түрлі 1-тағам, 5 түрлі 2-тағам бар екен. 3 түрлі тағамға тапсырысты неше тәсілмен берсе болады?

594. 2 алма, 2 алмұрт, 2 сабдалы бар. 3 дос жемістерді әрқайсысы 2 түрлі жеміс алатындай етіп бөліп алмақшы. Оны барлығы неше тәсілмен алса болады?

595. "Наурыз" мерекесіне кию үшін Айдын 4 түрлі адрас көйлектің бір түрін, 5 түрлі атлас көйлектің екі түрін таңдамақшы. Айдын көйлектерді барлығы неше тәсілмен таңдауы мүмкін?

596. Барлық цифрлары 1) жұп болған; 2) тақ болған неше 5 таңбалы сан бар?

VI тарауға арналған сынақ жаттығулар - тестер

1. 5 -ке бөлінетін 6 таңбалы неше сан бар?

A) $18 \cdot 10^4$; B) $9 \cdot 10^4$; C) $5 \cdot 6!$; D) $6 \cdot 5^4$.

2. Цифрлар қайталануы мүмкін болса, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 цифрларынан неше 5 таңбалы сан құру мүмкін?

A) 8^5; B) 5^8; C) $8^2 \cdot 5^3$; D) $5^4 \cdot 8$.

3. Екі параллель түзі сызық берілген, олардың бірінде 4, екіншісінде 3 нүкте белгіленген. Төбелері осы нүктелерде болған неше үшбұрыш бар?

A) 30; B) 33; C) 40; D) 32;

4. 3 оқушыны 6 үстелге неше түрлі тәсілмен отырғызса болады?

A) 120; B) 130; C) 100; D) 480.

5. Футбол командасындағы 11 адамның арасынан команда капитаны мен оның жәрдемшісін неше түрлі тәсілмен таңдап алса болады?

A) 110; B) 55; C) 22; D) 121.

6. Бағыстан аулынан Ташкентке 2 жолмен, Ташкенттен Үргенішке 4 жолмен баруға болады. Бағыстаннан Үргенішке бару жолы нешеу?

A) 8; B) 10; C) 6; D) 12.

7. 12 ақ раушан гүл және 13 қызыл раушан гүлден екі ақ және үш қызыл раушан гүлден құралған гүл шоқ жасау керек. Оны неше тәсілмен жасаса болады?

A) 18 876; B) 156; C) $12^2 \cdot 13^3$; D) 25.

8. Математика үйірмесіне белсене қатысатын 10 оқушыдан 4-еуін Халықаралық математика олимпиадасына жіберу үшін оларды неше тәсілмен таңдаса болады?

A) 210; B) 200; C) 40; D) 10^4.

9. Бір оқушыда қызықты математикаға байланысты 7 кітап бар, екінші оқушыда болса 9 әдеби кітап бар. Олар неше түрлі тәсілмен бірінің бір кітабын екіншісінің бір кітабына айырбастауы мүмкін?

A) 63; B) 49; C) 81; D) 126.

10. Атабектің туылған күніне оны құттықтау үшін 9 досы келді. Атабек олардың барлығымен, достары да өзара қол алысып амандасты. Барлық қол алысып амандасулар нешеу?

A) 45; B) 90; C) 10; D) 50.

7 СЫНЫПТЫҢ АЛГЕБРА КУРСЫН ҚАЙТАЛАУҒА АРНАЛҒАН ЖАТТЫҒУЛАР

597. Сандық өрнектің мәнін тап:

1) $2\frac{7}{8}+5\frac{5}{6}+7\frac{1}{8}+\frac{5}{6}$;   2) $13\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{7}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{7}$.

598. Теңдік дұрыс па?

1) $\dfrac{2-\frac{3}{5}+0{,}7}{1\frac{4}{5}-1+0{,}4}=\dfrac{7}{4}$;   2) $\dfrac{\left(\frac{4}{7}-7-0{,}2\right)\cdot 3{,}5}{2{,}26}=-10$;

3) $\left(\dfrac{4{,}752}{3{,}2}+\dfrac{0{,}608}{3{,}8}\right):\left(7{,}5-\dfrac{3{,}55}{1{,}42}\right)=0{,}0617$.

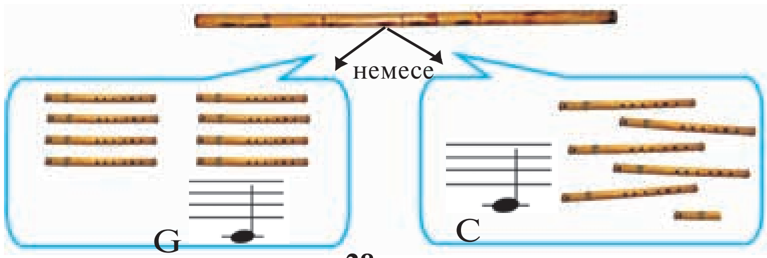
599. Екі санның біреуі a-ға тең, ал екіншісі одан 7-еу артық. Осы сандар көбейтіндісінің екі еселенгенін тап. Осы көбейтіндінің мәнін $a=\frac{1}{2}$ болғанда есепте.

600. Екі санның қосындысы 30-ға тең. Олардан біреуі a. Осы сандардың екі еселенген көбейтіндісін жаз. Көбейтіндінің $a=-2$ болғандағы мәнін есепте.

601. a жүздіктен, b ондықтан және c бірліктен құралған натурал санның разряд бірліктерін көрсететін формула құрастыр. Осы көрсетілген цифрлар арқылы кері жазылған санда неше разряд бірлігі болады?

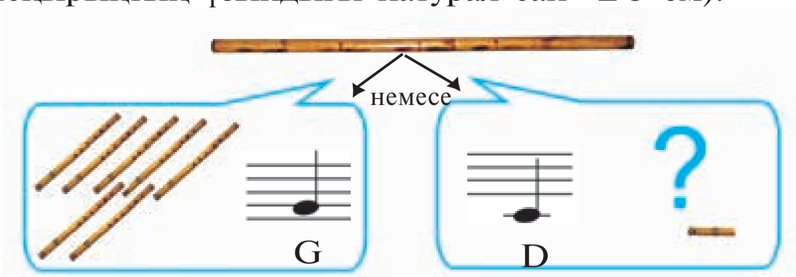
602. a килограмм және c грамм неше грамм болады? Грамдар санын x әрпімен белгілеп, жауабын формуламен жаз.

603. Қамыстан әрқайсысының ұзындығы 6 см 8 ысқырық жасады. Осындай ұзындықтағы қамыстан екінші рет 5 ысқырық жасады. 3 см қамыс артып қалды (28- сурет). Екінші рет жасалған ысқырықтың ұзындығы қандай?



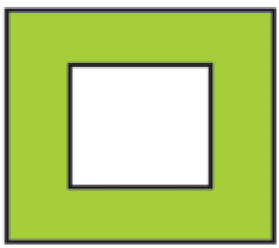
28- сурет.

604. Қамыстан әрқайсысының ұзындығы 6 см 7 ысқырық жасады. Дәл сондай ұзындықтағы қамыстан екінші рет бірнеше ысқырық жасады, онда 2 см қамыс артып қалды (29-сурет). Екінші рет неше ысқырық жасалған? (Ысқырықтың ұзындығы натурал сан ≥ 3 см).



29- сурет.

605. 30-суреттегі ішкі квадраттың қабырғасы сыртқы қабырғадан 20 см қысқа. Боялған жердің ауданы 800 см^2 болса, квадраттың қабырғаларын тап.



30- сурет.

606. Өрнекті ықшамда:

1) $2a^2+2ab+3b^2-a^2-2b^2$;

2) $7a^2+2b^2-\left(6a^2+b^2\right)$;

3) $\frac{2}{3}a^2-b^2+\frac{4}{3}a^2-\frac{5}{7}b^2$;

4) $\frac{1}{7}a^2b\cdot 23m-\frac{2}{7}a^2bm$.

607. Өрнектің сан мәнін тап:

1) $5a^2-2ab+6a-7ab-6a^2-6a$, bunda $a=5,\ b=-\frac{1}{9}$.

608. Көпмүшені бір мүшеге көбейт:

1) $(a^2-ab+b^2)\cdot 3ab^3$;   2) $(6a^2-4ab^2+1)\cdot\frac{1}{2}ab$.

609. Көпмүшелерді көбейт:

1) $(a^2+3ab+b^2)(7a-5b)$;   3) $\left(\frac{1}{3}a^2b-\frac{2}{5}ab^2\right)(15a-30b)$;

2) $(a+3b-4c)(a-3b-4c)$;   4) $\left(\frac{1}{2}a^2+4a+1\right)(3a-1)$.

Теңдеуді шеш **(547—551):**

610. 1) $4(2x-1)+3(1-2x)=7$;

2) $4(x+2)-2(3x-2)=14x-5(x+3)$.

611. 1) $\frac{x-2}{4}-\frac{1}{2}=\frac{x+7}{6}$;   2) $\frac{2(3x-1)}{5}=4-\frac{x+2}{2}$.

612. 1) $7-\frac{x}{2}=3+\frac{7x}{2}$;   2) $\frac{x+3}{2}=x-4$.

613. 1) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{6}=12$;   2) $\frac{2x-1}{5}-\frac{x+1}{5}=\frac{3(1-x)}{10}$.

614. 1) $\frac{6x+7}{7}+\frac{3+5x}{8}=3$;   3) $1+x=\frac{5x-2}{2}$;

2) $5-\frac{2x-5}{3}=\frac{4x+2}{3}$;   4) $\frac{1-x}{9}-1=7x$.

615. Үш қорапта 119 қарындаш бар. Бірінші қораптағы қарындаш саны екіншісіне қарағанда 4-еуге артық, ал үшіншісіне қарағанда 3-еу кем. Әрбір қорапта неше қарындаш бар?

616. Әкесі 30 жаста, баласы 4 жаста. Неше жылдан кейін әкесі баласынан үш есе үлкен болады?

617. Баласы 6 жаста, әкесі одан 6 есе үлкен. Неше жылдан кейін баласы әкесінен 4 есе жас болады?

618. Екі велосипедші бір мезгілде бір-біріне қарама-қарсы жолға шықты. Біріншісі 15 км/сағ, екіншісі 12 км/сағ жылдамдықпен қозғалып барады. Егер қыстақтардың ара қашықтығы 40,5 км болса, олар қанша уақыттан соң кездеседі?

619. Екі велосипедші бір мезгілде бір бағыт бойынша жолға шықты. Екінші велосипедші алда, біріншісі соңында барады. Бірінші велосипедшінің жылдамдығы 15 км/сағ, екіншісінікі 12 км/сағ. Егер ауылдардың ара қашықтығы 40,5 км болса, бірінші велосипедші екіншісін қанша уақытта қуып жетеді?

Ықшамда **(557—559):**

620. 1) $(a+1)(a-1)(a^2+1)$; 2) $\left(\frac{a}{2}-5\right)\left(5+\frac{a}{2}\right)+25$.

621. 1) $(a+3)^2+(a-3)^2$; 2) $(4a+b)^2-(4a-b)^2$.

622. 1) $(1-a)(1+a+a^2)+a^3$; 2) $\left(\frac{1}{2}-c^2\right)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}c^2+c^4\right)+c^6$.

Көбейткіштерге жікте **(560—561):**

623. 1) $a^4+6a^3+9a^2$; 2) $25-(2-3a)^2$.

624. 1) $(a+1)^2-(4-3a)^2$; 3) $(2a+b)^2-9(a+b)^2$;

2) $(8b-1)^2-(2b+3)^2$; 4) $4(a-2b)^2-25(3a-b)^2$.

625. Бөлшекті қысқарт:

1) $\frac{a^2-16}{a^2-8a+16}$; 2) $\frac{4x^2-9}{2x+3}$.

Амалдарды орында **(563—566):**

626. 1) $\frac{b+3}{5}+\frac{7+b}{10}+\frac{b-3}{2}$; 2) $\frac{a^2+5a-4}{16-a^2}+\frac{2a}{8a+2a^2}$.

627. 1) $\frac{a}{a^2-1}-\frac{1}{1-a^2}$; 2) $\frac{4x^2}{2x-3y}+\frac{12xy}{3y-2x}+\frac{9y^2}{2x-3y}$.

628. 1) $\frac{a-b}{ab}-\frac{a-c}{ac}$; 2) $\frac{1}{14x^3}-\frac{1}{21x^2y}+\frac{1}{4xy^2}$.

629. 1) $\frac{x^2-y^2}{6xy}\cdot\frac{12x^2y}{x+y}$; 2) $\frac{a^2+4a}{a^2-16}:\frac{4a+16}{a^2-4a}$.

Амалдарды орында **(630—632)**:

630. 1) $\left(\frac{a}{a+1}+1\right):\left(1-\frac{a}{a+1}\right)$; 2) $\frac{1-a^2}{1+b}\cdot\frac{1-b^2}{a+a^2}\cdot\left(1+\frac{a}{1-a}\right)$.

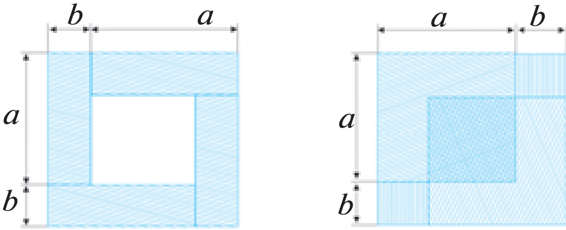
631. 1) $1+3a+\frac{9a^2}{1+3a}+\frac{1}{3a-1}+\frac{6a}{1-9a^2}$;

2) $\left(\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a+b}\right):\left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}+\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\right)$.

632. 1) $\left(\frac{9m^2-3n^2}{4m^2}-\frac{m-4n}{5m}\right):\left(\frac{2m+n}{3m}-\frac{5n^2-3m^2}{16m^2}\right)$;

2) $\left(\frac{a+4b}{2b}+\frac{6b}{4b-a}\right)\left(1-\frac{a^2-2ab+4b^2}{a^2-4b^2}\right)$.

633. 31- суреттегі пішінідердің: 1) $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$; 2) $(a+b)^2+(a-b)^2=2\left(a^2+b^2\right)$ теңдіктерге қандай қатысы бар?



31-сурет.

634. Саяхатшы Көксу өзені бойында орналасқан бір демалыс орнынан велосипедпен жол жүріп басқа бір демалыс орнына көрсетілген уақытта жетіп баруы керек еді. Алғашқы 1 сағат ішінде ол 10,5 км жол жүріп өтті. Егер қалған жолды да дәл сондай жылдамдықпен жүрсе, көрсетілген жерге белгіленген уақыттан бір сағат кешігіп келетінін білді. Саяхатшы қалған жолды сағатына 15 км жылдамдықпен жүрсе, көрсетілген демалыс орнына жарты сағат алдын келіп жетеді. Демалыс орындарының ара қашықтығын табыңдар.

635. Қазір сағат 5. Қанша уақыттан соң сағаттың минуттық тілі сағат тілін «қуып жетеді»?

636. Екі таңбалы санның ондықтар үлесіндегі цифр бірліктер үлесіндегі цифрдан 4 есе артық. Оқушы 507-ні екі таңбалы санға көбейту керек еді. Бірақ ол екі таңбалы санның цифрларының орнын алмастырып жазып қойды. Нәтижеде ол табылған көбейтінді есептің жауабынан 27378-ге аз болып шықты. Дұрыс жауыбы нешеге тең екен?

637. Мыс және полат қоспасының салмағы 36 N-ға тең. Қоспаны суға батырғанда ол өзінің салмағының $4\frac{1}{3}$ N-нын жоғалтады. Мысты суға батырғанда өзінің салмағының $11\frac{1}{9}$ %-ын, полат болса $14\frac{2}{7}$ %-ын жоғалтатыны белгілі. Қоспадағы мыс пен полаттың салмағын анықтаңдар.

638. Құрамы күміс және мыс қоспаның массасы 3,5 кг. Күмістің бөлігі мыс бөлігінің $16\frac{2}{3}$ %-ын құрайды. Қоспадағы күмістің массасын тап.

639. 3 қапта 120 кг ұн бар. 1-қаптағы ұн 2-қаптағы ұнның $\frac{3}{5}$ бөлігіне, 3-қаптағы ұн болса, 2-қаптағы ұнның 80 %-ына тең. Әрбір қапта неше килограмм ұн бар?

640. Сейіт *A* ауылдан *B* ауылға дейін велосипедпен 14 км/сағат жылдамдықпен, қайтқанда 10 км/сағат жылдамдықпен жүрді. Егер Сейіт қайтқанда 1 сағат артық уақыт жүрген болса, ауылдардың ара қашықтығын табыңдар.

641. Тікұшақ екі ауыл арасындағы ара қашықтықты жел бағытында 1,5 сағатта, жел бағытына қарсы 2 сағатта ұшады. Егер желдің жылдамдығы 10 км/сағ болса, осы ауылдардың ара қашықтығы қанша?

642. Фирма жоспар бойынша бірнеше өнімдерді 10 күн ішінде дайындауы керек еді. Бірақ ол әр күні жоспарға қосымша 2-еуден өнім дайындап, мерзіміне бір күн қалғанда тапсырманы орындап, жоспардан тыс 3 өнім артық дайындады. Фирма жоспар бойынша 10 күнде неше өнім дайындауы керек еді?

643. 1) 7-сыныптың екі оқушысы Ахмет пен Мехмет велосипед жарысына қатыспақшы. Ахмет 15 км/сағат жылдамдықпен, Мехмет 18 км/сағат жылдамдықпен велосипед айдады. Мехмет мәреге Ахметтен 20 минут бұрын келді. Жарыстың қашықтығы неше километр екен?

2) Саяхатшы жолдың жартысын өткеннен кейін демалды. Сосын жолдың 0,4 бөлігін жүріпті. Есептеп көрсе ол 27 км жол жүрген екен. Көзделген жол барлығы неше километр екен?

644. *(Әл Хорезмидің есептерінен.)*

1) Бірі екіншісінен 2 артық сандардың қатынасы $\frac{1}{2}$-ге тең. Сол сандарды тап.

2) Бір адам осындай өсиет жасады: нақты 10 дирхам (ақша бірлігі) ақшам бар. Бір адамға қарыз да бергем. Қарыздың мөлшері ұлым алатын мұраға тең. Екі ұлым теңдей мұра алсын.Ініме бар мұраның $\frac{1}{5}$ бөлігін және 1 дирхам беріңдер. Оның ұлдары мен інісі неше дирхамнан алған?

645. 1) $\left(\frac{c-d}{c^2+dc}-\frac{c}{d^2+cd}\right):\left(\frac{d^2}{c^3-cd^2}+\frac{1}{c+d}\right)$;

2) $\left(\frac{2n}{k+2n}-\frac{4n^2}{k^2+4nk+4n^2}\right):\left(\frac{2n}{k^2-4n^2}+\frac{1}{2n-k}\right)$;

3) $\left(\frac{b^2}{b+x}-\frac{b^3}{b^2+x^2+2bx}\right):\left(\frac{b}{b+x}-\frac{b^2}{b^2-x^2}\right)$;

4) $\left(\frac{2q}{2q+m}-\frac{4q^2}{4q^2+4mq+m^2}\right):\left(\frac{2q}{4q^2-m^2}+\frac{1}{m-2q}\right)$.

646. 1) $1+a-\frac{a-1}{a}+\frac{a^2-1}{2a}-\frac{3a}{2}$; 2) $\frac{m+1}{m^2+m+1}-\frac{2}{1-m}+\frac{3m^2+2m+4}{1-m^3}$;

3) $\frac{m+n}{3}-m+2n$; 4) $m+n-\frac{2m-n}{5}-\frac{m+n}{2}$.

647. 1) $\frac{a^3+2a^2}{a^2-1}\cdot\frac{(a+1)^3(a-1)}{a^2(a+2)}$; 2) $\frac{(a^2+ab)^2}{a^2-b^2}:\frac{(a+b)^2}{(ab-b^2)^2}$.

648. 1) $1{,}5\cdot\left(2b-\frac{3b}{7}\right)-1\frac{5}{7}\cdot(3b-5)+\frac{9b^2-16}{4-3b}$;

2) $\frac{x+3a}{x+a}-\frac{x}{x-a}+\frac{2a^2-ax+x^2}{a^2x^2}:\frac{x^2-a^2}{a^2x^2}$.

Теңдеуді шеш **(586—587):**

649. 1) $\frac{4x-3}{2}-\frac{5-2x}{3}-\frac{3x-7}{6}=0;$ 2) $\frac{x+4}{5}-\frac{x+3}{3}=x-5-\frac{x-2}{2}.$

650. 1) $(2x-3)(x+5)-(3-x)(5-2x)=-30;$

2) $5(x-1)^2-2(x+3)^2=3(x+2)^2;$

651. Автомобиль қаладан ауылға дейінгі ара қашықтықты 80 км/сағ жылдамдықпен жүрді. Кері қайтқанда ол ара қашықтықтың 75 %-ын алғашқы жылдамдықпен, қалған бөлігін 60 км/сағ жылдамдықпен жүрді, сондықтан да қайтқанда жолға қаладан ауылға дейін барғанға қарағанда 10 минут артық уақыт кетті. Қаладан ауылға дейінгі ара қашықтықты табыңдар.

652. Қайық өзен ағысына қарсы 4,5 сағат, ал ағыс бойынша 2,1 сағат жүзді. Қайық барлығы болып 52,2 км жүзіп өтті. Егер өзен ағысының жылдамдығы 3 км/сағ болса, қайықтың тұрғын судағы жылдамдығын тап.

653. Ара қашықтығы 340 км екі бекеттен бір уақытта бір-біріне қарама-қарсы екі пойыз шықты. Олардың біреуінің жылдамдығы екіншісінен 5 км/сағ артық. Егер қозғалыс басталғаннан 2 сағат өткеннен соң пойыздар ара қашықтығы 30 км екендігі белгілі болса, олардың жылдамдығын табыңдар.

Өрнектің сандық мәнін тап:

654. 1) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)-8x^3+9y^2$, мұндағы $x=2$, $y=3$;

2) $-\frac{2}{3}(x-1)^2-2\frac{1}{3}(x-3)(x+3)$, мұндағы $x=3$;

655. Неше 4 таңбалы санда тек бір 0 цифры бар?

656. 0, 1, 2, 3, 5, 8 цифрларынан оларды қайталамастан барлығы неше 3 таңбалы сан құрса болады?

657. Есепте: 1) C_{10}^4; 2) P_7.

658. 6 қонақты 6 үстелге неше түрлі тәсілмен отырғызу мүмкін?

1. 2) 7; 4) 5,86. **2.** 2) $\frac{9}{56}$; 4) 0,5. **4.** 2) Дұрыс емес; 4) Дұрыс емес. **5.** $40 \cdot 0{,}03=6:5$. **6.** 2) $3 \cdot (2+6)=2 \cdot (2 \cdot 6)$. **8.** 2) $\frac{9}{56}$; 4) $4\frac{6}{7}$; **9.** 2) $-0{,}02$; 4) 3. **10.** 2) 0; 4) 5. **11.** 2) -2; 4) 0. **12.** $(7m)t$; $168t$. **13.** 1) $(60m)$ мин.; 2) $\frac{p}{60}$ мин; 3) $(60m+l+\frac{p}{60})$ мин. **14.** $3(x-y)$; 2) 4,5; 4) 2,5. **15.** $(x+y)(x-y)$; 2) $-\frac{11}{64}$; 4) 0,104. **16.** 2) $-1\frac{2}{3}$. **17.** 2) 4. **18.** 1, 3, 15, 21. **19.** 2) $(m-1)\ m$; 4) $(2p+1)(2p+3)(2p+5)$. **21.** $(p-q)\ m$; 1) $5m$; 2) q p-дан үлкен бола алмайды; q p-ға тең болуы мүмкін. **22.** $400n+500m$; 155000; 155000. **24.** 187200 м^3, $(37440m)$ м^3. **25.** $s = 3\frac{1}{6}c + 1\frac{2}{3}a + 2\frac{1}{2}b$, 53 км. **26.** 2) $a-b$; 4) $2mn$; 6) $(a+b)(a-b)$. **28.** 5000; 150000. **29.** $3a$; $8a$; $10a$; 500; 400; $\frac{sa}{100}$. **30.** 2) 30 кг. **31.** 2) $(5k)$ км. **32.** $(50a)$ кг. **33.** $(15a)$ га. **34.** $(x\cdot 6+y\cdot 3)$ сом. **35.** $(a\cdot 15+b\cdot 20)$ кг. **36.** $(km+cn)$ кг. **37.** $S=a(a-b)$. **38.** $mn+k$; 810 орын. **39.** 4 сағ. 35 мин. **40.** b) $p=(m+n)\cdot 2$; $S=mn-xy$; e) $p=2(a+m+n+x)$, $S=mn-ab-xy$. **41.** 2) $2(2a+4)$м; 3) $(a+8)(a-4)$м^2. **42.** $\frac{s}{t-1}$ км/сағ. **44.** $\frac{a-1500}{20}$ м^2. **45.** $500(100+p)$ сом. **47.** $t=\frac{s-3}{v}$, үлгермейді. **49.** 2) 40; 4) -41. **50.** 2) $3y-2x$; 4) $8{,}7-2\frac{1}{3}m+1\frac{2}{3}n$. **51.** 2) $3-2{,}7b$; 4) $\frac{2}{3}y+\frac{1}{3}b-3$; 6) $5p$. **52.** 2) $x+5$; 4) $58c+14d$. **53.** 2) 67,048; 4) $-11{,}221$. **54.** 2) 0,28; 4) $7\frac{37}{112}$. **55.** 2) $-4-9+11$; 4) $2a-3b-4c$. **57.** 2) $2+b+(-c)$; 4) $3+a+(-b)+(-c)$. **58.** 2) $a-2b+3c$; 4) $-a+2b-3c$. **59.** 2) $a-b+c-d$; 4) $a-b-c+d-k$. **60.** 2) $8x-2y$; 4) $3a-3$. **61.** 2) $a-2b+(m+c)$; 4) $a+(-m+3b^2-2a^3)$. **62.** 2) $2a+b-(-m-3c)$; 4) $a-(m-3b^2+2a^3)$. **63.** 2) $a-(b-1)$; 4) $(a-2b)+8$. **64.** 2) $2x^2+5x^2y+(-4xy^2-y^3)$; 4) $-(-2x^2-5x^2y)-$ $-4xy^2-y^3$. **65.** 2) $c+(-a+b)$; 4) $n+(-d+l)$. **66.** 2) $4a-4b$; 4) $5x-3y$. **67.** 2) $x=1$; 4) $x=5$. **68.** 2) $-1{,}16$; 4) -3. **69.** 2) -1; 4) 9; 6) 9; 8) 3,9. **70.** 2) 147; 4) 144. **71.** 2) -132; 4) 7. **72.** 2) 1,08; 4) 6,12. **73.** 2) 12; 4) -1. **74.** 2) $-\frac{6}{5}$; 4) $\frac{3}{16}$. **75.** 2) $7\frac{1}{4}$. **78.** 6 дирхам. **80.** 2) 3. **85.** 2) $x=-27$; 4) $x=1{,}009$. **86.** 2) $x=\frac{5}{7}$; 4) $x=\frac{2}{3}$. **87.** 2) $x=-1{,}3$; 4) $x=0{,}05$. **88.** 2) $x=64$; 4) $x=1$. **89.** 2) $x=-\frac{4}{25}$; 4) $-\frac{1000}{3}$. **90.** 2) $x=\frac{3}{7}$;

4) $x=\frac{1}{3}$. **91.** 2) x=17; 4) y=−1. **92.** 2) $x=7\frac{1}{2}$; 4) y=24. **93.** 2) z=6; 4) x=0,6. **94.** 2) y=13; 4) x=1. **95.** 2) y=319; 4) x=5. **96.** 2) x=37; 4) x=1,1. **99.** 2) x=1; 4) x=1. **100.** 2) x=0,2; 4) x=4. **101.** 2) 10. **102.** 2) 16, 20, 24. **103.** 2) 144, 432, 216. **104.** 2) 8, 8, 6. **105.** 2) 20, 40. **106.** 25, 27, 29. **107.** 4, 6, 8 және 10. **108.** 2) Бір сағатта 12 дана өнім. **109.** 89,6 м. **110.** 7 . **111.** 2 кг. **112.** 2) 40 кг. **113.** 2) 150 машина. **115.** 1) 0,2 бөлігі; 2) 0,25 бөлігі. **116.** 83,6 кг, 508, 8 кг, 1327 кг. **117.** 8 км/сағ. **123.** 2) $(\frac{1}{3})^5$; 4) $(-2,7)^4$. **124.** 2) m^5; 4) $(-3b)^4$. **125.** 2) $(a+b)^2$; 4) $\left(\frac{m}{n}\right)^5$. **126.** 2) $4^4\cdot 21$; 4) $6^2\cdot 7^2\cdot 3^3$. **127.** 2) $(0,5)^3\cdot 2^2\cdot 4^2$. 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^3\cdot(2,3)^2$. **128.** 2) $x^4\cdot 3^2$; 4) $\left(\frac{a}{b}\right)^2(8a-b)^3$. **129.** 2) a^2+b^4; 4) $2x^3$. **130.** 2) na^3; 4) 5^k+a^{17}. **132.** 2) 9; 4) 125. **133.** 2) −1; 4) 0. **134.** 2) $\frac{9}{25}$; 4) $12\frac{19}{27}$. **135.** 2) 2,89; 4) $\frac{1}{625}$. **136.** 2) −125; 4) $-5\frac{1}{16}$. **137.** 2) 270; 4) 4. **138.** 2) 40; 4) −6. **139.** 2) 18; 4) 72. **140.** $-2\frac{1}{4}$, $2\frac{1}{4}$, $-3\frac{3}{8}$; −25, 25, 125. **146.** 2) 7^6; 4) 5^6. **147.** 2) a^7; 4) $(3b)^7$. **148.** 2) $(-3)^4$; 4) $(-1,2)^7$. **149.** 2) 3^{10}; 4) $(-6)^{12}$. **150.** 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^8$; 4) b^{15}. **151.** 2) $\left(\frac{-5x}{6}\right)^{12}$; 4) $(n+m)^{20}$. **152.** 2) 3^{8+n}; 4) a^{n+13}. **154.** 2) 2^2; 4) 2^7. **155.** 2) 2^6; 4) 2^{10}. **156.** 2) 2^{14}; 4) 2^9. **157.** 2) 2^{23}; 4) 2^{4+n}. **158.** 2) 3^1; 4) 3^4. **159.** 2) 3^5; 4) 3^7. **160.** 2) 3^{18}; 4) 3^6. **161.** 2) 3^{n+1}; 4) 3^{3+n}. **162.** 2) 4^2; 4) 10^8. **163.** 2) $\frac{1}{17}$; 4) d^{12}. **164.** 2) $(2a)^2$; 4) $(m+n)^5$. **165.** 2) 2^2; 4) 2^2. **166.** 2) 2^3; 4) 2^9. **167.** 2) 3^3; 4) 3. **168.** 2) 3^2; 4) 3^4. **169.** 2) 6; 4) 25. **170.** 2) 44; 4) 9. **171.** 2) −6; 4) 12. **172.** 2) x=64; 4) x=27. **173.** 2) x=16; 4) x=4. **174.** 2) x=243; 4) x=9. **175.** 2) 2^{56}; 4) a^{21}. **176.** 2) a^{15}; 4) a^{23}. **177.** 2) a^9; 4) a^{12}. **178.** 2) n=7; 4) n=2. **179.** 2) $\left(\frac{5}{6}\right)^2$; 4) $(0,02)^2$. **180.** 2) $(7^3)^2$; 4) $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^{12}\right)^2$. **181.** 2) $(b^3)^2$; 4) $(x^{10})^2$. **182.** 2) $7^5\cdot 6^5$; 4) $4^3\cdot\left(\frac{1}{7}\right)^3$. **183.** 2) $81x^4$; 4) $64b^2$. **184.** 2) 6^6y^6; 4) $27n^3m^3$. **185.** 2) $x^7y^7z^7$; 4) $2^9\cdot 4^9\cdot 9^9$. **186.** 2) a^6b^3; 4) $0,01c^6$. **187.** 2) $512a^{12}b^{21}$; 4) $16n^4m^{12}$. **189.** 2) $(3,4\cdot b)^4$; 4) $\left(-\frac{2}{3}a\right)^2$. **190.** 2) $(9\cdot r)^2$;

4) $(15\cdot a\cdot b)^3$. **191.** 2) $(a^2b^3)^2$; 4) $(9m)^2$. **192.** 2) $(xy^2z^4)^2$; 4) $(10c^4x^3)^2$. **193.** 2) $(0{,}7nm^5)^2$; 4) $\left(\frac{4}{25}a^5b^8\right)^2$. **194.** 2) $(b^3)^3$; 4) $(4^2)^3$. **195.** 2) $\left(\left(-\frac{2}{3}\right)^5\right)^3$; 4) $(-0{,}1)^3$. **196.** 2) $(a^2b)^3$; 4) $(x^4y^3z^2)^3$. **197.** 2) $(-10b^2)^3$; 4) $(-0{,}2xy^3)^3$. **198.** 2) 1; 4) -1. **199.** 2) 1; 4) $\frac{1}{32}$. **200.** 2) 144; 4) 14. **201.** 2) 1; 4) 4. **202.** 2) 14; 4) 16. **203.** 2) $\frac{25}{49}$; 4) $\frac{b^3}{8^3}$. **204.** 2) $\frac{169}{n^2}$; 4) $-\frac{64}{c^3}$. **205.** 2) $\frac{81b^4}{625c^4}$; 4) $\frac{5^6}{7^{12}}$;. **206.** 2) $\frac{49}{(2+c)^2}$; 4) $\frac{(a+b)^7}{(a-b)^7}$ **207.** 2) $\left(\frac{2}{5}\right)^5$; 4) $\left(\frac{5}{a}\right)^7$. **208.** 2) $\left(\frac{a}{b}\right)^3$; 4) $\left(\frac{7}{10}\right)^2$. **209.** 2) $\left(\frac{4x}{3y}\right)^4$; 4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$. **212.** 1) $\cong 3{,}3\cdot 10^5$ есе; 2) $\cong 9$ жыл. **213.** 2) $\frac{3}{10}$. **214.** 2) 3^{5n+2}; 4) b^{4n}. **215.** 2) 7; 4) 5. **216.** 2) $81x^8y^6z^{14}$; 4) $-2{,}48832a^{15}b^{10}c^{20}$. **217.** 2) a^2; 4) a^4. **218.** 2) $10^{20}>20^{10}$; 4) $3^{40}>6^{20}$. **220.** 2) $\frac{1}{3}$; 4) 13,2. **221.** 2) $8{,}647\cdot 10^6$. **222.** 2) $3bc$; 4) ab^2. **223.** 2) $3a^2b$. **224.** 2) $100n$ (см). **226.** 2) 8; 4) 1; 6) 18. **227.** 2) z^{11}; 4) m^4; 6) $72p^3q^2$; **228.** 2) 2. **229.** $\frac{12}{25}$ күн. **230.** 2) $6ab$; 4) $-2a^3$. **231.** 2) $35m^2n$; 4) $-4b^5$. **232.** 2) $-2m^3n$; 4) $\frac{5}{14}b^3c^2$. **233.** 2) $28x^3y^3$; 4) $2a^2b^2c^2$. **234.** 2) $-21a^6b^6c^2$; 4) $-\frac{9}{8}a^4x^3y^4$. **235.** 2) $-7{,}5m^7r^7n^5$; 4) $-7{,}5a^5b^7c^7$. **236.** 2) $-15m^3n^2$; 4) $-26a^4b^4c^5$. **237.** 2) $30a^4b^3$; 4) $4a^3b^2c^3$. **238.** 2) $25b^2$; 4) $4a^6$. **239.** 2) $16a^2b^2$; 4) $-8x^3y^3z^3$. **240.** 2) $-a^{10}b^5c^5$; 4) $16x^8y^{12}$. **241.** 2) $\frac{1}{81}m^8n^8$. **242.** 2) $-2a^4$; 4) $a^2b^5c^2y^2$. **243.** 2) x^5y^5; 4) $-4a^{10}b^{11}$. **244.** 2) $(4x^2)^2$; 4) $(9x^3y)^2$. **245.** 2) 204,8; 4) 1,008. **246.** $7\frac{1}{5}$ қарыс. **250.** 2) $6a^2b^3-24a^4b$; 4) $-bc^5+5x^2y^4$. **251.** 2) $-6xy^4z-20m^3n^2k^3$; 4) $\frac{1}{3}a^2b^2-2a^2b^3$. **252.** 2) 2; 4) 0. **253.** 2) $-7{,}6$; 4) -252. **254.** 2) $\frac{1}{3}y$; 4) $\frac{13}{16}a^2b$. **255.** 2) $2a+b$; 4) $2a^2-3b^2$. **256.** 2) $-y$; 4) $3{,}8a^2$. **257.** 2) a^2; 4) $2xy-2{,}2y^2$. **258.** 2) $-\frac{7}{8}ab^2+\frac{3}{8}a^2b$; 4) $4x-2{,}46y$. **259.** 2) $x^3-x^2y-6xy^2$. 4) ab^2+2ab. **260.** 2) $8b^2-19bc-$ $-15c^2$; 4) $2x^2y$. **261.** 2) $-\frac{1}{3}a^2bc--4a^2c$. **262.** 2) $3x+3y$; 4) $3x+1$. **263.** 2) $5a^2-b^2$; 4) $-\frac{1}{2}b^2+1\frac{1}{4}$. **264.** 2) $0{,}1c^2$; 4) $6a+22b$. **265.** 2) $-2a^2-6ab+6b^2$; 4) $25z+30az^2$. **266.** 2) $-2b$; 4) $9x^3$. **267.** 2) $3x^2$; 4) $8a^2-b^2-ab$. **268.** 2) $-0{,}07x^2+0{,}06y^2$; $0{,}27x^2-0{,}1y^2$; 4) $0{,}61a^3+1{,}12b^3$; $1{,}39a^3-0{,}88b^3$. **269.** 2) $3x^2+3x^2y^2--x^3$. **270.** 2) $-5b^2+3b$. **271.**

2) q^3; 4) $-5ab+8b^2$. **273.** $k+2m-n$. **274.** 2) $1-\frac{1}{2}x$; 4) $20m-30n$; **275. 2)** $-10xz+8yz$; 4) x^3-x^2+x. **276.** 2) $75a^2b^2+15a^2b$; 4) $3x^2y^3-6x^4y^2$. **277.** 2) $16ab^2-24a^2bc+8abc^2$; 4) $x^3yz+2xy^3z+3xyz^3$. **278.** 2) $a^3b^7+\frac{3}{4}a^4b^4$. **279.** 2) $-3a+7b$; 4) $-14p-9$. **280.** 2) $-a^2b+6b^2$; 4) $19x-12$. **281.** 2) $2x-3{,}5$; 4) $0{,}5y-1{,}7$. **282.** 2) 5; 4) 204. **283.** 2) z^2+3z-4; 4) $bc+4c+5b+20$. **284.** 2) $-a^2+8a+20$; 4) $p-q+pq-q^2$. **285.** 2) $10a^2+7a-12$; 4) $20p^2-17pq+3q^2$. **286.** 2) $0{,}09-m^2$; 4) $0{,}04a^2-0{,}25x^2$. **287.** 2) $30x^4+30y^4-61x^2y^2$; 4) x^3+5x^2+7x+3. **288.** 2) $27a^3-8b^3$; 4) $27a^3+8b^3$. **289.** 2) $-20b^2+17bc-3c^2-16by+4cy$; 4) $9a^2-24ab+12ac+15b^2-20bc$. **290.** 2) $0{,}3x^2+xz-0{,}3y^2+yz$; 4) $0{,}3a^4-0{,}9a^3+2a^2+3a-10$. **291.** 2) $a^3-ab^2+3a^2b-3b^3$; 4) $12x^3-29x^2+7x+6$. **295.** 2) y^4; 4) 1. **296.** 2) $-3a$; 4) $-5c$. **297.** 2) $\frac{2}{15}a$; 4) $-9c$. **298.** 2) $9m$; 4) $\frac{4}{5}b$. **299.** 2) 8; 4) 7. **300.** 2) 3; 4) -3. **301.** 2) $-\frac{5}{3}$; 4) $-1{,}3$. **302.** 2) $-\frac{5}{3}p$; 4) $0{,}4c$. **303.** 2) $7m^6$; 4) $\frac{7}{6}$. **304.** 2) $\frac{9}{4}ab^2$; 4) $3ab$. **305.** 2) $-\frac{1}{13}axy^2$; 2) $\frac{1}{2}a^3b$. **306.** 2) $81x^4y$; 4) $x^7y^{11}z^3$. **307.** 2) $2b-1$; 4) $2-x$. **308.** 2) $4a-3b$; 4) $-c+1$. **309.** 2) $-\frac{2}{3}cb-1$; 4) $-\frac{1}{4}ab+\frac{3}{4}a^2$. **310.** 2) $-2x-3y+4$; 4) $a+3a^2b-2$. **311.** 2) 1; 4) $-3a$. **312.** 2) 24; 4) 0. **313.** 2) a^3; 4) c^2+3^2. **314.** 2) n^2-m^2; 4) $\left(\frac{1}{2}\right)^3-b^3$. **315.** $4c$ см, c^2 м^2. **316.** $6k^2$см^2, k^3 см^3. **317.** $3x^2$ немесе $\frac{1}{3}x^2$. **318.** 10 км. **319.** 108000. **320.** Жоқ. **321.** 2) $3{,}08\cdot10^{13}$. **322.** $5{,}1\cdot10^8$; 10^{12}. **323.** 10 кг. **324.** 2) xy; 4) $10mn^2k$. **325.** 2) $13\frac{3}{4}$. **326.** 2) $3x^2$; 4) $8a^2+b^2-ab$. **327.** 2) $0{,}5x^2+xz-0{,}5y^2+yz$; 4) $a^4-2a^3+3a^2+4a-10$. **328.** 2) $2a^3-2ab^2+3a^2b-3b^3$; 4) $6x^3-17x^2-4x+3$. **329.** 2) $5x^3+8x^2+9x-1$; 4) $1\frac{1}{4}a^5+2a^2x-1\frac{1}{2}x^2$. **332.** 2) 180,7; 4) 12,5. **333.** 2) $2x^2-2x$; 4) $a^3+ab-a^2b^2-b^3$. **334.** 240 км. **335.** 2) 150000; 4) 4. **336.** 2) $3(a-x)$; 4) $6(a+2)$. **337.** 2) $2(4a-2b-1)$; 4) $3(3x-y+4z)$. **338.** 2) $c(d+b)$; 4) $x(3-y)$. **339.** 2) $3b(d-a)$; 4) $3p(2k-1)$. **340.** 2) $x(y-x+z)$; 4) $4b(b+2a-3a^2)$. **341.** 2) $a^3(a-3)$; 4) $x^2y^2(y-x)$. **342.** 2) $6x^2(x^2-4)$; 4) $3a^2(2a^3+1)$. **343.** 2) $4x^2y(5xy+1)$; 4) $3xyz(3z-4y)$. **344.** 2) $5a^3(4a-1+3a^2)$; 4) $2x^2y^2(y^2-x^2+3xy)$. **345.** 2) 18700; 4) $-1{,}62$. **346.** 2) $(a+5)(b-c)$; 4) $(y-3)(1+b)$. **347.** 2) $(m-3)(3n+5m)$;

4) $(c-d)(7a-2b)$. **348.** 2) $(x+y)(a^2-b^2)$; 4) $(a^2-2b^2)(x+y)$. **349.** 2) $(p-q)(c-a+d)$; 4) $(x^2+1)(m-n-l)$. **350.** 2) $(b--c)(a+c)$; 4) $(x-y)(2b+1)$. **351.** 2) $(a-2)(6-a)$; 4) $(m-2)(a^2-b)$. **352.** 2) $(x-y)(x-y-3)$; 4) $(3-b)(-a+1-b)$. **353.** 2) $x=1$; 4) $x=0{,}49$. **354.** Үлгереді. **355.** 2) $(m-n)(1+p)$; 4) $(x-y)(1+2a)$. **356.** 2) $(a-b)(a-b+1)$; 4) $(p-1)(4q+p-1)$. **357.** 2) $(p-1)(4q+1)$; 4) $(p-1)(4q--1)$. **358.** 2) $(b+c)(a+d)$; 4) $2(x-1)(3x-4y)$. **359.** 2) $(c+d)(a-3b)$; 4) $(a-3b)(x+5y)$. **360.** 2) $(b+c-a)(y-x^2)$; **361.** 2) 12500; 4) 28. **362.** 2) $-0{,}625$; 4) $-0{,}33$. **363.** 2) 906. **364.** 2) $t=-7$, $t=4$. **365.** 2) $x^2-2xy+y^2$; 4) x^2+2x+1; 6) $49+14m+m^2$. **366.** 2) x^2-6x+9; 4) $y^2-12y+36$; 6) $b^2+b+\frac{1}{4}$. **367.** 2) $9x^2+12xy+4y^2$; 4) $25z^2-10zt+t^2$. **368.** 2) a^4+2a^2+1; 4) $x^4+2x^2y^2+y^4$. **369.** 2) $a^2-\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}$; 4) $\frac{x^2}{9}+\frac{xy}{6}+\frac{y^2}{16}$. **370.** 2) $0{,}16b^2-0{,}4bc+0{,}25c^2$; 4) $\frac{1}{16}a^6-$ $-\frac{2}{5}a^3+\frac{16}{25}$. **372.** 2) $9b^4+12ab^3+4a^2b^2$; 4) $16x^2y^2+4xy^3+0{,}25y^4$. **373.** 2) 1681; 4) 9604. **374.** 2) 1006009; 4) 1521. **375.** 2) 3249; 4) 1002001. **376.** 2) $4xy$; 4) $8a^2+2b^2$. **377.** 2) $7a^2-52a+112$; 4) $4x^2-16x-4$. **378.** 2) $x=2$; 4) $x=-0{,}5$. **379.** 2) $y=3$; 4) $y=\frac{2}{3}$. **380.** 2) -11; 4) -17. **382.** 2) $(5+x)^2$; 4) $(p-0{,}8)^2$. **386.** 2) p^2-q^2; 4) m^2-n^2; **387.** 2) a^2-9; 4) x^2-49; **388.** 2) c^2-9d^2; 4) $9m^2-4n^2$. **389.** 2) $\frac{25}{36}a^2-b^2$; 4) $\frac{4}{9}m^2-\frac{9}{16}n^2$. **390.** 2) a^4-b^6; 4) m^6-n^6. **393.** 2) $25a^2b^4--4a^4b^2$; 4) $a^2b^6-16x^2y^2$. **394.** 2) x^4-1; 4) $81a^4-16b^4$. **395.** 2) 4896; 4) 2491. **396.** 2) 1584; 4) 39999. **397.** 2) $2a^2+4a$; 4) $24ab-32b^2$. **399.** 2) $x=\frac{4}{3}$; 4) $x=2$. **400.** 64 см^2 қа кемейеді. **401.** -10. **402.** 2) 980; 4) 5,87. **405.** 2) $(2a-3)(2a+3)$; 4) $(9a-4b)(9a+4b)$. **406.** 2) $(ab-4)(ab+4)$; 4) $(4x-5y)(4x+5y)$. **407.** 2) $(\frac{2}{3}a-\frac{1}{4}b)(\frac{2}{3}a+\frac{1}{4}b)$; 4) $(0{,}3x-0{,}4y)(0{,}3x+0{,}4y)$. **408.** 2) $(xy^2-4)(xy^2+4)$; 4) $(5a-3b^3)(5a+3b^3)$. **409.** 2) $(a^2-b^4)(a^2+b^4)$; 4) $(b^2-9)(b^2+9)$. **410.** 2) $(m-n-k)(m-n+k)$; 4) $3(x-y)(3x+y)$. **411.** 2) $(a+2b+c)(a-c)$; 4) $4(2a-b)(-a-2b)$. **412.** 2) $(1+c)^2$; 4) $(9-x)^2$. **413.** 2) $(10-3a)^2$; 4) $(a+5b)^2$. **414.** 2) $(p^2--q)^2$; 4) $(5a^3+3b)^2$. **415.** 2) $(b^2-9)^2$; 4) $(4-a^2b^2)^2$. **416.** 2) $-(3-b)^2$;

4) $-3(a+2b)^2$. **417.** 2) 60 000; 4) 216. **418.** 2) $x=\frac{1}{2}$, $x=-\frac{1}{2}$; 4) $x=5$. **419.** 2) 10000; 4) $\frac{2}{3}$. **420.** 2) $x^2+2xy+y^2$; 4) $x^2-2xy+y^2$. **421.** $(c+d)(c^2-cd+d^2)$; 4) $(a-3)(a^2+3a+9)$; 6) $(a+1)(a^2-a+1)$; 8) $(5-b)(25+5b+b^2)$. **422.** 2) $(4-5y)(16+20y+25y^2)$; 4) $(4y+\frac{1}{3})(16y^2-\frac{4}{3}y+\frac{1}{9})$. **423.** 2) $(1+3b)(1-3b+9b^2)$; 4) $(\frac{1}{2}a^2+5b)(\frac{1}{4}a^4-\frac{5}{2}a^2b+25b^2)$. **424.** 2) $(a+b)(a-b)(a^4+a^2b^2+b^4)$; 4) $(2+y)(2-y)(16+4y^2+y^4)$. **425.** 2) y^3+8; 4) $64c^3-125d^3$. **426.** 2) $a^6b^6-125a^3$; 4) $\frac{1}{8}x^3-\frac{1}{27}y^3$. **427.** 2) $16a^2(4a+5b)$; 4) $(a-b)(a^2+ab+b^2+a-b)$. **428.** 2) 0,02. **429.** 2) 5; 4) 26. **430.** 2) $x=3$; 4) $x=0,2$.

441. 2) $x=2$. **442.** 2 км/сағ, 16 км/сағ. **443.** 2) $(x-y)(4+3x-3y)$; 4) $(b-a)(b-a-1)$. **444.** 2) $y(x+y)^2$; 4) $(b-a)^2(a-1)$. **445.** 2) $24x^2(y-z)$; 4) $4(2x-y)(2x-3y-1)$. **446.** 2) $5(x+y)(2x+1)$; 4) $(3z^2+2y^2)(16x-5y)$. **447.** 2) $(2nk+5m)(3mk--7n^2)$; 4) $(5c-3x)(8b-3c)$. **448.** 2) $16x+2$; 4) $-19y+6$. **450.** 2) $\frac{5}{8}$; 4) $\frac{11}{8}$. **454.** $\frac{a^2-b^2}{(a-b)^2}$. **456.** 2) 5; 4) 1,9; 6) 4. **457.** 2) $V=\frac{m}{p}$; 4) $a=\frac{p}{2}-b$. **458.** $x=\frac{np}{1000}$, $x=3$. **459.** $t=\frac{a}{cn}$, $t=15$.

461. 2) $\frac{4}{5}$, 4) -2. **462.** 2) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{b}{2c}$. **463.** 2) $\frac{1}{b^4}$; 4) b^2. **464.** 2) $\frac{2}{7}$; 4) $\frac{b}{3a}$; 6) $\frac{a^2b}{5c}$. **465.** 2) $\frac{7a}{5}$; 4) $\frac{1}{3(a-b)}$; 6) $-\frac{1}{3}$. **466.** 2) $\frac{1}{(m+n)^3}$; 4) $3y-2x$; 6) $\frac{2}{a(a-b)}$. **467.** 2) $\frac{2a}{m-n}$; 4) $\frac{4a-1}{2a+3}$; 6) $\frac{1+b}{1-b}$. **468.** 2) $\frac{q^2}{p-q}$; 4) $\frac{m}{n}$; 6) $-\frac{x}{y}$. **469.** 2) $\frac{3a+2b}{2a+3b}$; 4) $-\frac{1}{ab}$. **470.** 2) $\frac{1}{a+b}$; 4) $5+x$; 6) $-\frac{c+2}{2a}$. **471.** 2) $10-7b$; 4) $\frac{y}{5+y}$; 6) $\frac{5ab}{a^2-b^2}$. **472.** 2) $\frac{1}{b+7}$; 4) $\frac{1}{1-2p}$. **473.** 2) $\frac{4a+1}{4a-1}$; 4) $\frac{10(m+n)}{3(m-n)}$. **474.** 2) $n-m$; 4) $\frac{1}{5-2x}$. **475.** 2) $\frac{3y-4x}{3y+4x}$; 4) $\frac{6-c}{6+c}$; 6) $\frac{3c-2b}{a}$. **476.** 2) $a+1$; 4) $\frac{1}{2}$. **478.** 2) $\frac{9x^2}{12xy}$, $\frac{72}{12xy}$ және $\frac{16y^2}{12xy}$; 4) $\frac{2ax^2}{4x^3}$ және $\frac{b}{4x^3}$. **479.** 2) $\frac{6b^2}{2b}$ және $\frac{a^2}{2b}$; 4) $\frac{2b^2}{6ab}$, $\frac{9ac}{6ab}$, $\frac{6a^2b^2}{6ab}$. **480.** 2) $\frac{3a^2}{18a^2b^2}$, $\frac{2(a^2+b^2)}{18a^2b^2}$ және $\frac{a(3-a^2)}{18a^2b^2}$; 4) $\frac{21y^3}{60x^4y^4}$, $\frac{310x^3y}{60x^4y^4}$ және $\frac{80x^2}{60x^4y^4}$. **481.** 2) $\frac{6a}{(a-1)a}$ және $\frac{2(a-1)}{(a-1)a}$; 4) $\frac{8a^2}{12(a+1)}$ және $\frac{15a^2}{12(a+1)}$. **482.** 2) $\frac{7a(3x+y)}{9x^2-y^2}$ және $\frac{6b(3-y)}{9x^2-y^2}$; 4) $\frac{6x}{8x+8y}$ және $\frac{x}{8x+8y}$. **483.** 2) $\frac{7a}{x^2-9}$ және $\frac{a(x-3)}{x^2-9}$; 4) $\frac{6x(x+y)}{x^2-y^2}$, $\frac{7xy(x-y)}{x^2-y^2}$ және $\frac{3}{x^2-y^2}$.

484. 2) $\frac{28c(b+c)}{70(b^2-c^2)}$, $\frac{6a^2}{70(b^2-c^2)}$ және $\frac{35b(b-c)}{70(b^2-c^2)}$; 4) $\frac{15x(x+1)}{12x(x^2-1)}$; $\frac{-48x^2}{12x(x^2-1)}$ және $\frac{4(x-1)}{12x(x^2-1)}$. **485.** 2) $\frac{5a}{b^3}$; 4) $\frac{x-y}{n+a}$. **486.** 2) $\frac{2a}{c^2}$; 4) $\frac{7}{a^2}$; 6) $\frac{8}{ab}$. **487.** 2) $\frac{11}{28}$; 4) $\frac{3}{5b}$; 6) $\frac{3ad-b}{12d}$ **488.** 2) $\frac{15+ab}{5a}$; 4) $\frac{2+7b}{b}$. **489.** 2) $\frac{2c+4c^2-3}{c^2}$; 4) $\frac{mn-kn^2+m^2}{n^2}$. **490.** 2) $\frac{k-n}{mnk}$; 4) $\frac{bd+ba}{acd}$; 6) $\frac{2n^2-3m}{mn^3}$. **491.** 2) $\frac{4a^4-21cb^3}{18a^3b^4}$; 4) $\frac{20y-21x+22}{28x^2y^2}$; 6) $\frac{b(cd^2+d+c)}{(cd)^2}$. **492.** 2) $\frac{3x}{2(1-x)}$; 4) $\frac{8y-25x}{10(y-3)}$. **493.** 2) $\frac{11}{10(b+1)}$; 4) $\frac{5x}{8(x+y)}$. **494.** 2) $\frac{5b^2-2a^2}{ab(x+y)}$; 4) $\frac{a+b-y}{ab}$. **495.** 2) $\frac{2(2a+3)}{a(1-a)}$; 4) $\frac{67b-3a}{40(a^2-b^2)}$. **496.** 2) $\frac{x-1}{x^2-9}$; 4) $\frac{2x^2+3x+2}{x^2-16}$. **497.** 2) $\frac{6n-47}{n^2-49}$; 4) $\frac{24y^2+y+1}{1-9y^2}$. **498.** 2) $\frac{13a+4}{(3a+1)^2}$. **499.** 2) $\frac{2-11x}{(3x+1)^2}$; 4) $\frac{4-7n+7m}{(n-m)^2}$; 6) $\frac{2x^2+18}{(x^2-9)^2}$. **500.** 2) $\frac{b^2-3b}{b-2}$; 4) $\frac{1}{a+1}$. **501.** 2) $-\frac{1}{x+y}$; 4) $\frac{2(24-a)}{4a^2-9}$.

502. 2) $\frac{b-3b^2-14}{6(b^2-1)}$; 4) $\frac{28n^2-4m^2+9mn}{m(4n^2-m^2)}$; 6) $\frac{4a^2-4a-b}{a^2+2a}$. **503.** 2) $\frac{2a}{a^3+8}$; 4) $-\frac{6m}{m^3-27}$.

504. 2) $-\frac{2}{19}$. **505.** 2) $\frac{4}{13}$; 4) $\frac{15}{2}$. **506.** 2) $\frac{k^2}{mn}$; 4) $\frac{3mk}{4nd}$; 6) $\frac{2a^2b^2}{c^3}$. **509.** 2) 2; 4) $\frac{a}{bc}$; 6) $\frac{ac}{b}$. **510.** 2) $\frac{k^2}{mn}$; 4) $\frac{3md}{2nk}$; 6) $\frac{15a^2c^2}{d}$. **511.** 2) $\frac{18a^2}{7}$; 4) $\frac{1}{a}$; 6) $\frac{a^3b^3}{d^2}$. **512.** 2) $\frac{2y}{5c^3}$; 4) $\frac{2d^2a^2}{3c}$; 6) $\frac{22p^3n}{m^4}$. **513.** 2) $10a^2b$; 4) $\frac{1}{4a^2b}$. **514.** 2) $\frac{2b}{a}$; 4) $3b$; 6) $\frac{(a+b)a}{3b}$.

515. 2) $\frac{b}{3(1+a)}$; 4) $\frac{1}{3m^2(m+n)}$; 6) $\frac{5}{3(a-b)}$. **516.** 2) $\frac{-3x^2(x+y)}{2(x^2+y^2)}$; 4) $\frac{-18(n-m)^2(n+m)}{n(n+p)^2}$; 6) $\frac{1}{a^2-b^2}$. **517.** 2) $b-3$; 4) $(a-1)(2a-1)$. **518.** 2) $\frac{2(a+1)}{3}$; 4) 1; 6) $\frac{b^2}{b^2+1}$. **519.** 2) $\frac{a^2(b^2-1)}{b^2}$; 4) $\frac{2(m+n)}{n}$; **520.** 2) $\frac{4ab}{a^2-b^2}$; 4) $\frac{1}{6(c+d)}$. **521.** 2) $\frac{9z}{z+2}$; 4) $\frac{m+5}{m-2}$. **522.**

2) $\frac{b}{a+b}$; 4) $\frac{1}{c}$. **523.** 2) $\frac{4}{a-b}$; 4) $\frac{1}{c(a+b)}$. **526.** $\frac{v-v_1}{v+v_1}\cdot s$ км. **527.** 6 данадан. **528.** 2) $\frac{3(x^2-2x+4)}{x^3+8}$, $\frac{x+1}{x^3+8}$ және $\frac{(x+2)^2}{x^3+8}$. **529.** 2) $\frac{55b-61}{24}$; 4) $\frac{5-27b}{36}$. **530.** 2) $\frac{7q-p}{3p-q}$; 4) $\frac{8a+8b-70}{2b-5}$. **531.** 2) $\frac{a^2-b^2}{7}$; 4) $\frac{m+n}{2(p^2-pc+c^2)}$. **532.** 2) $\frac{x(x+2)(x-3)}{(x-2)(x+3)(x^2+2)}$; 4) 1. **533.** 2) $-2(a-1)^2$; **533.** 2) $-2(a-1)^2$; 4) $\frac{a^2+4}{4a}$. **534.** 120. **536.** d) $n(n-1):2$. **538.** 45. **539.** 2) 900. **541.** $16\cdot15\cdot14=3360$. **542.** 30. **543.** 1) 125; 2) 625. **545.** 24. **546.** 10. **547.** $12\cdot8\cdot7=672$. **548.** 1) $64\cdot49=3136$; 2) 8! **550.** 1) $4\cdot60$; 2) $24\cdot58$; 3) $36\cdot55$; jami 3612 usul. **551.** 6. **552.** 12. **554.** 20. **555.** 14 ta. **561.** 24 ta 4 xonali son tuzish mumkin. **562.** 24. **565.** 10. **566.** 45. **568.** 56. **569.** 6. **570.** $C_6^4=C_6^2=15$. **572.** $C_{10}^3-4=116$ holda yig‘indi 9 dan katta bo‘ladi. **573** $\left(C_3^1+C_3^2+C_3^3\right)\cdot\left(C_4^1+C_4^2+C_4^3+C_4^4\right)\cdot\left(C_2^1+C_2^2\right)=315$ ta. **576.** $C_5^2\cdot C_{10}^3=1200$. **578.** 1) $C_{20}^2=190$; 2) $C_{20}^3=1140$; 3) $C_{20}^4=4845$. **579.** $8\cdot C_{11}^2+11\cdot C_8^2=748$. **580.** 36; 30. **581.** 1) $5\cdot5\cdot4\cdot3=300$; 2) $5\cdot6\cdot6\cdot6=1080$. **582.** $5\cdot6\cdot6\cdot3=540$. **583.** $4\cdot3\cdot2\cdot1=24$. **584**. $26\cdot25\cdot24=15\,600$. **585.** $8\cdot7\cdot5=280$. **586.** 10 000. **588.** 24 ta. **589.** $10\cdot9\cdot8=720$. **590.** 2) mumkin emas. **591.** 1) 6; 2) 15; 3) 45; 4) $n\cdot(n-1):2$. **593.** $3\cdot4\cdot5=60$. **594.** 4. **595.** 40. **596.** 1) 2500; 2) 3125. **597.** 2) 2. **598.** 2) Noto‘g‘ri. **599.** $7\frac{1}{2}$. **600.** $2a(30-a)$; -128. **601.** $a\cdot100+b\cdot10+c$; $c\cdot100+b\cdot10+a$; a ta. **602.** $x=1000a+c$. **606.** 4) $3a^2bm$. **609.** 4) $1{,}5a^3+11{,}5a^2-a-1$. **610.** 2) $x=2\frac{5}{11}$. **614.** 4) $x=-\frac{1}{8}$. **615.** 40, 36, 43. **616.** 9 yildan so‘ng. **617.** 4 yildan so‘ng. **618.** 1,5 soatda. **619.** 1,5 soatda . **620.** 2) $\frac{a^2}{4}$. **621.** 2) $16ab$. **623.** 2) $3(1+a)(7-3a)$.

«Өзіңді тексеріп көр!» тапсырмаларының жауаптары

I тарау. 1. 1) 120,3; 2) $-3\frac{1}{6}$; **2.** $3x + 4y$; $\frac{1}{3}$. **3.** $10a + 15b$.

II тарау. 1. Иә, $x = -4$; **2.** 1) $x = \frac{1}{3}$. 2) $x = 3$; **3.** 5 кг; 3 кг.

III тарау. 1. 5^5; 3^2; 2^{12}; 6^5. **2.** $3b + d$. **3.** $-1{,}25\ a^4b^3c^2$; $0{,}7m-2n-1$. **4.** $3m^2-4$; $-3{,}8125$.

IV тарау. 1. $2a^2+12a$; **2.** 1) $y(x-2)$; 2) $(4a-9)(4a+9)$; 3) $3x^2\cdot(1-$ $-2x)$; 4) $(x-5)^2$; 5) $(x-1)(3+y)$; 6) $2(a-b)^2$. **3.** $(a-3b)\times$ $\times(a+3)$; 8.

V тарау. 1. $b\neq 0$, $a\neq 1$, $b\neq -2$; **2.** 1) $\frac{1}{a}$; 2) $\frac{4ab}{a^2-b^2}$; 3) 4; 4) $\frac{a-b}{b}$. **3.** $\frac{1}{x-3}$; -3.

Қызықты есептердің жауаптары

1. 99 + 9 : 9. **2.** 44 үшбұрыш, 10 квадрат, 8 тік төртбұрыш. **3.** 5 жаста. **4.** 18 минут. **5.** 1) 6; 2) 3; 3) 4; 4) 9. **6.** 24000 км. **7.** 6. **8.** 1) 7; 2) 4 ұл бала, 3 қыз. **9.** 10 метр. **10.** Мүмкін емес.

МАЗМҰНЫ

IV тарау. КӨПМҮШЕЛЕРДІ КӨБЕЙТКІШТЕРГЕ ЖІКТЕУ

V тарау. АЛГЕБРАЛЫҚ БӨЛШЕКТЕР

VI тарау. КОМБИНАТОРИКА ЭЛЕМЕНТТЕРІ

Алимов Ш. А.
22.14 А-44 Алгебра: Жалпы білім беретін мектептердің 7-сыныбына арналған оқулық/Ш. А. Алимов, А. Р. Халмухамедов, М. А. Мырзаахмедов. 4-басылымы. Т.: «Ўқитувчи» БПШҮ, 2017. — 192 б.

ISBN 978-9943-22-104-8

УЎК: 512(075.3)
КБК 22.14 я 72

SHAVKAT ARIFDJANOVICH ALIMOV,
ALIMDJAN RAXIMOVICH XALMUXAMEDOV,
MIRFAZIL ABDILXAKOVICH MIRZAXMEDOV

ALGEBRA

Umumiy orta ta'lim maktablarining
7- sinfi uchun darslik

(Qozoq tilida)

Қайта өнделген және толықтырылған
4-басылымы

«O'qituvchi» nashriyot-matbaa ijodiy uyi
Toshkent — 2017

Тәржіман *Қ.Нұрбаева*
Редактор *Қ.Нұрбаева*
Суреттер редакторы *Ш. Хужаев, Б. Абдуллаева*
Тех. редактор *С. Набиева*
Компьютерде беттегендер: *М. Ибрагимова, Қ.Нұрбаева*

Баспа лицензиясы AI № 161. 14.08.2009. Оригинал-макеттен басуға рұқсат етілді 6.05.2013 й. Пішімі $70\times90^{1}/_{16}$. Кеглі 11 шпонды. Таймс гарнитурасы. Офсеттік әдіспен басылды. Офсет қағазы. Шартты б.т. 14,04. Есеп-баспа т. 9,5. Таралымы 5065. Тапсырыс № .

Өзбекстан Баспасөз және ақпарат агенттігінің «Ўқитувчи» баспа-полиграфия шығармашылық үйі. Ташкент — 206, Юнусабад, Янгишахар көшесі, 1-үй. Келісім № 53-17.

Жалға берілген оқулықтың жағдайын көрсететін кесте

№	Оқушының аты, фамилиясы	Оқу жылы	Оқулықты алғандағы жағдайы	Сынып жетек-шісінің қолы	Оқулықты тапсыр-ғандағы жағдайы	Сынып жетек-шісінің қолы
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Оқулық жалға беріліп, оқу жылының соңында қайтып алғанда жоғарыдағы кестені сынып жетекшісі төмендегі бағалаумен толтырады

Жаңа	Оқулықтың бірінші рет пайдалануға берілгендегі жағдайы.
Жақсы	Мұқабасы бүтін, оқулық негізгі бөлігінен ажырамаған. Барлық парақтары бар, жыртылмаған, беттерінде жазу-сызу жоқ.
Қанағатта-нарлы	Мұқабасы езілген, шеттері мүжілген, оқулық негізгі бөлігінен ажыраған, қолданушы қанағаттанарлық жағдайға келтірген. Жыртылған парақтары қалпына келтірілген, кейбір беттері толық емес.
Қанағатта-нарсыз	Мұқабасы мүжілген, жыртылған, негізгі бөлігінен ажыраған және бүтіндей жоқ. Беттері жыртылған, парақтары толық емес, сызылып боялған. Оқулықты қалпына келтіруге болмайды.

Алимов Ш. А.
22.14 Алгебра: Жалпы білім беретін мектептердің 7-сыны-
А-44 бына арналған оқулық/Ш. А. Алимов, А. Р. Халмухамедов, М. А. Мырзаахмедов. 4-басылымы. Т.: «Ўқитувчи» БПШҮ, 2017. — 192 б.

ISBN 978-9943-22-104-8

УЎК: 512(075.3)
КБК 22.14 я 72

SHAVKAT ARIFDJANOVICH ALIMOV,
ALIMDJAN RAXIMOVICH XALMUXAMEDOV,
MIRFAZIL ABDILXAKOVICH MIRZAXMEDOV

ALGEBRA

Umumiy orta ta'lim maktablarining
7- sinfi uchun darslik

(Qozoq tilida)

Қайта өңделген және толықтырылған
4-басылымы

«O'qituvchi» nashriyot-matbaa ijodiy uyi
Toshkent — 2017

Тәржіман *Қ.Нұрбаева*
Редактор *Қ.Нұрбаева*
Суреттер редакторы *Ш. Хужаев, Б. Абдуллаева*
Тех. редактор *С. Набиева*
Компьютерде беттегендер: *М. Ибрагимова, Қ.Нұрбаева*

Баспа лицензиясы AI № 161. 14.08.2009. Оригинал-макеттен басуға рұқсат етілді 6.05.2013 й. Пішімі $70\times90^{1}/_{16}$. Кеглі 11 шпонды. Таймс гарнитурасы. Офсеттік әдіспен басылды. Офсет қағазы. Шартты б.т. 14,04. Есеп-баспа т. 9,5. Таралымы 662. Тапсырыс № .

Өзбекстан Баспасөз және ақпарат агенттігінің «Ўқитувчи» баспа-полиграфия шығармашылық үйі. Ташкент – 206, Юнусабад, Янгишахар көшесі, 1-үй. Келісім № 53-17.