

**Ш. А. АЛИМОВ, О.Р. ХОЛМУХАМЕДОВ,  
М. А. МИРЗААҲМЕДОВ**

# **АЛГЕБРА**

КИТОБИ ДАРСӢ БАРОИ ДОНИШОМӮЗОНИ СИНФИ 8-УМИ  
МАКТАБҲОИ ТАЪЛИМИ МИЁНАИ УМУМӢ

Нашри 4

Вазорати таълими халқи Республикаи Ӯзбекистон  
ба нашр тавсия кардааст

ХОНАИ ЭҶОДИИ ТАБЪУ НАШРИ „О‘QITUVCHI“  
ТОШКАНД – 2019

*Муқарризон:*

**М.М. Шониёзова –**

омӯзгори фанни математикаи мактаби раками 300-уми ноҳияи Сергелий;

**И.Б. Соибова –**

омӯзгори тоифаи олии МУДИ-и ракоми 237-уми ноҳияи Сергелий;

**Г.П. Мухамедова –**

дотсенти кафедраи математикаи умумии ДДОТ ба номи Низомӣ, номзоди илмҳои педагогӣ;

**Н.Ш. Қаршибоева –**

методисти ДДОТ ба номи Низомӣ.

**Аломатҳои шартии китоби дарсӣ:**



– ибтидои ҳалли масъала



– интиҳои ҳалли масъала



– ибтидои асоснок кардани тасдиқи математикӣ ё ки баровардани формула



– интиҳои баровардани формула ё ки асоснок кардани тасдиқ



– масъалаҳои шавқовар

**16, 18,...**

– масъалаҳои мураккаб



– матне, ки доистанаш муҳим ва дар хотир нигоҳ доштанаш муғид аст



ХУДРО  
БАСАНЧЕД!

– кори мустакилона барои санчиши дониш оид ба материали асосӣ



– машқҳои санчишӣ (тестҳо)



– масъалаҳои таърихӣ



– маълумотҳои таърихӣ



– масъалаҳои амалӣ-татбиқӣ вобаста ба дигар фанҳо

*Аз ҳисоби Бунёди мақсадноки китоби республика чоп шудааст.*

© Ш. А. Алимов, О.Р. Холмуҳамедов, М. А.

Мирзаҳмадов, 2019.

© ҶММ „Davr nashriyoti“ оригинал-макет, 2019.

© ХЭТН, „O‘qituvchi“ 2019.

## МАВЗҮХОИ ДАР КУРСИ „АЛГЕБРА“-И СИНФИ 7-УМ ОМҮХТАШУДА

Донишомӯзи азиз! Ба шумоён аз курси „Алгебра“-и синфи 7-ум донишҳои омӯхтаатонро бо мақсади дар хотир овардан, якчанд машқҳоро пешниҳод мекунем.

1. Қимати аддии ифодаи алгебравиро ёбед:

- 1)  $S = 2(ab + ac + bc)$ , дар ин ҷо  $a=5$ ,  $b=4$ ,  $c=10$ ;
- 2)  $V = \frac{h}{3}(a^2 + b^2 + ab)$ , дар ин ҷо  $h=12$ ,  $a=10$ ,  $b=8$ ;
- 3)  $S = \frac{(a+b)n}{2}$ , дар ин ҷо  $a=10$ ,  $b=40$ ,  $n=16$ ;
- 4)  $V = \frac{1}{3}abh$ , дар ин ҷо  $a=30$ ,  $b=20$ ,  $h=25$ .

2. Қавсҳоро кушоед ва содда кунед:

- 1)  $7a - (5a + 4b)$ ;
- 2)  $9x - (7y - 4x)$ ;
- 3)  $-(2a - 3b) - (-a + 3b)$ ;
- 4)  $8x - (3y + 5x) - (-2y - x)$ .

3. Агар:

- |                |                 |               |
|----------------|-----------------|---------------|
| 1) $v = 60$ ;  | 2) $v = 75$ ;   | 3) $v = 90$ ; |
| 4) $v = 100$ ; | 5) $v = 20,4$ ; | 6) $v = 28,5$ |

бошад, қимати аддии ифодаи  $S = \frac{1}{5}v + \frac{1}{200}v^2$  -ро ёбед.

4. Барои ҳар як ҷавоби дуруст: аз забони модарӣ ва адабиёт  $n$ ,  $k$ ,  $m$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  хол, аз математика  $k$  хол, аз забони англисӣ  $m$  хол гузашта мешавад. Нодира аз забони модарӣ ва адабиёт ба  $c$ -то, аз математика ба  $a$  -то, аз забони англисӣ ба  $b$  -то савол ҷавоби дуруст дод:

1) Барои ҳисоб кардани ҳамаи холҳои гирифтаи Нодира ифода тартиб дихед; 2) агар  $a=35$ ,  $b=34$ ,  $c=36$ ;  $k=3,1$ ;  $m=2,1$  ва  $n=1,1$  бошад, ӯ ҳамагӣ чанд хол гирифтааст?

5. Муодиларо ҳал кунед (5–6):

- 1)  $2x + 15 = 3x - 11$ ;
  - 2)  $7 - 5x = x - 2$ ;
  - 3)  $2(x - 3) = 3(2 - x)$ ;
  - 4)  $-3(4 - x) = 2(x - 5)$ .
- 
6. 1)  $3,2x + 1,8x = 6x - 3,5$ ;
  - 2)  $7,5x - 2,5x = 7x - 10$ ;
  - 3)  $0,5(0,4x - 8) = 5(0,2x - 1)$ ;
  - 4)  $2,4(5x - 3) = -0,8(10 - 5x)$ .

7. Сайёх пас аз тай кардани  $\frac{1}{3}$  қисми роҳи тайшуда ҳисоб карда баромад, ки барои расидан ба нисфи масофаи умумии роҳ боз 1 км мондааст. Тамоми роҳ чанд километр будааст?
8. Сими дарозиаш 9,9 метр бударо ба ду қисм ҷудо карданд. Агар: 1) яке аз қисмҳо аз дуюмаш 20% кӯтоҳ бошад; 2) яке аз қисмҳо аз дуюмаш 20% дароз бошад, дарозии ҳар як қисмро ёбед.
9. 1) Як адад 45% адади дуюмро ташкил медиад. Яке аз ададдо аз дигараш 66-то зиёд бошад, ин ададҳоро ёбед.  
2) Як адад 30% адади дуюмро ташкил медиҳад. Яке аз ададҳо аз дуюмаш 35-то кам бошад, ин ададҳоро ёбед.
10. Пиёдагард аз як деҳа ба деҳаи дуюм бо суръати 4 км/соат ба роҳ баромад. Баъд аз 2 соат аз паси пиёдагард бо суръати 10 км/соат велосипедрон роҳӣ шуд. Ў ба деҳаи дуюм аз пиёдагард 1 соат пештар рафта расид. Масофаи байни деҳаҳоро ёбед.

11. Ҳисоб қунед:

$$1) \frac{3 \cdot 4^{10} - 5 \cdot 2^{19}}{2^{15}}; \quad 2) \frac{2^3 \cdot (4 \cdot 3^{15} - 7 \cdot 3^{14})}{3^{16} + 5 \cdot 3^{15}}; \quad 3) \frac{2^{15} \cdot a^{16}}{4^7 \cdot a^{15}}.$$

12. Якаъзоро ба намуди стандартӣ нависед ва қимати ададро ёбед:

$$1) ba \cdot 8ac, \text{ дар ин чо } a = \frac{1}{2}, b = -3, c = 2; \\ 2) \frac{4}{5}x \cdot 8y^2 \cdot \frac{5}{16}x^2y, \text{ дар ин чо } x = 3, y = \frac{1}{9}.$$

13. Бисёраъзоро ба намуди стандартӣ оред:

$$1) 1,2ab + 0,8b^2 - 0,2ab + 2,2b^2 + 2ab; \\ 2) 3a^2 2a^2 + 3b^2 4a^2 - 2a^2 5b^2 - 3a2ab^2 - a^3 2a.$$

14. Амалҳоро ичро қунед (14–15):

$$1) (3a^2 - 2ab - b^2) - (2a^2 - 3ab - 2b^2); \\ 2) (7a^2 - 13ab + 10b^2) + (-3a^2 + 10ab - 7b^2); \\ 3) (a^2 + 3ab - b^2) \cdot ab; \quad 4) abc \cdot (2a^2b - 3abc).$$

- 15.** 1)  $(x+y)(a-b)$ ; 2)  $(a-b+c)(a-c)$ ;  
 3)  $(a^2-b^2)(a+b)$ ; 4)  $(a-3)(a-2)-(a-1)(a-4)$ .

**16.** Ифодаро содда кунед:

- 1)  $4a^3 : a - (2a)^2 + a^4 : 3a^2$ ;  
 2)  $(5a^4 + \frac{1}{3}a^3) : a^2 - (4a^3) : (2a) + (2a)^2$ ;  
 3)  $(0,1b^4 - 2b^3 + 0,4b^2 + 0,02b) : (0,1b)$ ;  
 4)  $\left(\frac{3}{8}a^3b^2 + \frac{9}{10}a^2b^3 - \frac{15}{16}ab^4\right) : \left(\frac{3}{4}ab^2\right)$ .

**17.** Ба зарбқунандаҳо чудо кунед (**17-18**):

- 1)  $5a^2 - 15a^4 + 10a^6$ ; 2)  $9a^3 + 12a^2 - 6a$ ;  
 3)  $a(x+y) - b(x+y)$ ; 4)  $(x-1) - a(1-x)$ ;  
 5)  $4(a-3) + a(3-a)$ ; 6)  $a^2(1-a) + 4(a-1)$ .

- 18.** 1)  $ay + zy - 2ap - 2zp$ ; 2)  $5ac - 6bd + 5ad - 6bc$ ;  
 3)  $a(5a - 4b) - 10a + 8b$ ; 4)  $4ab - 6cd - 12ad + 2bc$ .

**19.** Ҳисоб кунед:

- 1)  $49^2 + 51 \cdot 98 + 51^2$ ; 2)  $58^2 - 116 \cdot 33 + 33^2$ ;  
 3)  $\frac{19^2 + 38 \cdot 11 + 11^2}{19^2 - 11^2}$ ; 4)  $\frac{53^2 - 53 \cdot 94 + 47^2}{53^2 - 47^2}$ ;  
 5)  $\frac{183^3 - 93^3}{183^2 + 183 \cdot 93 + 93^2}$ ; 6)  $\frac{43,73^2 - 43,73 \cdot 56,27 + 56,27^2}{43,73^3 + 56,27^3}$ .

**20.** Агар савдогар ҳар 1 кг-мй маҳсулоти кор карда баровардаашро 19800 сўми фурӯшад, 162800 сўм фоида мебинад, агар ҳар 1кг-ро 16500 сўми фурӯшад, 81400 сўм зарар мебинад. Маҳсулот чанд кг будааст?

**21.** Барои санчиш ба талаба 60-то савол дода шуд. Ба ҳар як ҷавоби дуруст 5 хол ва ба 4-то ҷавоби нодуруст ба сифати ҷарима як

чавоби дуруст бекор карда шуд. Arap дар санчиш як донишомўз ба ҳамаи саволҳо чавоб дода, 225 хол ҷамъ карда бошад, вай ба ҷанд савол чавоби дуруст додааст?

22. Рақамҳои адади серакама яктоғӣ кам мешаванд. Агар аз адади додашуда адади рақамҳояш ба он ҷаппа навишташударо тарҳ қунем, адади ба 2, ба 9, ба 11 тақсимшаванд ҳосил мешавад. Инро исбот қунед.
23. Автомобил бо суръати  $60$  км/соат  $4$  соат роҳ паймуд. Барои  $1$  соат камтар сарф кардан ба ҳамин роҳ ў суръати худро ҷанд фоиз бояд зиёд карданаш лозим?
24. Масофаи байни ду деҳаро як сайёҳ дар  $2$  соат, сайёҳи дуюм бошад, дар  $3$  соат тай кард. Агар онҳо аз ин деҳаҳо муқобили ҳамдигар дар як вақт ба роҳ бароянд, баъди ҷанд вақт вомехӯранд?
25. Нархи маҳсулот  $a$  сӯм буд. Пас аз гузаштани вақти муайян, ин нархи нав ба  $p\%$  қимат карда шуд. Ҳозир ҳамон маҳсулот ҷанд сӯмӣ фурӯхта истодаанд?
26. Бари росткунча ба  $a$  ва дарозиаш ба  $b$  баробар аст. Бари он ба  $p\%$  дароз карда шуд, дарозиаш бошад, ба  $q\%$  кӯтоҳ карда шуд. Масоҳати росткунчай ҳосилшударо ҳисоб қунед.
27. Мошин бо суръати  $v_1$  км/соат  $n$  соат ва бо суръати  $v_2$  км/соат  $m$  соат роҳ гашт.
  - 1) Мошин ҳамагӣ ҷанд км роҳ гаштааст?
  - 2) Суръати миёнаи он чӣ қадар будааст?
28. Бо  $50$  мошинҳои боркашӣ  $5$  тонна ва  $10$  тонна бор баранд 405 тонна борро қашонданд. Дар боркашонӣ ҷандто аз мошинҳои  $5$  тоннагӣ ва ҷандто  $10$  тоннагӣ иштирок карданд?

## § 1. ИФОДАҲОИ АЛГЕБРАВӢ

Масъалаи зеринро дида мебароем.

**Масъалаи 1.** Ягон ададеро фикр кунед, онро ба 3 зарб занед, ба натиҷаи ҳосилшуда 6-ро ҷамъ кунед, ҳосили ҷамъи ёфташударо ба 3 тақсим кунед ва адади фикркардаатонро тарҳ кунед. Кадом адад ҳосил мешавад?

△ Бигузор, адади фикркардаатон 8 бошад. Ҳамаи амалҳоро мувофиқи тартиби дар шарти масъала гузошташуда иҷро мекунем:

$$1) 8 \cdot 3 = 24; \quad 2) 24 + 6 = 30; \quad 3) 30 : 3 = 10; \quad 4) 10 - 8 = 2.$$

Адади 2 ҳосил мешавад.

Адади қиматаш ба 2 баробар будаи масъалаи мазкурро дар шакли ифодаи ададии  $(8 \cdot 3 + 6) : 3 - 8$  навиштан мумкин аст.

Агар, адади 5-ро фикр карда бошем, дар он ҳолат низ ифодаи ададии қиматаш ба 2 баробар  $(5 \cdot 3 + 6) : 3 - 5$  ҳосил мешуд.

Ба хулосае омадан мумкин аст, ки мо кадом ададеро фикр накунем, натиҷа ба 2 баробар мешавад. Инро санчида мебинем. Адади фикркардаамонро бо ҳарфи  $a$  ишора мекунем ва амалҳоро боз бо тартиби дар шарти масъалаи додашуда менависем:

$$(a \cdot 3 + 6) : 3 - a.$$

Аз ҳосиятҳои ба мо маълуми амалҳои арифметикӣ истифода бурда, ин ифодаро содда мекунем:

$$(a \cdot 3 + 6) : 3 - a = a + 2 - a = 2. \quad \blacktriangle$$

Ҳангоми ҳал кардани масъала ҳарфи  $a$ -и адади дилҳоҳро ифодакунанда, ададҳои 3 ва 6, алломатҳои амалҳо ва аз қавсҳо иборат будаи  $(a \cdot 3 + 6) : 3 - a$  ҳосил мекунад. Ин мисоли *ифодаи алгебравӣ* буда, он намунаи шарти масъаларо ба забони математикӣ гузаронидан аст.

Боз ба ифодаҳои алгебравӣ мисолҳо меорем:

$$2(m+n), \quad 3a+2ab-7, \quad (a+b)(a-b), \quad \frac{x+y}{a}.$$



*Ифодаҳои алгебравӣ аз ададҳо ва ҳарфҳо соҳта шуда, бо аломатҳои амал пайвасташуда иборатанд.*

Агар ба ҷойи ҳарфҳои ба ифодаи алгебравӣ дохилшуда ягон адад гузошта шавад ва амалҳои нишондодашуда ичро гарданд, пас адади дар натиҷа ҳосилшуда, қимати ададии ифодаи алгебравӣ номида мешавад.

Масалан,  $a=2$ ,  $b=3$  бошад, қимати ифодаи алгебравии

$$3a + 2b - 7$$

ба 5 баробар мешавад, чунки  $3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 7 = 5$ ; қимати адади ҳамин ифодаи алгебравӣ ҳангоми  $a=1$ ;  $b=0$  будан ба  $-4$  баробар аст, чунки

$$3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 - 7 = -4.$$

Дар қимати дилҳоҳи  $a$

$$(a \cdot 3 + 6) : 3 - a$$

қимати ифодаи алгебравӣ ба 2 баробар аст.

**Масъалаи 2.** Қимати ифодаи  $\frac{(3a+7)b}{a-b}$  -ро ҳангоми  $a=10$ ,  $b=5$  будан, ёбед.

$$\Delta \quad \frac{(3 \cdot 10 + 7) \cdot 5}{10 - 5} = \frac{37 \cdot 5}{5} = 37. \blacktriangle$$



*Ифодаҳои алгебравие, ки аз якчанд бисёраъзогиҳои бо ёрии амалҳои ҷамъ, тарҳ ва зарб тартиб дода шуда иборат аст, ифодаи бутун номида мешавад.*

Ифодаи бутуни дилҳоҳро ба намуди бисёраъзогии стандартӣ овардан мумкин аст.

**Мисол:**  $P(a,b) = 30a^3b^2 - (6a^2b + a)(5ab - 2)$  ифодаи бутунро ба намуди стандартӣ нависед.

$$\begin{aligned} \Delta \quad P(a,b) &= 30a^3b^2 - 30a^2b \cdot ab - 5ab \cdot a + 12a^2b + 2a = \\ &= 30a^3b^2 - 30a^3b^2 - 5a^3b + 12a^2b + 2a = 7a^2b + 2a. \end{aligned}$$

**Ҷавоб:**  $7a^2b + 2a. \blacktriangle$

## Математика

1. Қимати ифодаи алгебравиро ёбед:

1)  $3a - 2b$ , дарин чо  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = 1$ ;      3)  $0,25a - 4c^2$ , дарин чо  $a = 4$ ,  $c = 3$ ;

2)  $2a + 3b$ , дарин чо  $a = 3$ ,  $b = -2$ ;      4)  $\left(2a^2 - \frac{1}{3}b\right)$ , дарин чо  $a = 2$ ,  $b = 9$ .

2. Қимати ифодаи алгебравиро ёбед:

1)  $\frac{1}{4}x - \frac{3}{7}y$ , дарин чо  $x = 8$ ,  $y = -14$ ;

2)  $\frac{2}{3}x + \frac{4}{5}y$ , дарин чо  $x = 9$ ,  $y = -10$ ;

3)  $\frac{a-3b}{a+3b}$ , дарин чо  $a = 4$ ,  $b = -2$ ;

4)  $\frac{a+3c}{2a-c}$ , дарин чо  $a = 3$ ,  $c = -1$ .

3. Аз кубури нефт дар 1 соат 7 т нефт чорӣ мешавад, аз кубур дар  $m$  соат чанд тонна нефт чорӣ мешавад? Дар як шабонарӯз-ҷӣ?

4. 1) дар  $m$  соат; 2) дар  $p$  сония; 3) дар  $m$  соат  $l$  дақиқа ва  $p$  сония чанд дақиқа ҳаст?

5. Сечандай фарқи ададҳои  $x$  ва  $y$  -ро нависед. Қимати аддии ифодаи алгебравиро ёбед:

1)  $x = -0,37$ ,  $y = -0,42$ ;

2)  $x = -2,98$ ,  $y = -4,48$ ;

3)  $x = -\frac{5}{6}$ ,  $y = -\frac{9}{4}$ ;

4)  $x = \frac{2}{15}$ ,  $y = -0,7$ .

6. Ҳосили зарб, сумма ва ҳосили тарҳи ададҳои  $x$  ва  $y$  -ро нависед. Қимати аддии ифодаи алгебравиро нависед:

1)  $x = -\frac{1}{8}$ ,  $y = \frac{1}{4}$ ;

2)  $x = -\frac{5}{8}$ ,  $y = \frac{3}{4}$ ;

3)  $x = 0,15$ ,  $y = -0,75$ ;

4)  $x = 1,32$ ,  $y = -1,28$

Қимати адади ифодаи алгебравиро ёбед: (7–8):

7. 1)  $\frac{2mn(n+k)}{n-k}$ , дар ин чо  $m=k=\frac{1}{3}$ ,  $n=\frac{1}{2}$ ;

2)  $\frac{(3p+1)\cdot 2p}{p-l} + \frac{1}{3}$ , дар ин чо  $p=\frac{1}{3}$ ,  $l=1$ .

8. 1)  $\frac{3(x-y)}{2p+q}$ , дар ин чо  $x=8,31$ ;  $y=2,29$ ;  $p=2,01$ ;  $q=2$ ;

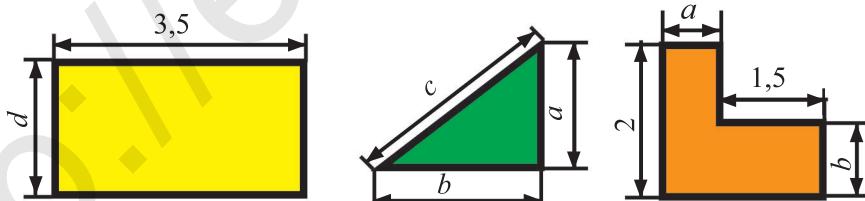
2)  $\frac{5(bc+m)}{2q+4\frac{1}{4}}$ , дар ин чо  $b=\frac{2}{3}$ ;  $c=6$ ;  $q=\frac{1}{2}$ ,  $m=\frac{1}{5}$ .

9. Аз формулаи адади тоқи  $n = 2k + 1$  истифода бурда, қимати  $n$ -ро ҳангоми  $k = 0$ ,  $k = 1$ ,  $k = 7$ ,  $k = 10$  будан, ёбед

10. Дар намуди ифодаи алгебравӣ нависед:

1) суммаи ду адади натуралии пай дар пай, ки хурдтаринаш ба  $n$  баробар аст; 2) ҳосили зарби ду адади натуралии пай дар пай, ки калонтаринаш ба  $m$  баробар аст; 3) суммаи се адади натуралии пайдарҳами ҷуфт, ки хурдтаринаш ба  $2k$  баробар аст; 4) ҳосили зарби се адади натуралии пай дар пайи тоқ, ки хурдтаринаш ба  $2p + 1$  баробар аст.

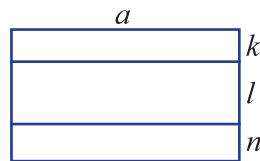
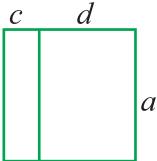
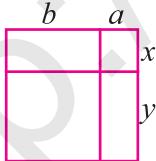
11. Периметр ва масоҳати шаклҳоро дар намуди ифодаи алгебравӣ нависед (расми 1):



Расми 1.

12. Барои гарм кардани хона  $p$  тонна ангишт захира карданд; аз ҳамин захира  $q$  тоннааш сарф гардид. Ҷанд тонна ангишт боқӣ монд? 1) Ҳангоми  $p = 20$ ,  $q = 15$  будан ҳисоб кунед. 2) Оё адади  $q$  аз адади  $p$  калон шуда метавонад? Агар ба  $p$  баробар бошад-ҷӣ?

13. Дар мусобиқаҳои гӯштигирӣ  $n$  дона чипта, ки ҳар қадоме 400 сӯми аст ва  $m$ -дона чипта, ки ҳар яке 500 сӯми  $m$  дона чипта фурӯхта шуд. Барои ҳамаи чиптаҳо чанд сӯм сарф шуд? Бо қиматҳои  $n=200$ ,  $m=150$ ;  $n=100$ ,  $m=230$  ҳисоб қунед.
14. Қимати як дона албом 200 сӯм, як дона дафтар 40 сӯм, як дона ручка 60 сӯм аст. Қимати умумии  $c$  дона албом,  $a$  дона дафтар ва  $b$  дона ручкаро бо ҳарфи  $p$  ишора карда, дар шакли формула нависед. Агар  $c = 9$ ,  $a = 21$ ,  $b = 4$  бошад, аз рӯйи формулаи мазкур қимати  $p$ ро ҳисоб қунед.
15. Аз қубури газгузар ба стансияи гармидаҳӣ дар ҳар як дақиқа  $26 \text{ м}^3$  газ мегузарад; дар 5 шабонарӯз, дар  $m$  шабонарӯз аз қубур чанд  $\text{м}^3$  газ мегузарад?
16. Геологҳо аз рӯйи маршрути худ ҳаракат карда, бо суръати  $c$  километр дар як соат, 3 соату 10 дақиқа роҳ паймуданд; дар дарё, ки суръати ҷараёнаш  $a$  километр дар 1 соат аст, 1 соату 40 дақиқа шинон карда, баъд бо суръати  $b$  км/соат 2 соату 30 дақиқа пиёда гаштанд. Дарозии маршрутро бо ҳарфи  $s$  ишора карда, формулаи роҳи тайкардаи геологҳоро ёбед. Агар  $a = 3,3 \text{ км/соат}$ ,  $b = 5,7 \text{ км/соат}$ ,  $c = 10,5 \text{ км/соат}$  бошад, роҳи тайкардаи геологҳоро ёбед.
17. Адади омехта ба намуди  $a + \frac{b}{c}$  навишта шудааст. Қоидай адади омехтаро ба қасри нодуруст баргардонданро бо ёрии ҳарфҳо нависед.
18. 1) Формулаҳои ҳисоб кардани периметр ва масоҳати шакли (росткунҷаи) дар расми 2 тасвир шударо тартиб дихед:



Расми 2.

- 2) бо ёрии шакл:
- а)  $(a+b)(x+y) = ax + bx + ay + by;$
- б)  $a(c+d) = ac + ad;$

в)  $a \cdot (k + l + n) = ak + al + an$  -ро исбот кунед.

Ин формулахоро маънидод кунед.

**19.** Масъалаҳои ҳаётии ба формулаҳои зерин мувофиқро тартиб дихед:

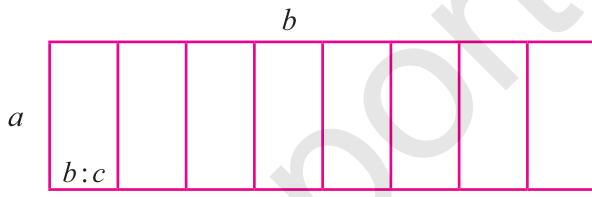
1)  $a - (b + c + d) = a - b - c - d;$

2)  $a - (b - c) = a - b + c;$

3)  $(ab)c = a(bc);$

4)  $a - (b - c + d) = a - b + c - d.$

**20.** Формулаи  $(ab):c = a \cdot (b:c)$  -ро исбот кунед. Аз мурохидаҳои геометрӣ ва шакли расми 3 истифода баред.



Расми 3.

## § 2. КАСРИ АЛГЕБРАВӢ. ИХТИСОР КАРДАНИ КАСРҲО

**Масъалаи 1.** Суръати катер дар оби ором ба  $a$  километр дар як соат баробар аст; суръати чараёни дарё ба  $b$  километр дар як соат баробар аст. Суръати ҳаракати катер ба равиши чараён аз сураъти он ба муқобили чараён чанд маротиба зиёд аст?

△ Суръати ҳаракати катер ба равиши чараёни дарё ба  $(a+b)$  километр баробар аст; суръати ҳаракат ба муқобили чараён ба  $(a-b)$  километр баробар аст. Бинобар ин суръати ҳаракат ба равиши чараён аз сураъти ҳаракат ба муқобили чараён

$$\frac{a+b}{a-b}$$

маротиба зиёд мешавад. ▲

Ифодаи  $\frac{a+b}{a-b}$  -ро касри алгебравӣ меноманд. Сурати каср  $a+b$ , маҳраҷаш  $a-b$  мебошад.

Умуман, касреро, ки сурат ва маҳраҷаш ифодаҳои алгебравӣ мебошанд, касри алгебравӣ меноманд.

Доир ба касри алгебравӣ боз якчанд мисол меорем:

$$\frac{a}{b}; \quad \frac{2}{x+y}; \quad \frac{a-b}{c}; \quad \frac{x(b+c)}{y(a-c)}.$$

Агар ба (чойҳои) ҳарфҳои ба касри алгебравӣ дохилшаванд баъзе ададҳо гузошта шаванд, баъди ҳисоббарориҳои мувофиқ қимати аддии ин касри алгебравӣ ҳосил мешавад.

Масалан: қимати аддии касри алгебравии,  $\frac{a+b}{a-b}$ -ҳангоми  $a=10$

ва  $b=8$  будан, ба  $\frac{10+8}{10-8} = \frac{18}{2} = 9$  баробар аст.

Дар касри алгебравии  $\frac{a+b}{a-b}$  ба чойи  $a$  ва  $b$  ададҳои дилҳоҳи нобаробарро ( $a \neq b$ )-ро гузоштан мумкин аст, чунки ҳангоми  $a=b$  будан, маҳрачи каср ба сифр табдил мейёбад, вале ба сифр тақсим кардан мумкин нест.

Минбаъд фарз менамоем: ҳарфҳое, ки ба касри алгебравӣ дохил мешаванд танҳо он қиматҳоеро, ки дар онҳо маҳраҷ ба сифр баробар нестанд, гирифта метавонад.

Масалан, барои касри  $\frac{a}{a(a-1)}$  ҳамаи қиматҳои  $a$  ғайр аз  $a=0$  ва  $a=1$  дуруст мебошанд.



**Хосияти асосии касрро чунин навиштан мумкин аст**

$$\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb},$$

дар ин ҷо  $b \neq 0, m \neq 0$ .

Ин хосият онро мефаҳмонад, ки ҳангоми ба як ифодай алгебравӣ зарб ё тақсим кардани сурат ва маҳрачи каср касри ба он баробар ҳосил мешавад. Масалан:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{15}{20}, \quad \frac{a+b}{b} = \frac{(a+b) \cdot c}{bc}.$$

Хосияти асосии касрро истифода карда, касри алгебравиро ба зарбкунандаи умумие, ки дар як вақт ҳам ба сурат ва ҳам ба маҳраҷ мансуб аст, ихтисор кардан мумкин аст, масалан:

$$\frac{a(b+c)}{a(b-c)} = \frac{b+c}{b-c}, \quad \frac{(a+b)c}{(a+b)d} = \frac{c}{d}.$$

Мисолҳои касрҳоеро меорем, ки барои содда кардани онҳо аввал зарбкунандаи умумии сурат ва маҳраҷро чудо кардан лозим аст.

**Масъалаи 2.** Касрро ихтисор қунед:

$$1) \frac{12a^2b}{4ab^2}; \quad 2) \frac{m^2 - n^2}{m^2 + mn}.$$

△ 1) Яказоҳои  $12a^2b$  ва  $4ab^2$  зарбкунандаи умумии  $4ab$ -ро доранд. Сурат ва маҳрачи  $4ab$  тақсим карда, ҳосил меқунем:

$$\frac{12a^2b}{4ab^2} = \frac{4ab \cdot 3a}{4ab \cdot b} = \frac{3a}{b}.$$

2) бисёраъзоҳои  $m^2 - n^2$  ва  $m^2 + mn$  зарбкунандаи умумии  $m + n$ -ро доранд, чунки  $m^2 - n^2 = (m+n)(m-n)$ ,  $m^2 + mn = m(m+n)$  аст. Сурат ва маҳрачи касрро ба  $m + n$  тақсим карда, ҳосил менамоем:

$$\frac{m^2 - n^2}{m^2 + mn} = \frac{(m+n)(m-n)}{m(m+n)} = \frac{m-n}{m}. \quad \blacktriangle$$



Барои ихтисор кардани касрҳо сурат ва маҳрачи онҳоро ба зарбкунандаи умумиашон тақсим кардан лозим аст.

Қайд меқунем, ки агар аломати сурат ё маҳрачи

касри  $\frac{a}{b}$ -ро ба муқобилаш иваз намоем, касри ба он муқобил ҳосил мешавад.

Масалан;  $\frac{-a}{b}$  ва  $\frac{a}{b}$ ;  $\frac{a}{-b}$  ва  $\frac{a}{b}$  –касрҳои муқобил мебошанд ва ин

тавр менависанд:  $\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$ ;  $\frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ .

Масалан,  $\frac{-3}{7} = -\frac{3}{7}$ ;  $\frac{-a}{1-a} = -\frac{a}{1-a} = \frac{a}{a-1}$ .

**Масъалаи 3.** Касрро ихтисор кунед:  $\frac{3a(y-x)}{a^2(x-y)}$

$$\Delta \quad \frac{3a(y-x)}{a^2(x-y)} = \frac{-3a(x-y)}{a^2(x-y)} = \frac{-3}{a} = -\frac{3}{a}. \quad \blacktriangle$$

### Машиқҳо

21. Касри алгебравиеро нависед, ки сураташ аз ҳосили зарби ададҳои  $x$  ва  $y$ , маҳрачаш аз суммаи ин ададҳо иборат аст.
22. Касри алгебравиеро нависед, ки сураташ ба фарқи ададҳои  $p$  ва  $q$ , маҳрачаш аз ҳосили зарби ин ададҳо иборат аст.
23. Касри алгебравиеро нависед, ки сураташ ба фарқи квадратҳои ададҳои  $a$  ва  $b$ , маҳрачаш ба квадрати фарқи ин ададҳо баробар аст.
24. Касри алгебравиеро нависед, ки сураташ ба суммаи кубҳои ададҳои  $c$  ва  $d$ , маҳрачаш ба дучандай ҳосили зарби ин ададҳо баробар аст.
25. Қимати аддии касри алгебравиро ёбед:

$$1) \frac{1}{a}, \text{ дар ин чо } a=2\frac{3}{5}; \quad 4) \frac{a-b}{a+2b}, \text{ дар ин чо } a=16, b=-3;$$

$$2) \frac{b+1}{b-1}, \text{ дар ин чо } b=1,5; \quad 5) \frac{5a+b^2}{a^2-5b}, \text{ дар ин чо } a=2, b=8;$$

$$3) \frac{a^2+1}{2a}, \text{ дар ин чо } a=-3; \quad 6) \frac{-7ab}{3b^2-a^3}, \text{ дар ин чо } a=3, b=4.$$

26. 1)  $v$ -ро аз формулаи  $S=vt$ ;  
2)  $v$ -ро аз формулаи  $p=\frac{m}{V}$ ;  
3)  $R$ -ро аз формулаи  $C=2\pi R$ ;  
4)  $a$ -ро аз формулаи  $P=2(a+b)$  ёбед.
27. Барои кашондани  $n$  халта картошка, ки ҳар яке  $p$  килограммӣ картошка дорад, ба ҳар як автомашинаи боркашон  $t$  тоннагӣ бор кардан мумкин аст. Чанд автомашина лозим мешавад? Ҳангоми  $n=90$ ,  $p=50$ ,  $t=1,5$  будан қимати  $x$ -ро ёбед.

**28.** Машина ба ҳисоби миёна ҳар соат  $c$  метр линолеум истексол мекунад. Агар машина ҳар рӯз  $n$  соат кор қунад, дар чанд рӯз а метр линолеум истексол мекунад? Вақти матлубро бо  $t$  ишора карда, ҳангоми  $c=47$ ,  $a=11280$  ва  $n=16$  будан,  $t$ -ро ёбед.

**29.** Нишон диҳед, ки ду қасри додашуда баробаранд:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{6}{7} \text{ va } \frac{18}{21}; & 3) \frac{2}{3} \text{ va } \frac{2a}{3a}; & 5) \frac{m-n}{m+n} \text{ va } \frac{m^2-n^2}{(m+n)^2}; \\ 2) \frac{-3}{5} \text{ va } \frac{27}{-45}; & 4) \frac{2a}{7b} \text{ va } \frac{2a^2b}{7ab^2}; & 6) \frac{a+3b}{c} \text{ va } \frac{(a+3b)c}{c^2}. \end{array}$$

Қасрро ихтисор қунед (**30–45**):

**30.** 1)  $\frac{-48}{-56}$ ;      2)  $\frac{-64}{-80}$ ;      3)  $\frac{-121}{55}$ ;      4)  $\frac{28}{-14}$ .

**31.** 1)  $\frac{12a}{20}$ ;      2)  $\frac{2c}{3c}$ ;      3)  $\frac{7b}{21b}$ ;  
4)  $\frac{4ab}{8ac}$ ;      5)  $\frac{a^2}{2a}$ ;      6)  $\frac{5x}{x^3y}$ .

**32.** 1)  $\frac{a^2}{a^3}$ ;      2)  $\frac{b^3}{b^7}$ ;  
3)  $\frac{a^5}{a^4}$ ;      4)  $\frac{b^6}{b^4}$ .

**33.** 1)  $\frac{6ab}{4a}$ ;      2)  $\frac{14c}{49c}$ ;      3)  $\frac{a^4b}{ab^3}$ ;  
4)  $\frac{3a^2b}{9a^3}$ ;      5)  $\frac{12a^4b^2}{18a^3b^3}$ ;      6)  $\frac{25a^3bc^2}{125ac^3}$ .

**34.** 1)  $\frac{4(m+n)}{5(m+n)}$ ;      3)  $\frac{2b(m-n)}{8b(m-n)(m-n)}$ ;      5)  $\frac{2(a-b)}{b-a}$ ;  
2)  $\frac{7a(a-b)}{5(a-b)}$ ;      4)  $\frac{3a(a+b)}{9a(a+b)(a-b)}$ ;      6)  $\frac{5(x-y)}{15(y-x)}$ .

$$35. \quad 1) \frac{(a-b)^2}{a-b};$$

$$3) \frac{m-n}{(n-m)^2};$$

$$5) \frac{3m(1-x)^2}{9m^2(x-1)^2};$$

$$2) \frac{m+n}{(m+n)^4};$$

$$4) \frac{(2x-3y)^2}{3y-2x};$$

$$6) \frac{8a^2b(a-b)}{4a^3b(b-a)^2}.$$

$$36. \quad 1) \frac{3x+3y}{6c};$$

$$3) \frac{2a+2b}{4a-4b};$$

$$5) \frac{ac-bc}{ac+bc};$$

$$2) \frac{8a}{4m-4n};$$

$$4) \frac{12a-3}{6a+9};$$

$$6) \frac{a+ab}{a-ab}.$$

$$37. \quad 1) \frac{a^2}{a^2+ab};$$

$$3) \frac{7a+14b}{3a+6b};$$

$$5) \frac{3a-6b}{12b-6a};$$

$$2) \frac{pq^3}{p^2q-pq^2};$$

$$4) \frac{2m^2-mn}{2mn-n^2};$$

$$6) \frac{x^2-2xy}{2y^2-xy}.$$

$$38. \quad 1) \frac{12x^2-30xy}{30x^2-12xy};$$

$$2) \frac{36a^2+24ab}{24a^2+36ab};$$

$$3) \frac{m^3-3m^2n}{3m^2n-3m^3};$$

$$4) \frac{a^3-2a^2b}{2a^3b^2-a^4b}.$$

$$39. \quad 1) \frac{a^2-b^2}{a+b};$$

$$3) \frac{4c^2-9x^2}{2c-3x};$$

$$5) \frac{3a(a-b)}{6a^2(b-a)};$$

$$2) \frac{a-b}{a^2-b^2};$$

$$4) \frac{25-x^2}{5-x};$$

$$6) \frac{5a(c^2-4)}{10a^2(2-c)}.$$

$$40. \quad 1) \frac{8-3c}{9c^2-64};$$

$$3) \frac{2y-10}{25-y^2};$$

$$5) \frac{b^2-c^2}{b^4n-c^4n};$$

$$2) \frac{100-49b^2}{7b+10};$$

$$4) \frac{5y-y^2}{25-y^2};$$

$$6) \frac{5a^3b+5ab^3}{a^4-b^4}.$$

$$41. \quad 1) \frac{d^2-6d+9}{d-3};$$

$$2) \frac{b+7}{b^2+14b+49};$$

$$3) \frac{9-6a+a^2}{3-a};$$

$$4) \frac{1-2p}{1-4p+4p^2}.$$

$$42. \quad 1) \frac{4y^2-4y+1}{4y^2-1};$$

$$3) \frac{3a^2-6ab+3b^2}{6a^2-6b^2};$$

$$2) \frac{16a^2-1}{16a^2-8a+1};$$

$$4) \frac{50m^2+100mn+50n^2}{15m^2-15n^2}.$$

$$43. 1) \frac{1-a^2}{(a-1)^2}; \quad 2) \frac{(m-n)^2}{n-m}; \quad 3) \frac{4y^2-4y+1}{2-4y}; \quad 4) \frac{5-2x}{4x^2-20x+25}.$$

$$44. 1) \frac{9c^2-16}{16-24c+9c^2};$$

$$2) \frac{16x^2-24xy+9y^2}{9y^2-16x^2};$$

$$3) \frac{4x^2-4xy+y^2}{y^2-4x^2};$$

$$45. 1) \frac{2a^5-128a^2}{(2a^2+8a+32)(a^4-4a^3)};$$

$$2) \frac{2a^4+3a^3+2a+3}{(a^2-a+1)(2a+3)};$$

$$4) \frac{36c-c^3}{c^3+12c^2+36c};$$

$$5) \frac{25b-49b^3}{49b^3-70b^2+25b};$$

$$6) \frac{4b^2-12bc+9c^2}{-2ab+3ac}.$$

$$3) \frac{3a^3+ab^2-6a^2b-2b^3}{9a^5-ab^4-18a^4b+2b^5};$$

$$4) \frac{3ac^2+3bc^2-3ab^2-3b^3}{6ac^2+6bc^2-6ab^2-6b^3}.$$

### § 3. БА МАХРАЧИ УМУМЙ ОВАРДАНИ КАСРХО

Хангоми чамъ кардани касрхои оддӣ аввал касрҳоро ба маҳрачи умумӣ меоваранд. Масалан, барои касрҳои  $\frac{1}{4}, \frac{3}{25}, \frac{7}{10}$  адади 100 маҳрачи умумӣ мебошад, ки хурдтарин каратии умумии ададҳои 4, 25, 10 аст.



Маҳрачи умумии касрҳои алгебравӣ ин хурдтарин каратии умумии маҳрачи ин касрҳо мебошад. Барои ба маҳрачи умумӣ овардани касрҳо аз хосияти асосии каср истифода мебаранд.

**Масъали 1. Касрҳои алгебравии**  $\frac{m}{3a^2b}, \frac{n}{6ab^2}$  va  $\frac{p}{4ac}$  -ро ба маҳрачи умумӣ оваред.

Δ Маҳрачи умумии касрҳои додашуда бояд ба маҳрачи ҳар як каср тақсим шавад. Пас, бояд ба 3,6,4, яъне ба 12; ба  $a^2$ ,  $a$ , ва  $a$ , яъне ба  $a^2$ ;  $b$  ва  $b^2$ , яъне  $b^2$ ; ба с тақсим шавад.

Ҳамин тарық, махрачи умуми касрҳо бояд зарбқунандаҳои  $12a^2b^2$  ва  $c$ -ро дарбар гирад. Ҳамчун махрачи умумӣ ҳосили зарби  $12a^2b^2c$  -ро гирифтан зарур аст. Ин махрачи умумиро ба махрачи касри якум тақсим карда, якаъзоеро меёбем, ки ба он сурат ва махрачи онро зарб кардан лозим аст. Ин якаъзоро зарбқунандаи иловагии касри мазкур меноманд. Барои касри якум чунин якаъзо ба  $4bc$  баробар аст. Мисли ҳамин барои касрҳои дуюм ва сеюм зарбқунандаҳои иловагиро меёбем:  $2ac$  ва  $3ab^2$ .

Сурат ва махрачи касрҳои якум, дуюм ва сеюмро мувофиқан ба  $4bc$ ,  $2ac$  ва  $3ab^2$  зарб карда, онхоро ба махрачи умумӣ  $12a^2b^2c$  меоварем:

$$\frac{m}{3a^2b} = \frac{4mbc}{12a^2b^2c}, \quad \frac{n}{6ab^2} = \frac{2nac}{12a^2b^2c}, \quad \frac{p}{4ac} = \frac{3pab^2}{12a^2b^2c}. \quad \blacktriangle$$

**Масъалаи 2.** Касрҳои  $\frac{a}{x^2 - y^2}$ ;  $\frac{b}{2x^2 - 4xy + 2y^2}$ ;  $\frac{c}{3x^2 + 6xy + 3y^2}$ . -ро ба махрачи умумӣ оваред.

$\blacktriangle$  Махрачи касрҳоро ба зарбқунандаҳо ҷудо мекунем:

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y);$$

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 2(x^2 - 2xy + y^2) = 2(x - y)^2;$$

$$3x^2 + 6xy + 3y^2 = 3(x^2 + 2xy + y^2) = 3(x + y)^2.$$

Махрачи умуми бояд ба махрачи ҳар як касри додашуда тақсим шавад.

Азбаски махрачи умумӣ бояд ба махрачи касри якум тақсим шавад, бинобар ин он бояд зарбқунандаи  $(x - y)(x + y)$  -ро дарбар гирад.

Баъд (сонӣ), махрачи умумӣ бояд ба махрачи касри дуюм тақсим шавад ва бинобар ин, он зарбқунандаи  $2(x - y)^2$  -ро дарбар гирад. Пас, ба махрачи касри якум зарбқунандаи  $2(x - y)$  -ро илова кардан лозим аст, яъне махрачи умумӣ бояд ҳосили зарби

$$2(x - y)^2(x + y)$$

дарбар гирад.

Барои ба маҳрачи касри сеюм, яъне  $3(x+y)^2$ , тақсим шудани маҳрачи умуми ба ҳосили зарби пайдошуда зарбқунандай  $3(x+y)$ -ро илова кардан лозим аст. Пас, маҳрачи умумии ҳар се каср ба

$$6(x-y)^2(x+y)^2$$

баробар мешавад.

Барои ба маҳрачи умуми овардани касрҳо сурат ва маҳрачи онҳоро ба зарбқунандаҳои иловаги зарб кардан лозим аст, ки онҳо дар натиҷаи ба маҳрачи ҳар як каср тақсим кардани маҳрачи умумӣ ҳосил мешаванд; барои касрҳои додашуда онҳо мувофиқан ба

$$6(x-y)(x+y), \quad 3(x+y)^2, \quad 2(x-y)^2 \text{ баробаранд.}$$

Пас, касрҳои додашударо ба намуди зерин навиштан мумкин аст:

$$\frac{a}{x^2 - y^2} = \frac{6a(x-y)(x+y)}{6(x-y)^2(x+y)^2}; \quad \frac{b}{2x^2 - 4xy + 2y^2} = \frac{3b(x+y)^2}{6(x-y)^2(x+y)^2};$$

$$\frac{c}{3x^2 + 6xy + 3y^2} = \frac{2c(x-y)^2}{6(x-y)^2(x+y)^2}. \quad \blacktriangle$$



Барои ба маҳрачи умумӣ овардани касрҳои алгебравӣ:

- 1) ёфтани маҳрачи умумии касрҳои додашуда;
- 2) ёфтани зарбқунандай иловагӣ барои ҳар як каср;
- 3) сурати ҳар як касрро ба зарбқунандай иловагии он зарб кардан;
- 4) ҳар як касрро бо сурати ёфташуда ва маҳрачи умумӣ навиштан мумкин аст.

### *Mашқҳо*

Дар машқҳои поёни касрҳоро ба маҳрачи умумӣ оваред (46–53):

46. 1)  $\frac{1}{2}$  ва  $\frac{2}{3}$ ;      3)  $\frac{5}{7}$  ва  $\frac{3}{14}$ ;      5)  $\frac{x}{2y}$  ва  $\frac{x}{3y}$ ;
- 2)  $\frac{1}{a}$  ва  $\frac{2}{b}$ ;      4)  $\frac{a}{b}$  ва  $\frac{a}{2b}$ ;      6)  $\frac{8}{15}$  ва  $\frac{5}{12}$ .

**47.** 1)  $\frac{3}{4a}, \frac{1}{5b}$  ва  $\frac{7}{20ab}$ ; | 2)  $\frac{3x}{4y}, \frac{6}{xy}$  ва  $\frac{4y}{3x}$ ; | 3)  $\frac{7}{a^2}$  ва  $\frac{8}{a^3}$ ; | 4)  $\frac{a}{2x}$  ва  $\frac{b}{4x^3}$ .

**48.** 1)  $a$  ва  $\frac{b^2}{a}$ ; | 2)  $3b$  ва  $\frac{a^2}{2b}$ ; | 3)  $a^2$  ва  $\frac{c}{2ab}$ ; | 4)  $\frac{b}{3a}, \frac{3c}{2b}$  ва  $ab$ .

**49.** 1)  $\frac{1}{2p^2}, \frac{1}{6pk}$  ва  $\frac{1}{3k^2}$ ; | 3)  $\frac{2a}{b^2}, \frac{4}{15a^2b}$  ва  $\frac{3}{20a^3b^4}$ ;

2)  $\frac{1}{6b^2}, \frac{a^2+b^2}{9a^2b^2}$  ва  $\frac{3-a^2}{18ab^2}$ ; | 4)  $\frac{7}{20x^4y}, \frac{31}{6xy^3}$  ва  $\frac{4}{3x^2y^4}$ .

**50.** 1)  $\frac{3}{x+y}$  ва  $\frac{5}{x}$ ; | 3)  $\frac{7x}{2(x-1)}$  ва  $\frac{5x}{x-1}$ ;

2)  $\frac{6}{a-1}$  ва  $\frac{2}{a}$ ; | 4)  $\frac{2a^2}{3(a+1)}$  ва  $\frac{5a^2}{4(a+1)}$ .

**51.** 1)  $\frac{1}{x-y}$  ва  $\frac{1}{x+y}$ ; | 3)  $\frac{5x}{2x-2}$  ва  $\frac{3}{4x-4}$ .

2)  $\frac{7a}{3x-y}$  ва  $\frac{6b}{3x+y}$ ; | 4)  $\frac{3x}{4x+4y}$  ва  $\frac{x}{8x+8y}$ .

**52.** 1)  $\frac{3b}{b-2}$  ва  $\frac{4}{b^2-4}$ ; | 3)  $\frac{1}{1-a}, \frac{2a}{1+a}$  ва  $\frac{a^2}{1-a^2}$ ;

2)  $\frac{7a}{x^2-9}$  ва  $\frac{a}{x+3}$ ; | 4)  $\frac{6x}{x-y}, \frac{7xy}{x+y}$  ва  $\frac{3}{x^2-y^2}$ .

**53.** 1)  $\frac{m}{2m+2n}, \frac{n}{8m-8n}$  ва  $\frac{mn}{6m^2-6n^2}$ ; | 2)  $\frac{2c}{5b-5c}, \frac{3a^2}{35b^2-35c^2}$  ва  $\frac{mn}{6m^2-6n^2}$ ;

3)  $\frac{1}{a^2-4b^2}, \frac{1}{3a^2+6ab}$  ва  $\frac{1}{2ab-a^2}$ ; | 4)  $\frac{5}{4x-4}, \frac{4x}{1-x^2}$  ва  $\frac{1}{3x^2+3x}$ .



Кирме хост аз замин ба нүги дарахт хазида барояд.  
Он шабона 2 м ба баландй баромада, рўзона 1 м ба поён мефаромадааст. Дар 9 шаб он ба нүги дарахт баромад. Баландии дарахт чӣ қадар будааст?

**№1**

## § 4. ЧАМЬ ВА ТАРХ КАРДАНИ КАСРХОИ АЛГЕБРАВЙ

Қоидай чамъ ва тарх кардани касрҳои маҳраҷашон якхеларо ин тавр навиштан мумкин аст:

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m};$$

$$\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}.$$

**Масъалаи 1.** Касрҳои  $\frac{a-b}{a+b}$ ,  $\frac{2a-b}{a+b}$  ва  $\frac{a-2b}{a+b}$  -ро чамъ кунед.

$$\Delta \frac{a-b}{a+b} + \frac{2a-b}{a+b} + \frac{a-2b}{a+b} = \frac{a-b+2a-b+a-2b}{a+b} = \frac{4a-4b}{a+b} = \frac{4(a-b)}{a+b}. \blacktriangle$$

**Масъалаи 2.** Фарқи касрҳои  $\frac{a^2}{a+b}$  ва  $\frac{b^2}{a+b}$  -ро ёбед.

$$\Delta \frac{a^2}{a+b} - \frac{b^2}{a+b} = \frac{a^2-b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} = a-b. \blacktriangle$$



*Барои чамъ ва тарҳ кардани касрҳои алгебравии маҳраҷашон гуногун ин касрҳоро ба маҳраҷи умумӣ оварда аз қоидай чамъ ё тарҳ кардани касрҳои маҳраҷашон якхела истифода кардан лозим аст*

**Масъалаи 3.** Касрҳои  $\frac{1}{a^3}$ ,  $\frac{1}{2a^2b}$  ва  $\frac{1}{3ab^2}$  -ро чамъ кунед.

$\Delta$  Ҳосили зарби  $6a^3b^2$  маҳраҷи умумии касрҳои додашуда мебошад.

Пас,

$$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{2a^2b} + \frac{1}{3ab^2} = \frac{6b^2}{6a^3b^2} + \frac{3ab}{6a^3b^2} + \frac{2a^2}{6a^3b^2} = \frac{2a^2 + 3ab + 6b^2}{6a^3b^2}. \blacktriangle$$

**Масъалаи 4.** Фарқи касрҳои  $\frac{a}{3b^2c}$  ва  $\frac{c}{15ab^2}$  -ро ёбед.

$$\Delta \frac{a}{3b^2c} - \frac{c}{15ab^2} = \frac{5a^2}{15ab^2c} - \frac{c^2}{15ab^2c} = \frac{5a^2 - c^2}{15ab^2c}. \blacktriangle$$

**Масъалаи 5.** Касрҳои  $\frac{1}{x^2 - x}$  ва  $\frac{3}{x^2 - 1}$  -ро чамъ кунед.

△ Бисёраъзоҳои дар маҳрачи касрҳо бударо ба зарбқунандаҳо чудо мекунем:

$$x^2 - x = x(x-1), x^2 - 1 = (x-1)(x+1).$$

Маҳрачи умумии ин касрҳо ҳосили зарби  $x(x-1)(x+1)$  мешавад. Касрҳоро ба маҳрачи умумӣ оварда, меёбем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2 - x} + \frac{3}{x^2 - 1} &= \frac{1}{x(x-1)} + \frac{3}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1}{x(x^2-1)} + \frac{3x}{x(x^2-1)} = \\ &= \frac{x+1+3x}{x(x^2-1)} = \frac{4x+1}{x(x^2-1)}. \end{aligned}$$

**!** Чамъ ва тарҳи касрҳои гуногун аз рӯйи қоиди зерин ичро карда мешавад:

- 1) ёфтани маҳрачи умумии касрҳо;
- 2) касрҳоро ба маҳрачи умумӣ овардан;
- 3) касрҳои ҳосилшударо чамъ кардан;
- 4) Агар мумкин бошад натиҷаро содда кардан.

**Масъалаи 6.** Қимати аддии ифодаи  $\frac{1}{a^2 + 4a + 4} - \frac{4}{a^4 + 4a^3 + 4a^2} + \frac{4}{a^3 + 2a^2}$

-ро ҳангоми  $a=0,5$  будан ҳисоб кунед.

△ Ифодаи додашударо ин тавр табдил додан мумкин аст:

$$\begin{aligned} \frac{1}{(a+2)^2} - \frac{4}{a^2(a^2 + 4a + 4)} + \frac{4}{a^2(a+2)} &= \frac{1}{(a+2)^2} - \frac{4}{a^2(a+2)^2} + \frac{4}{a^2(a+2)} = \\ &= \frac{a^2 - 4 + 4(a+2)}{a^2(a+2)^2} = \frac{a^2 + 4a + 4}{a^2(a+2)^2} = \frac{1}{a^2}. \end{aligned}$$

Пас, қимати аддии матлуб ба

$$\frac{1}{0,5^2} = \frac{1}{0,25} = \frac{100}{25} = 4.$$

## Машқи

Сумма ва фарки касрхоро ёбед (**54–60**):

$$54. \quad 1) \frac{p}{q^2} + \frac{3p}{q^2}; \quad 2) \frac{8a}{b^3} - \frac{3a}{b^3}; \quad 3) \frac{a}{a+b} + \frac{c}{a+b}; \quad 4) \frac{x}{n+a} - \frac{y}{n+a}.$$

$$55. \quad 1) \frac{c+d}{2a} + \frac{2c-d}{2a}; \quad 2) \frac{a+2b}{3c^2} + \frac{5a-2b}{3c^2}; \quad 3) \frac{a+b}{2c} - \frac{a-b}{2c}; \\ 4) \frac{10a-b}{a^3} - \frac{3a-b}{a^3}; \quad 5) \frac{(1+b)^2}{5d} + \frac{(1-b)^2}{5d}; \quad 6) \frac{(2+a)^2}{a^2b} - \frac{(2-a)^2}{a^2b}.$$

$$56. \quad 1) \frac{2}{5} + \frac{3}{7}; \quad 3) \frac{2}{3a} + \frac{1}{a}; \quad 5) \frac{c}{15a} + \frac{d}{3}; \\ 2) \frac{4}{7} - \frac{5}{28}; \quad 4) \frac{1}{b} - \frac{2}{5b}; \quad 6) \frac{a}{4} - \frac{b}{12d}.$$

$$57. \quad 1) \frac{m}{2} - \frac{1}{n}; \quad 2) \frac{3}{a} + \frac{b}{5}; \quad 3) 5 - \frac{1}{a}; \quad 4) \frac{2}{b} + 7.$$

$$58. \quad 1) 5 - \frac{2}{b} + \frac{3}{b^2}; \quad 2) \frac{2}{c} + 4 - \frac{3}{c^2}; \\ 3) d - \frac{c}{d} + \frac{c^2}{d^2}; \quad 4) \frac{m}{n} - k + \frac{m^2}{n^2}.$$

$$59. \quad 1) \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc}; \quad 3) \frac{a}{bc} - \frac{a}{bd}; \quad 5) \frac{3}{m^2} + \frac{4}{mn}; \\ 2) \frac{1}{mn} - \frac{1}{mk}; \quad 4) \frac{b}{ac} + \frac{b}{cd}; \quad 6) \frac{2}{mn} - \frac{3}{n^3}.$$

$$60. \quad 1) \frac{3c}{4a^3b} + \frac{5d}{6ab^3}; \quad 3) \frac{2}{3y^3} - \frac{1}{6x^2y} + \frac{5}{12xy^2}; \quad 5) \frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2}; \\ 2) \frac{2a}{9b^4} - \frac{7c}{6a^3b}; \quad 4) \frac{5}{7x^2y} - \frac{3}{4xy^2} + \frac{11}{14x^2y^2}; \quad 6) \frac{b}{c} + \frac{b}{c^2d} + \frac{b}{cd^2};$$

Касрҳои алгебравиро ҷамъ ва тарҳ кунед (61–72):

$$61. \quad 1) \frac{2x}{3(a-b)} + \frac{x}{a-b};$$

$$2) \frac{7x}{2(x-1)} - \frac{5x}{x-1};$$

$$62. \quad 1) \frac{5}{2x-2} + \frac{3}{4x-4};$$

$$2) \frac{7}{5b+5} - \frac{3}{10b+10};$$

$$63. \quad 1) \frac{3}{a^2+a} + \frac{5a}{ab+b};$$

$$2) \frac{5b}{ax+ay} - \frac{2a}{bx+by};$$

$$64. \quad 1) \frac{3}{x+y} - \frac{5}{x};$$

$$2) \frac{6}{a} - \frac{10}{a-1};$$

$$65. \quad 1) \frac{a}{1-b^2} + \frac{1}{1+b};$$

$$2) \frac{2}{x^2-9} + \frac{1}{x+3};$$

$$66. \quad 1) \frac{2x}{x-4} - \frac{5x-2}{16-x^2};$$

$$2) \frac{12n-5}{n^2-49} + \frac{6}{7-n};$$

$$67. \quad 1) \frac{3}{a+2} + \frac{2a}{(a+2)^2};$$

$$3) \frac{2a^2}{3(a+1)} + \frac{5a^2}{4(a+1)};$$

$$4) \frac{4y}{5(y-3)} - \frac{5x}{2(y-3)}.$$

$$3) \frac{a}{3a+3b} - \frac{2a}{6a+6b};$$

$$4) \frac{3x}{4x+4y} - \frac{x}{8x+8y}.$$

$$3) \frac{y+a}{b^2+ba} + \frac{y-b}{ab+a^2};$$

$$4) \frac{y-b}{a^2-ab} - \frac{y-a}{ab-b^2}.$$

$$3) \frac{1}{x(x-3)} + \frac{1}{x(x+3)};$$

$$4) \frac{4}{5(a-b)} - \frac{7}{8(a+b)}.$$

$$3) \frac{5+p^2}{p^2-36} - \frac{p}{6+p};$$

$$4) \frac{2x}{x-4} - \frac{5x-2}{x^2-16}.$$

$$3) \frac{c^2-8}{2c+3} - \frac{16c-2c^3}{9-4c^2};$$

$$4) \frac{21y^2+1}{1-9y^2} - \frac{y}{3y-1}.$$

$$2) \frac{a}{(3a+1)^2} + \frac{4}{3a+1}.$$

$$68. 1) \frac{2y+8}{y^2-4y+4} - \frac{7}{y-2};$$

$$2) \frac{4-5x}{1+6x+9x^2} - \frac{2}{3x+1};$$

$$3) \frac{7}{(a-b)^2} - \frac{5}{b-a};$$

$$69. 1) a + \frac{a}{a-1};$$

$$3) c+1 - \frac{c^2}{c-1};$$

$$70. 1) \frac{7}{a+b} + \frac{8}{a-b} - \frac{16b}{a^2-a^2};$$

$$2) \frac{6x}{x^2-y^2} - \frac{3}{x-y} - \frac{4}{x+y};$$

$$71. 1) \frac{a+b}{a} - \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a^2-ab};$$

$$2) \frac{5b-1}{3b^2-3} + \frac{b+2}{2b+2} - \frac{b+1}{b-1};$$

$$3) \frac{6a}{9a^2-1} + \frac{3a+1}{3-9a} + \frac{3a-1}{6a+2};$$

$$72. 1) \frac{a+1}{a^3-1} - \frac{1}{a^2+a+1};$$

$$2) \frac{a^2+4}{a^3+8} - \frac{1}{a+2};$$

$$4) \frac{4}{(m-n)^2} - \frac{7}{n-m};$$

$$5) \frac{2a}{25-10a+a^2} + \frac{10}{a^2-25};$$

$$6) \frac{1}{x^2-6x+9} + \frac{1}{(x+3)^2}.$$

$$2) b - \frac{b}{b-2};$$

$$4) \frac{a^2}{a+1} - a + 1.$$

$$3) \frac{3}{a+3} + \frac{2}{3-a} - \frac{6}{a^2-9};$$

$$4) \frac{3}{4a^2-9} - \frac{8}{2a+3} - \frac{7}{3-2a}.$$

$$4) \frac{7}{m} - \frac{4}{m-2n} - \frac{m-n}{4n^2-m^2};$$

$$5) x - \frac{xy}{x+y} - \frac{x^3}{x^2-y^2};$$

$$6) a - 2 + \frac{4a}{2+a} - \frac{a^3+b}{a^2+2a}.$$

$$3) \frac{a+b}{a^2-ab+b^2} - \frac{1}{a+b};$$

$$4) \frac{m^2-3m+9}{m^3-27} - \frac{1}{m-3}.$$

**73.** Ифодаро содда карда, қимати ададиашро ёбед:

$$1) \frac{8a^2}{a^3-1} + \frac{a+1}{a^2+a+1}, \text{ дар ин чо } a=2;$$

$$2) \frac{3c^2-c+3}{c^3-1} - \frac{c-1}{c^2+c+1} + \frac{2}{1-c}, \text{ дар ин чо } c=1\frac{1}{2}.$$

## § 5. ЗАРБ ВА ТАҚСИМИ КАСРХОИ АЛГЕБРАВӢ

Ҳангоми зарб кардани касрҳои алгебравӣ низ ҳамон қоидае истифода карда мешавад, ки он ҳангоми зарб кардани касрҳои одди истифода мешавад:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd};$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}.$$

**Масъалаи 1.** Касрҳоро зарб кунед:

$$\frac{1}{2xy}, \frac{4x^2y^3}{5z} \text{ ва } \frac{10z^2}{3x^3}.$$

$$\Delta \frac{1}{2xy} \cdot \frac{4x^2y^3}{5z} \cdot \frac{10z^2}{3x^3} = \frac{1 \cdot 4x^2y^3 \cdot 10z^2}{2xy \cdot 5z \cdot 3x^3} = \frac{4y^2z}{3x^2}. \quad \blacktriangle$$

**Масъалаи 2.** Касрҳои  $\frac{a-b}{a^2+ab}$  ва  $\frac{b^2+ab}{(a-b)^2}$  ро зарб кунед:

$\Delta$  Ба зарбкунандаҳо ҷудо карда, ҳосил менамоем:

$$\frac{a-b}{a^2+ab} \cdot \frac{b^2+ab}{(a-b)^2} = \frac{(a-b)b(a+b)}{a(a+b)(a-b)^2} = \frac{b}{a(a-b)}. \quad \blacktriangle$$

**Масъалаи 3.** Касрҳои  $\frac{m+n}{9m^2n^3}$  ва  $\frac{m^2-n^2}{27mn^2}$  -ро тақсим кунед.

$$\Delta \frac{m+n}{9m^2n^3} : \frac{m^2-n^2}{27mn^2} = \frac{(m+n) \cdot 27mn^2}{9m^2n^3(m^2-n^2)} = \frac{(m+n)3}{mn(m-n)(m+n)} = \frac{3}{mn(m-n)}. \quad \blacktriangle$$

Барои ба дарача бардоштани касрҳои алгебравӣ аз формулаи

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \text{ истифода мебарем.}$$

Масалан,

$$\left(\frac{4a^2}{b}\right)^2 = \frac{16a^4}{b^2}; \quad \left(\frac{a+b}{3c}\right)^3 = \frac{(a+b)^3}{27c^3}.$$

Касрҳоро зарб кунед (74–75):

74. 1)  $\frac{85}{24} \cdot \frac{72}{17};$       2)  $\frac{256}{169} \cdot \frac{13}{64};$       3)  $50 \cdot \frac{7}{625};$       4)  $\frac{5}{26} \cdot 39.$

75. 1)  $\frac{a^3 b}{c} \cdot \frac{c^2}{a^4};$       3)  $\frac{6a}{5b} \cdot \frac{15c}{2d};$       5)  $\frac{2a}{3b} \cdot 3c;$

2)  $\frac{m^2 n^2}{k} \cdot \frac{k^3}{m^3 n^3};$       4)  $\frac{4m}{9n} \cdot \frac{27k}{16d};$       6)  $14a^2 \cdot \frac{b^2}{7c^3}.$

76. Касрҳоро тақсим кунед:

1)  $\frac{3}{5} : \frac{3}{7};$       3)  $\frac{a}{8} : \frac{1}{3};$       5)  $\frac{2}{a} : \frac{6}{7};$

2)  $\frac{11}{12} : \frac{2}{5};$       4)  $\frac{6}{c} : \frac{m}{13};$       6)  $\frac{9}{35} : \frac{b}{5}.$

77. Касрҳоро тақсим кунед:

1)  $\frac{8}{17} : \frac{8}{17};$       3)  $\frac{3a}{7b} : \frac{a}{b};$       5)  $\frac{2a}{3b} : \frac{a^2}{bc};$

2)  $\frac{a}{b} : \frac{a}{b};$       4)  $\frac{c}{2d} : \frac{4c^2}{5d};$       6)  $\frac{5m}{n^2} : \frac{10m^3}{n}.$

78. Касрҳоро тақсим кунед:

1)  $\frac{17}{12} : \frac{34}{39};$       3)  $\frac{4}{13} : 5;$       5)  $12 : \frac{8}{9};$

2)  $\frac{54}{25} : \frac{81}{75};$       4)  $\frac{a}{b} : c;$       6)  $a : \frac{b}{c}.$

**79.** Касрҳоро тақсим кунед:

$$1) \frac{a^2 b}{c} : \frac{a^4}{c^2};$$

$$3) \frac{4a}{5b} : \frac{12c}{25d};$$

$$5) \frac{6a}{5b} : (5c);$$

$$2) \frac{mn}{k} : \frac{m^2 n^2}{k^3};$$

$$4) \frac{8m}{9n} : \frac{16k}{27d};$$

$$6) 12a^2 : \frac{4d}{5c^2}.$$

Амалҳои зеринро ичро кунед (**80–86**):

$$80. \quad 1) \left( \frac{5a}{7b} \right)^2 \cdot \frac{14b^2}{25a^3};$$

$$2) \left( \frac{3a^2}{2b} \right)^3 \cdot \frac{16b^3}{21a^4};$$

$$3) \frac{2a^2}{5b^2} : \frac{12a^2}{15b^2};$$

$$4) \frac{3a^3}{7b} : \frac{9a^4}{21b};$$

$$5) \left( \frac{ab}{cd} \right)^2 \cdot acd;$$

$$6) abc^2 \cdot \left( \frac{ab}{cd} \right)^2.$$

$$81. \quad 1) \frac{8a^2 b}{9c} \cdot \frac{36c^3}{5a^3 b};$$

$$3) \frac{16x^2 y}{7z} : \frac{20xy^3}{21z^2};$$

$$5) \frac{18m^3 n^5}{7k} : (9n^2);$$

$$2) \frac{7a^4}{9c^5 y} : \frac{35b^4 c^2}{18c^4 y^2};$$

$$4) \frac{46d^3 c}{15a} : \frac{23dc^2}{5a^3};$$

$$6) 24k^2 : \frac{12m^4 k^2}{11p^3 n}.$$

$$82. \quad 1) \frac{3x^2 y}{4a^2 b} \cdot 4a^2 b;$$

$$3) 15xy : \frac{30xy}{7a^2 b};$$

$$2) \frac{5a^2 b}{7xy^2} \cdot 14xy^2;$$

$$4) \frac{7x^2 y}{2a^2 b} : (14x^2 y).$$

$$83. \quad 1) \frac{7-x}{a+b} \cdot \frac{a-b}{7-x};$$

$$3) \frac{c+d}{c-d} : \frac{c}{c-d};$$

$$5) \frac{a^2 - ab}{b} \cdot \frac{b}{a};$$

$$2) \frac{x-y}{2a} \cdot \frac{4b}{x-y};$$

$$4) \frac{a-b}{2b} : \frac{a-b}{6b^2};$$

$$6) \frac{a^2 - ab}{b} \cdot \frac{b}{a}.$$

$$84. \quad 1) \frac{a+1}{b} \cdot \frac{4b^2}{a^2 - 1};$$

$$4) \frac{5m}{m^2 - n^2} : \frac{15m^3}{m-n};$$

$$2) \frac{1-a}{3b^2} \cdot \frac{b^3}{1-a^2};$$

$$5) \frac{3(x+y)}{4y^2(x^2 + y^2)} \cdot \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2};$$

$$3) \frac{a^2 - b^2}{9b^2} : \frac{a+b}{3b};$$

$$6) \frac{5(a-b)}{3(a^2 + b^2)} : \frac{(a-b)^2}{a^2 + b^2}.$$

$$85. \quad 1) \frac{a^2 - b^2}{3a + 3b} \cdot \frac{3a^2}{5b - 5a};$$

$$4) \frac{3n^2 - 3m^2}{n^2 + np} \cdot \frac{6m - 6n}{n + p};$$

$$2) \frac{5x^2 - 5y^2}{x^2 + y^2} \cdot \frac{3x^2}{10y - 10x};$$

$$5) \frac{a^2 + b^2}{x^3 + x^2 y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{a^4 - b^4};$$

$$3) \frac{a^2 - 25}{a^2 - 3a} : \frac{a+5}{9-a^2};$$

$$6) \frac{a^2 + b^2}{a^2 - ab} : \frac{a^4 b - b^5}{a^2 b - ab^2}.$$

$$86. \quad 1) \frac{a-5}{a^2 + 6a + 9} \cdot \frac{(a+3)^2}{a^2 - 25};$$

$$3) \frac{a^2 - 49}{a^2 + 2ab + b^2} \cdot \frac{a+b}{a-7};$$

$$2) \frac{b^2 - 8b + 16}{b+3} : \frac{(b-4)^2}{b^2 - 9};$$

$$4) \frac{a^2 - 2a + 1}{2a + 1} : \frac{a-1}{4a^2 - 1}.$$

## § 6. АЙНИЯТАН ТАБДИЛДИХИИ ИФОДАХОИ РАТСИОНАЛИИ КАСРЙ



Ифодае, ки бо ёрии алматхой амалхой арифметикй аз якчоягии якчанд касрхой алгебравй тартиб дода шудааст, ифодаи ратсионалии касрй ном дорад. Бисёраъзои дар маҳрачи ифодаи ратсионалии касрй буда ғайри сифрӣ шуданаш лозим.

Ифодаҳои ратсионалии касриро аз қоидаҳои касрҳои алгебравй итоаткунанда истифода бурда содда кардан ва ба онҳо табдилдиҳии айниятӣ иҷро кардан мумкин аст.

**Масъалаи 1.** Ифодаи ратсионалии касриро содда кунед:

$$R(x, y) = \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{6}{x} + \frac{6}{y} + \frac{12}{xy}} - \frac{xy}{2x + y + 1}, \quad x \neq 0, \quad y \neq 0.$$

△ Мувофиқи қоидаҳои ба маҳрачи умумӣ овардан ва ҷамъ кардани касрҳои алгебравӣ:

$$R(x, y) = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{6y+12x+6}{xy}} - \frac{\frac{xy}{6}}{\frac{2x+y+1}{xy}};$$

Дар асоси қоидай тақсими касрҳои алгебравӣ:

$$\frac{(x+1)xy}{x(12x+6y+6)} - \frac{xy}{6(2x+y+1)};$$

Ба адади аз сифр фарқкунанада ( $x \neq 0$ ) ихтисор карда қавсҳоро мекушоем:  $\frac{(x+1)y}{12x+6y+6} - \frac{xy}{12x+6y+6};$

Мувофиқи қоидай тарҳи касрҳои алгебрави:

$$\frac{xy+y-xy}{12x+6y+6};$$

Аъзоҳои монандро ислоҳ карда зарбқунандай умумиро дар маҳраҷ аз қавс мебарорем:

$$\frac{y}{12x+6y+6} = \frac{y}{6(2x+y+1)};$$

**Чавоб:**  $R(x, y) = \frac{y}{6(2x+y+1)}$ . 

**Масъалаи 2.** Ифодаро содда кунед:  $\left(\frac{a+1}{2a-2} - \frac{1}{2a^2-2}\right) \cdot \frac{2a+2}{a+2}$ .

 Ифодаҳои доҳили қавсҳоро содда мекунем:

$$\begin{aligned} \frac{a+1}{2a-2} - \frac{1}{2a^2-2} &= \frac{a+1}{2(a-1)} - \frac{1}{2(a^2-1)} = \frac{(a+1)^2-1}{2(a^2-1)} = \\ &= \frac{(a+1-1)(a+1+1)}{2(a^2-1)} = \frac{a(a+2)}{2(a+1)(a-1)}. \end{aligned}$$

Ҳосили зарбро меёбем:

$$\frac{a(a+2)}{2(a+1)(a-1)} \cdot \frac{2a+2}{a+2} = \frac{a(a+2)2(a+1)}{2(a+1)(a-1)(a+2)} = \frac{a}{a-1}. \quad \blacktriangle$$

**Масъалаи 3.** Амалҳои нишондодашударо ичро намоед:

$$\left( \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} \right) : \left( \frac{a+b}{a-b} - 1 \right).$$

$\Delta$  Амали дохили қавси якумро ичро менамоем:

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} &= \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{(a+b+a-b)(a+b-a+b)}{a^2 - b^2} = \\ &= \frac{2a \cdot 2b}{a^2 - b^2} = \frac{4ab}{a^2 - b^2}. \end{aligned}$$

Амали дохили қавси дуюмро ичро мекунем:

$$\frac{a+b}{a-b} - 1 = \frac{a+b-a+b}{a-b} = \frac{2b}{a-b}.$$

Амали тақсимро ичро менамоем:

$$\frac{4ab}{a^2 - b^2} : \frac{2b}{a-b} = \frac{4ab(a-b)}{(a^2 - b^2)2b} = \frac{2a}{a+b}. \quad \blacktriangle$$

**Масъалаи 4.** Ҳавз бо воситаи қубури якум дар  $a$  соат, ба воситаи қубури дуюм бошад дар  $b$  соат пур мешавад. Агар ҳар ду қубур дар як вақт күшода шавад, ҳавз дар чанд соат пур мешавад?

$\Delta$  Бигузор ҳачми ҳавз  $V$  бошад. Дар як соат қубури якум ҳачми баробари  $\frac{V}{a}$  ва қубури дуюм ҳачми баробари  $\frac{V}{b}$  бударо пур мекунад; ҳар ду қубур дар як соат ҳачми баробари  $\frac{V}{a} + \frac{V}{b}$  бударо пур мекунанд. Бигузор  $t$  вақти матлуб бошад. Дар  $t$  соат ҳар ду қубур тамоми ҳавзро бояд бо об пур кунад. Яъне,

$$\left( \frac{V}{a} + \frac{V}{b} \right) t = V.$$

Ҳар ду қисми баробариро ба  $V$  тақсим карда,

$$\left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) t = 1$$

-ро ҳосил мекунем. Суммаи касрҳои дохилии қавсҳо ба  $\frac{a+b}{ab}$

баробар аст. Пас  $\frac{a+b}{ab}t=1$ , аз ин чо  $t=\frac{ab}{a+b}$ . ▲

### Машқо

Амалҳои нишондодашударо ичро кунед (87–92):

**87.** 1)  $\left( \frac{a}{2} - \frac{a}{3} \right) \cdot \frac{1}{a^2};$       3)  $\frac{a-b}{a+b} \left( \frac{a}{5} + \frac{b}{5} \right);$       5)  $1 : \left( 1 + \frac{1}{a} \right);$

2)  $\frac{a^2}{3} \cdot \left( \frac{2}{a} + \frac{2}{a^2} \right);$       4)  $\frac{ab}{a-b} \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right);$       6)  $b : \left( b + \frac{1}{b} \right).$

**88.** 1)  $\left( 1 + \frac{1}{a} \right) : \left( 1 - \frac{1}{a} \right);$       3)  $\left( \frac{b}{a} + \frac{a}{b} - 2 \right) : \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right);$   
 2)  $\left( a + \frac{a}{b} \right) \left( a - \frac{a}{b} \right);$       4)  $\left( \frac{m}{n} + \frac{n}{m} + 2 \right) \left( 1 + \frac{m-n}{m+n} \right).$

**89.** 1)  $\left( 1 - \frac{a-b}{a+b} \right) \left( 2 + \frac{2b}{a-b} \right);$       3)  $\left( \frac{6}{a-b} - \frac{5}{a+b} \right) \cdot \frac{a-b}{a+11b};$

2)  $\left( 1 + \frac{a+b}{a-b} \right) \left( 2 - \frac{2a}{a+b} \right);$       4)  $\left( \frac{3}{c} + \frac{3}{c+d} \right) \cdot \frac{c}{18(2c+d)}.$

**90.** 1)  $\left( \frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1} \right) : \frac{4m}{10m-5};$       3)  $\frac{y-1}{y} : \left( \frac{y^2+1}{y^2+2y} - \frac{2}{y+2} \right);$

2)  $\left( \frac{z+6}{3z+9} - \frac{1}{z+3} \right) : \frac{z+2}{27z};$       4)  $\frac{m-2}{m-5} : \left( \frac{m^2+24}{m^2-25} - \frac{4}{m-5} \right).$

- 91.** 1)  $\frac{a^2 + ab}{a^2 + b^2} \cdot \left( \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} \right);$
- 2)  $\frac{ab - b^2}{a^2 + b^2} \cdot \left( \frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b} \right);$
- 3)  $\left( \frac{c+d}{c} - \frac{2c}{c-d} \right) \cdot \frac{d-c}{c^2 + d^2};$
- 4)  $\left( \frac{2c}{c+d} + \frac{d-c}{c} \right) \cdot \frac{c+d}{c^2 + d^2}.$
- 92.** 1)  $\left( \frac{a+1}{2a-1} + \frac{6}{2a^2-2} - \frac{a+3}{2a+2} \right) \cdot \frac{4a^2-4}{3};$
- 3)  $\frac{a^2-c^2}{a+b} \cdot \frac{a^2-b^2}{ac+c^2} \cdot \left( a + \frac{ac}{a-c} \right);$
- 2)  $\left( \frac{b}{a^2+ab} + \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ab} \right) : \frac{a^2-b^2}{4ab};$
- 4)  $\frac{c^2-ac}{a^2-b^2} \cdot \frac{a-b}{c^2-a^2} : \left( c - \frac{ac}{a+c} \right).$
- 93.** Массай пораи яхи ҳачмаш  $V$  ба  $p$  килограмм баробар аст. Массай пораи ҳачми  $V_1$  ба чӣ баробар аст?
- 94.** Автомобил бо суръати миёнаи  $v$  км дар як соат ҳаракат карда,  $s$  километр роҳро тай намуд. Мотосикле, ки бо суръати  $u$  километр дар як соат ҳаракат мекунад дар ҳамин вақт чӣ қадар роҳро тай менамояд?
- 95.** Суръати хоси қаики мотордор  $v$  километр дар як соат буда, суръати ҷараёни дарё  $v_1$  километр дар як соат аст. Қаик ба равиши ҷараён ҳаракат карда, масофаи  $s$  километрро тай намуд. Дар ҳамин вақт қаик ба муқобили ҷараён ҳаракат карда, кадом масофаро тай мекунад?
- 96.** (*Масъалаи Абу Райҳон Берунӣ*) Аз ду ҷиҳоз 10 донаи якеаш як динор ва 15 донаи дуюмаш як динор аст. Ба як динор аз ду ҷиҳоз ба миқдори баробар чанд донагӣ харидан мумкин аст?

## § 7. ФУНКСИЯИ $y = \frac{k}{x}$ . ХОСИЯТҲО ВА ГРАФИКИ ОН

**Масъалаи 1.** Графики функсияи  $y = \frac{1}{x}$  -ро созед.

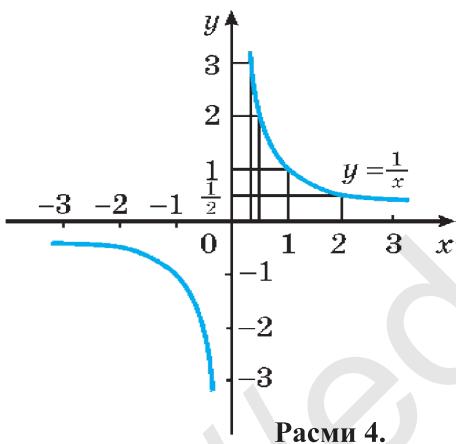
- Δ 1) соҳаи муайяниаш ҳа.маи ададҳои ҳақиқии аз сифр фарқкунанда.
- 2) функсияи тоқ аст, чунки ҳангоми  $x \neq 0$  будан,  $\frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}$ ;
- 3) функсия дар фосилаи  $x > 0$  мувофики хосияти функсияи

дарацагии нишондиҳандаи манфӣ камшаванд аст, чунки  $\frac{1}{x} = x^{-1}$ ;

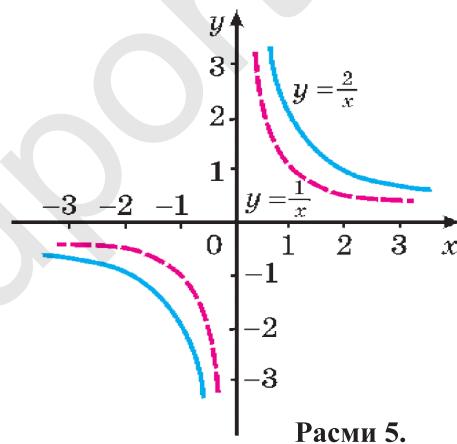
4) ҳангоми  $x > 0$  будан, функция қиматҳои мусбат қабул меқунад.

5) якчанд нуқтаҳои ба график муталлик масалан,  $(\frac{1}{3}; 3)$ ,  $(\frac{1}{2}; 2)$ ,  $(1; 1)$ ,  $(2 \frac{1}{2})$ -ро ёфта, барои қиматҳои  $x > 0$  як қисми графикро месозем ва баъдан бо ёрии симметрия барои  $x < 0$  қисми боқимондаашро месозем (расми 4).

Графики функцияи  $y = \frac{1}{x}$  гипербола номида мешавад. Он аз ду қисм, ки шоҳаҳо номида мешавад, сохта шудааст. Яке аз шоҳаҳо дар чоряки якӯм, дуюмаш, дар чоряки сеюм ҷой гирифтааст.



Расми 4.



Расми 5.

**Масъалаи 2.** Графики функцияи  $y = \frac{k}{x}$  -ро ҳангоми  $k = 2$  ва  $k = -2$  будан, созед.

△ Хотиррасон меқунем, ки ҳангоми қимматҳои якхелаи аргумент қиматҳои функцияи  $y = \frac{2}{x}$  дар вақти ба 2 зарб задани қиматҳои функцияи  $y = \frac{1}{x}$  ҳосил мешавад. Ин бошад, аз он далолат медиҳад, ки графики функцияи  $y = \frac{2}{x}$  баробари функцияи  $y = \frac{1}{x}$  -ро бо роҳи аз тири абсиссаҳо ба тири ординатаҳо ду маротиба ёзонидан ҳосил карда мешавад (Расми 5).

Қимати функцияи  $y = -\frac{2}{x}$  аз қимати фупксияи  $y = \frac{2}{x}$  танҳо бо ишорааш фарқ мекунад. Аз ин мебарояд, ки графики функцияи  $y = -\frac{2}{x}$  нисбати тири абсиссаи графики функцияи  $y = \frac{2}{x}$  симметри мебошад (расми 6). ▲

Барои  $k \neq 0$ -и дилҳоҳ графики функцияи  $y = \frac{k}{x}$  ҳам гипербола номида мешавад. Гипербола аз ду шоҳа иборат аст. Онҳо, агар  $k > 0$  бошад, дар чоряки якум ва сеюм, агар  $k < 0$  бошад, дар чорякҳои дуюм ва чорум меҳобанд.



- $y = \frac{k}{x}$  (дар ин чо  $k > 0$ ) ба як қатор ҳосиятҳои функцияи  $y = \frac{1}{x}$  доро аст, аз ҷумла ин функция:
- 1) ҳангоми  $x \neq 0$  муайяншуда;
  - 2) ҳамаи қимматҳои ҳақиқии аз сифр фарқкунандаро қабул мекунад;
  - 3) тоқ;
  - 4) ҳангоми  $x > 0$  қиматҳои мусбат ва ҳангоми  $x < 0$  қиматҳои манфиро қабул мекунад;
  - 5) дар фосилаи  $x < 0$  ва  $x > 0$  кам мешавад;

Агар  $k < 0$  бошад, он гоҳ функцияи  $y = \frac{k}{x}$  ҳосиятҳои 1–3-ро дорост; ҳосиятҳои 4–5 бошад, чунин ифода мешавад;

4) ҳангоми  $x < 0$  қиматҳои мусбат ва ҳангоми  $x > 0$  қиматҳои манфиро қабул мекунад;

5) дар фосилаи  $x < 0$  ва  $x > 0$  меафзояд.

Функцияи  $y = \frac{k}{x}$  ҳангоми  $k > 0$  будан,  $x$  ва  $y$  алоқамандии мутаносиби чаппаро ифода мекунад. Чунин алоқамандии байни бузургихо бештар дар физика, техника ва соҳаҳои дигар вомехӯранд.

Масалан, чисм ҳангоми дар атрофи давра бо суръати тағйирнаёбандаи  $v$  ҳаракат кардан, бо шитоби марказшитоб  $a = \frac{v^2}{r}$  (дар ин чо  $r$  – радиуси давра) ҳаракат мекунад, яъне дар ин маврид шитоб ба радиуси давра мутаносиби чаппа аст.

**Масъалаи 3.** Моҳ аз Замин дар масофаи  $3,84 \cdot 10^8$  м дур. Моҳ дар давоми 27,3 шабонарӯз дар атрофи Замин як маротиба давр зада мебарояд. Суръати марказшитоби Моҳро ҳисоб кунед.

△ Шитоби  $a$ -ро аз рӯи формулаи  $a = \frac{v^2}{r}$  ҳисоб мекунем дар ин ҷо  $v = \frac{C}{t}$ ,  $C = 2\pi r$ ,  $t = 27,3 \cdot 24 \cdot 3600$  s,  $r = 3,84 \cdot 10^8$ .

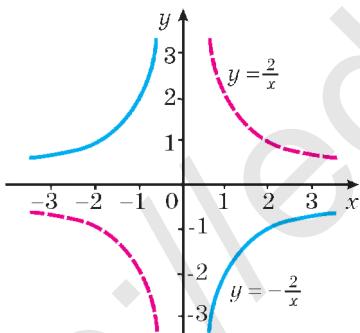
Он тоҳ:

$$a = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 3,84 \cdot 10^8}{(27,3 \cdot 24 \cdot 3600)^2} \approx 2,72 \cdot 10^{-3}.$$

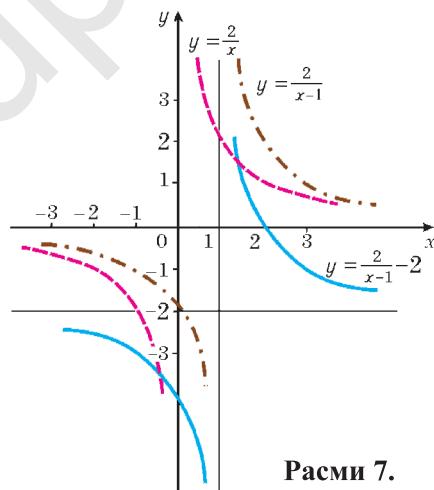
Ҷавоб:  $2,72 \cdot 10^{-3}$  м/с<sup>2</sup>. ▲

**Масъалаи 4.** Графики функсияи  $y = \frac{2}{x-1} - 2$  -ро созед.

△ Графики функсияи  $y = \frac{2}{x-1} - 2$  -ро (расми 6) бо роҳи графики функсияи  $y = \frac{2}{x}$  -ро қад-қади тири  $OX$  ба тарафи рост як воҳид ва қад-қади тири  $OY$  ба поён ду воҳид кӯчонидан ҳосил кардан мумкин аст (расми 7). ▲



Расми 6.



Расми 7.

### Машқҳо

97. Графики функсияи  $y = \frac{2}{x}$  -ро созед. Муайян кунед, ки дар қадом қиматҳои  $x$ :

- 1)  $y(x) = 4$ ;
  - 2)  $y(x) = -\frac{1}{2}$ ;
  - 3)  $y(x) > 4$ ;
  - 4)  $y(x) \leq 1$
- мебошад.

**98.** Дар як ҳамвории координатті графиктің функциялары  $y = \frac{1}{x}$  ва  $y = x$  ро созед. Муайян кунед, дар қадом қиматтара  $x$ :

- 1) буриши графиктің ин функциялары;
- 2) графики функциялардың якум аз графики функциялардың дуюм дар боло (дар поён) мехобад.

**99.** Графики функциялардың соҳта, нүкташтарын буриши онҳорда ёбед:

1)  $y = \frac{12}{x}$ ,  $y = 3x$ ;      2)  $y = -\frac{8}{x}$ ,  $y = -2x$ ;

3)  $y = \frac{2}{x}$ ,  $y = x - 1$ ;      4)  $y = \frac{6}{x+1}$ ,  $y = x + 2$ .

**100.** Графики функциялардың соҳта, нүкташтарын тақрибиңи буриши онҳорда ёбед:

1)  $y = \frac{3}{x}$ ,  $y = x + 1$ ;      2)  $y = -\frac{3}{x}$ ,  $y = 1 - x$ ;

3)  $y = \frac{2}{x}$ ,  $y = x^2 + 2$ ;      4)  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y = x^2 + 4x$ .

**101.** Дар силиндр, дар зери поршен газ бо ҳарорати тағийрнаёбанда истодааст. Ҳаҷми газ  $V$  (бо литрх) дар фишори  $p$  (атмосфера) бо формулаи  $V = \frac{12}{p}$  ҳисоб карда мешавад.

1) дар вақти фишор 4 атм, 5 атм; 10 атм шудан, ҳаҷми ишғолкардаи газро ёбед.

2) Ҳангоми чӣ гуна будани фишор ҳаҷми 3 л; 5 л; 15 л ишғолкардани газро ҳисоб кунед.

3) Графики алоқамандии ҳаҷми газро бо фишор созед.

**102.** Дар реостат қувваи ҷараён  $I$  (бо амперх) бо формулаи  $I = \frac{U}{R}$  чен карда мешавад, дар ин чо  $U$  – шиддат (бо волт),  $R$  – муқовимат (дар омх).

1) Ҳангоми  $U=6$  будан, графики алоқамандии  $I(R)$ -ро созед.

2) Аз рӯи график тақрибан ёбед: а) қувваи ҷараёнро ҳангоми 6, 12, 20 Ом будани муқовимат; б) муқовимати реостатро ҳангоми 10, 5, 1,2 А будани қувваи ҷараён.

**103.** Автомобил дар қисми роҳи даврашакли радиусаш 150 м бо суръати 60 км/соат ҳаракат мекунад. Суръати марказшитоби автомобилро ёбед. Агар суръати автомобил мисли пештара монда, радиуси

қисми роҳи даврашакл калон шавад, суръати марказшитоб зиёд мешавад ё кам?

**104.** Графики функцияро созед:

$$1) \ y = \frac{3}{x} - 2; \quad 2) \ y = \frac{2}{x} + 1; \quad 3) \ y = \frac{2}{x+2} - 1; \quad 4) \ y = \frac{3}{1-x} + 1.$$

## § 8. РЕШАИ АРИФМЕТИКИИ ДАРАЦАИ НИШОНДИҲАНДААШ НАТУРАЛӢ ВА ХОСИЯТҲОИ ОН

Математик ва астрономи барҷастаи Осиёи Миёна Ҷамшед ибн Масъуд ибн Маҳмуд Ғиёсиддин ал- Кошӣ (тахминан соли 1430 вафот кардаааст)амали баровардани решай дараҷаи  $n$ -ро аз адади дилҳоҳ кашф намуд. Боби яқуми асари вай “Мифтоҳи ҳисоб” муайян кардани асоси дараҷа номида шудааст.

Масъалаи зеринро дига мебароем.

**Масъалаи 1.** Муодиларо ҳал қунед:  $x^4 = 81$ .

△ Муодиларо дар намуди  $x^4 - 81 = 0$  ёки  $(x^2 - 9)(x^2 + 9) = 0$  навишта мегирим. Ҳангомаи  $x^2 + 9 \neq 0$  будан,  $x^2 - 9 = 0$  мешавад, аз ин ҷо,

$$x^2 - 9 = (x-3)(x+3) = 0, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = -3. \quad \blacktriangle$$

Ҳамин тавр, муодилаи  $x^4 = 81$  ду решай ҳақиқӣ дорад:  $x_1 = 3, x_2 = -3$ . Онҳоро решоҳои дараҷаи ҷоруми адади 81, решай мусбатро (адади 3) бошад, решай арифметикии дараҷаи ҷоруми адади 81 мегӯянд ва ин тавр ишора карда мешавад:  $\sqrt[4]{81}$ . Ҳамин тавр,  $\sqrt[4]{81} = 3$ .

Дорои решои ягонай гайриманфӣ набудани муодилаи  $x^n = a$  (дар ин ҷо  $n$  – адади натуралий,  $a$  – адади ғайриманфӣ)-ро исбот кардан мумкин аст. Ин решаро решои арифметикии дараҷаи  $n$ -и адади  $a$  меноманд.



**Таъриф.** *Решои арифметикии дараҷаи нишондихандашни натуралии  $n \geq 2$ -и адади гайриманфии  $a$  гӯфта, адади гайриманфии дараҷаи  $n$ -умаши ба а баробарро меноманд.*

*Решои арифметикии дараҷаи  $n$ -и адади  $a$  ин тавр ишора мешавад:  $\sqrt[n]{a}$ . Адади  $a$  ифодои таҳти решои номида мешавад.*

*Агар  $n=2$  бошад, дар он ҳолат ба ҷои  $\sqrt[2]{a}$  ҷунин навишта мешавад:  $\sqrt{a}$ .*

Решай арифметикии дарацаи дуюм, решай квадратй низ номида мешавад, решай дарацаи 3 бошад, решай кубй ном дорад.

Ҳангоми дар бораи решай арифметикии дарацаи  $n$  сухан гуфтан, дар ҳолатҳои дақиқ мухтасар "решай дарацаи  $n$ " гуфта мешавад.



*Аз таъриф истифода бурда, барои исбот намудани ба b баробар будани  $\sqrt[n]{a}$  : 1)  $b \geq 0$ ; 2)  $b^n = a$  буданаширо нишон додан лозим аст.*

Масалан,  $\sqrt[3]{64} = 4$ , чунки  $4 > 0$  ва  $4^3 = 64$ .



*Мувофиқи таърифи решай арифметикӣ агар  $a \geq 0$  бошад, дар он ҳол  $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ,  $\sqrt[n]{a^n} = a$  мешавад.*

Масалан,  $(\sqrt[5]{7})^5 = 7$ ,  $\sqrt[6]{13^6} = 13$ .

Амале, ки ёфтани решай дарацаи  $n$ -ро ҷустуҷӯ мекунад, амали баровардани решай дарацаи  $n$ -ум номида мешавад. Он амали баракси ба дараҷа бардоштани  $n$  мебошад.

**Масъалаи 2.** Муодилаи  $x^3 = -8$  -ро ҳал кунед.

Δ Ин муодиларо монанди  $-x^3 = 8$  ё  $(-x)^3 = 8$  навиштан мумкин аст.  $-x = y$  гуфта ишора мекунем, дар он ҳол  $y^3 = 8$  мешавад.

Ин муодила як решай дорад:  $y = \sqrt[3]{8} = 2$ . Муодилаи  $y^3 = 8$  решай манғӣ надорад, чунки агар  $y < 0$  бошад  $y^3 < 0$  мешавад. Адади  $y = 0$  решай ин муодила шуда наметавонад.

Ҳамин тавр, муодилаи  $y^3 = 8$  танҳо як решай  $y = 2$  дорад, пас муодилаи  $x^3 = -8$  ҳам танҳо як решай дорад:  $x = -y = -2$

**Ҷавоб:**  $x = -2$ . ▲

Ҳалли муодилаи  $x^3 = -8$ -ро мухтасар ин тавр навиштан мумкин:

$$x = -\sqrt[3]{8} = -2.$$



Умуман, агар барои адади натуралии дилҳоҳи тоқи  $2k+1$   $a < 0$  бошад, муодилаи  $x^{2k+1} = a$  танҳо якто, илова бар ин решай манғӣ дорад. Ин решай монанди решай арифметикӣ чунин ишора карда мешавад:  $\sqrt[2k+1]{a}$ . Онро решай дарацаи тоқи адади манғӣ меноманд.

Масалан,  $\sqrt[3]{-27} = -3$ ,  $\sqrt[5]{-32} = -2$ .

Дар байни решай дарацаи тоқи адади  $a$  ва решай арифметикии адади  $-a = |a|$  баробарии зерин мавчуд аст:

$$\sqrt[2k+1]{a} = -\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{|a|}.$$

Масалан,  $\sqrt[5]{-243} = -\sqrt[5]{243} = -3$ .

### Машқҳо

**105.** (Шифоҳӣ.) 1) Решай квадратии арифметикии ададро ёбед:

$$1; \quad 0; \quad 16; \quad 0,81; \quad 169; \quad \frac{16}{121}; \quad \frac{49}{144}.$$

2) Решай кубии арифметикии ададро ёбед:

$$1; \quad 0; \quad 5; \quad \frac{1}{27}; \quad 0,027; \quad 0,064; \quad 0,729; \quad \frac{1}{343}.$$

3) Решай арифметикии дарацаи чоруми ададро ёбед:

$$0; \quad 1; \quad 16;$$

Ҳисоб кунед (**106–108**);

**106.** 1)  $\sqrt[6]{36^3}$ ;      2)  $\sqrt[12]{64^2}$ ;      3)  $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{25}\right)^2}$ ;      4)  $\sqrt[8]{225^4}$ ;      5)  $\sqrt[7]{2 \cdot 4^3}$ .

**107.** 1)  $\sqrt[3]{10^6}$ ;      2)  $\sqrt[3]{3^{12}}$ ;      3)  $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{2}\right)^{12}}$ ;      4)  $\sqrt[4]{\left(\frac{1}{3}\right)^{16}}$ ;      5)  $\sqrt[5]{32^2}$ .

**108.** 1)  $\sqrt[3]{-8}$ ;      2)  $\sqrt[15]{-1}$ ;      3)  $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$ ;      4)  $\sqrt[5]{-1024}$ ;      5)  $\sqrt[3]{-34^3}$ ;      6)  $\sqrt[7]{-8^7}$ .

**109.** Муодиларо ҳал кунед:

1)  $x^4 = 81$ ;      2)  $x^5 = -\frac{1}{32}$ ;      3)  $5x^5 = -160$ ;      4)  $2x^6 = 128$ .

**110.** Дар қадом қимати  $x$  ифода маъно дорад:

1)  $\sqrt[6]{2x-3}$ ;      2)  $\sqrt[3]{x+3}$ ;      3)  $\sqrt[3]{2x^2-x-1}$ ;      4)  $\sqrt[4]{\frac{2-3x}{2x-4}}$ ?

Хисоб кунед (111–112):

111. 1)  $\sqrt[3]{-125} + \frac{1}{8}\sqrt[4]{64}$ ;

2)  $\sqrt[5]{32} - 0,5\sqrt[3]{-216}$ ;

3)  $-\frac{1}{3}\sqrt[4]{81} + \sqrt[4]{625}$ ;

4)  $\sqrt[3]{-1000} - \frac{1}{4}\sqrt[4]{256}$ ;

5)  $\sqrt[4]{0,0001} - 2\sqrt{0,25} + \sqrt[5]{\frac{1}{32}}$ ;

6)  $\sqrt[5]{\frac{1}{243}} + \sqrt[3]{-0,001} - \sqrt[4]{0,0016}$ .

112. 1)  $\sqrt{9+\sqrt{17}} \cdot \sqrt{9-\sqrt{17}}$ ;

2)  $(\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}})^2$ ;

3)  $(\sqrt{5+\sqrt{21}} + \sqrt{5-\sqrt{21}})^2$ ;

4)  $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ .

113. 1) а)  $x \geq 2$ ; б)  $x < 2$  бошад,  $\sqrt[3]{(x-2)^3}$ -ро содда кунед;

2) а)  $x \leq 3$ ; б)  $x > 3$  бошад  $\sqrt{(3-x)^6}$  -ро содда кунед;

114. Ба чои  $n$  чандто адади натураллии нобаробарии  $1987 < \sqrt{n} < 1988$  -ро қонеъкунанда гузоштан мумкин аст?

## § 9. ДАРАЦАИ НИШОНДИҲАНДААШ РАТСИОНАЛӢ ВА ХОСИЯТХОИ ОН

**Масъалаи 1.** Хисоб кунед:  $\sqrt[4]{5^{12}}$ .

Δ Бинобар  $5^{12} = (5^3)^4$  будан,  $\sqrt[4]{5^{12}} = \sqrt[4]{(5^3)^4} = 5^3 = 125$ . аст ▲

Ҳамин тавр,  $\sqrt[4]{5^{12}} = 5^{\frac{12}{4}}$ .

Ба монанди ҳамин, нишон додан мумкин аст, ки  $\sqrt[5]{7^{-15}} = 7^{\frac{-15}{5}}$



Умуман,  $n$  – адади натуралӣ,  $n \geq 2$ ,  $m$  – адади бутун ва  $\frac{m}{n}$  адади бутун бошад, он гоҳ дар ҳолати  $a > 0$  будан, баробарии зерин дуруст аст:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}.$$

(1)

○ Аз рӯи шарт  $\frac{m}{n}$  – адади бутун, яъне агар  $m$  ба  $n$  таксим карда шавад, адади бутуни к ҳосил мешавад. Дар он ҳолат аз баробарии  $\frac{m}{n} = k$ ,  $m=kn$  бармеояд. Ҳосиятҳои дараҷа ва решай арифметикиро истифода намуда, ҳосил меқунем:

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n]{a^{kn}} = \sqrt[n]{(a^k)^n} = a^k = a^{\frac{m}{n}}.$$



Агар  $\frac{m}{n}$  адади бутун набошад, дар он ҳол дараҷаи  $a^{\frac{m}{n}}$  (ин чо  $a>0$ ) мувофиқи дурустии баробарии (1) таъриф меёбад, яъне дар ин ҳол

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (2)$$

хисоб мешавад.

Ҳамин тавр, формулаи (2) барои адади бутуни дилҳоҳи  $m$  ва адади натуралии дилҳоҳи  $n \geq 2$  ва  $a>0$  дуруст мешавад. Масалан,

$$16^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{16^3} = \sqrt[4]{2^{12}} = 2^3 = 8; \quad 7^{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{7^5} = \sqrt[4]{7^4 \cdot 7} = 7\sqrt[4]{7};$$

$$27^{-\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{27^{-2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{27^2}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{3^6}} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}.$$

Адади ратсионалии  $r$  – ин намуди адади  $\frac{m}{n}$  буданашро, ин чо  $m$  – адади бутун,  $n$  – адади натуралӣ, яъне  $r = \frac{m}{n}$  шуданашро таъкид меқунем. Дар ин ҳол аз рӯи формулаи (2)  $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$  -ро ҳосил меқунем. Ҳамин тавр, дараҷа барои нишондиҳандай ратсионалии дилҳоҳ ва асоси мусбати дилҳоҳ муайян мегардад. Агар  $r = \frac{m}{n} > 0$  бошад, дар ин ҳол ифодай  $\sqrt[n]{a^m}$  на танҳо ҳангоми  $a>0$  будан, балки ҳангоми  $a=0$  будан низ маъно дорад.  $a=0$  бошад,  $\sqrt[n]{0^m} = 0$ . Бинобар ин, ҳангоми  $r>0$  будан, баробарии  $0^r=0$  чой дорад.

Аз формулаҳои (1) ва (2) истифода бурда, дараҷаи нишондиҳадаи ратсионалиро дар шакли решава баръакс тасвир кардан мумкин аст.



Таъқид мекунем, ки аз формулаи (2) ва хосиятҳои решава баробарии

$$\frac{m}{n} = \frac{mk}{nk}$$

бармеояд, ин ҷо  $a > 0$ ,  $m$  – адади бутун ва  $n$ ,  $k$  – ададҳои натуралианд.

Масалан,  $7^{\frac{3}{4}} = 7^{\frac{6}{8}} = 7^{\frac{9}{12}}$ .



Барои нишондиҳандай ратсионалии дилҳоҳ ва дараҷаи асоси мусбат дуруст будани ҳамаи хосиятҳои дараҷаи нишондиҳандаш натуралиро нишон додан мумкин аст. Ҷунончи, барои ададҳои дилҳоҳи ратсионалии  $p$  ва  $q$  ва  $a > 0$  ва  $b > 0$  -и дилҳоҳ баробарӣ зерин дурустанд:

$$\begin{array}{ll} 1) a^p \cdot a^q = a^{p+q}; & 4) (ab)^p = a^p b^p; \\ 2) a^p : a^q = a^{p-q}; & 5) \left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}. \\ 3) (a^p)^q = a^{pq}; & \end{array}$$

Ин хосиятҳо аз хосиятҳои решава бармеоянд. Масалан хосияти  $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$  -ро исбот мекунем.

○ Фарз мекунем,  $p = \frac{m}{n}$ ,  $q = \frac{k}{l}$  (ин ҷо  $n$  ва  $l$  – ададҳои натуралий,  $m$  ва  $k$  – ададҳои бутун) бошад, исбот мекунем, ки

$$a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{k}{l}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{k}{l}} \quad (3)$$

аст.

Касрҳои  $\frac{m}{n}$  ва  $\frac{k}{l}$  -ро ба маҳраҳи умумӣ оварда, қисми чапи баробарии (3) -ро дар шакли зерин менависем:

$$a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{k}{l}} = a^{\frac{ml}{nl}} \cdot a^{\frac{kn}{nl}}.$$

Аз таърифи дарацаи нишондиҳандааш ратсионалӣ, хосиятҳои решава дарацаи нишондиҳандаи бутун истифода намуда, ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{k}{l}} &= a^{\frac{ml}{nl}} \cdot a^{\frac{kn}{nl}} = \sqrt[nl]{a^{ml}} \cdot \sqrt[nl]{a^{kn}} = \\ &= \sqrt[nl]{a^{ml} \cdot a^{kn}} = \sqrt[nl]{a^{ml+kn}} = a^{\frac{ml+kn}{nl}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{k}{l}}. \end{aligned}$$

Хосиятҳои боқимондаи дарацаи нишондиҳандааш ратсионалӣ низ ба ҳамин тарз исбот карда мешаванд. Ба истифодаи хосиятҳои дараца мисолҳо меорем.

$$1) \quad 7^{\frac{1}{4}} \cdot 7^{\frac{3}{4}} = 7^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 7; \quad 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{2}{3}} = 5^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = 5^1 = 5;$$

$$2) \quad 9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}} = 9^{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}} = 9^{\frac{1}{2}} = \sqrt{9} = 3; \quad 8^{\frac{2}{3}} : 8 = 8^{\frac{2}{3} - 1} = 8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2};$$

$$3) \quad \left(16^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{9}{4}} = 16^{\frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^{4 \cdot \frac{3}{4}} = 2^3 = 8;$$

$$4) \quad 24^{\frac{2}{3}} = (2^3 \cdot 3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{3 \cdot 2}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} = 4\sqrt[3]{3^2} = 4\sqrt[3]{9};$$

$$5) \quad \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{8^{\frac{1}{3}}}{27^{\frac{1}{3}}} = \frac{(2^3)^{\frac{1}{3}}}{(3^3)^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3}; \quad \left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{2}{3}.$$

**Масъалаи 2.** Ҳисоб кунед:  $25^{\frac{1}{5}} \cdot 125^{\frac{1}{5}}$ .

$$\Delta \quad 25^{\frac{1}{5}} \cdot 125^{\frac{1}{5}} = (25 \cdot 125)^{\frac{1}{5}} = (5^5)^{\frac{1}{5}} = 5. \quad \blacktriangle$$

**Масъалаи 3.** Ифодаро содда кунед:  $\frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}$ .

$$\Delta \quad \frac{a^{\frac{4}{3}}b + ab^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} = \frac{ab\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = ab. \quad \blacktriangle$$

**Масъалаи 4.** Ифодаро содда кунед:  $\frac{\frac{1}{a^3} - a^{\frac{7}{3}}}{\frac{1}{a^3} - a^{\frac{4}{3}}} - \frac{a^{-\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} + a^{-\frac{1}{3}}}.$

$$\begin{aligned} \Delta \quad & \frac{\frac{1}{a^3} - a^{\frac{7}{3}}}{\frac{1}{a^3} - a^{\frac{4}{3}}} - \frac{a^{-\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} + a^{-\frac{1}{3}}} = \frac{\frac{1}{a^3}(1-a^2)}{a^{\frac{1}{3}}(1-a)} - \frac{a^{-\frac{1}{3}}(1-a^2)}{a^{-\frac{1}{3}}(1+a)} = \\ & = 1 + a - (1 - a) = 2a. \quad \blacktriangle \end{aligned}$$

Дар мисоли  $3^{\sqrt{2}}$  чӣ гуна дохил кардани дараҷаи нишондиҳандааш ирратсионалиро дида мебароем. Қимматҳои тақрибиии  $\sqrt{2}$ -ро то 0,1; 0,01; 0,001; ... ва ҳоказо пай дар пай дақиқ менависем. Дар он ҳол пайдарпаии зерин ҳосил мешавад:

$$1,4; 1,41; 1,414; 1,4142; \dots$$

Пайдарпаии нишондиҳандааш дараҷаи адади 3-ро бо ҳамин нишондиҳандаҳои ратсионалӣ менависем:

$3^{1,4}; 3^{1,41}; 3^{1,414}; 3^{1,4142}; \dots$  Қимати тақрибии пайдарпаи ягон адади ҳақиқии монанди  $3^{\sqrt{2}}$  ишорашуда будани ин дараҷаҳоро бо таври зерин нишон додан мумкин аст:

$$3^{1,4} = \underline{4}, 6555355,$$

$$3^{1,41} = \underline{4,7}069644,$$

$$3^{1,414} = \underline{4,72}76942,$$

$$3^{1,442} = \underline{4,728}7329,$$

$$3^{\sqrt{2}} \approx \underline{4,7288033}.$$

Асоси мусбати  $a$  ва дараҷаи  $a^b$ -и нишондиҳандаи ирратсионалии дилҳоҳ ҳамин тавр таъриф дода мешавад. Ҳамин тавр акнун дараҷаи асоси мусбат барои нишондиҳандаи дилҳоҳи ҳақиқӣ таъриф карда мешавад, илова бар ин, ҳосиятҳои дараҷаи нишондиҳандаи ҳақиқӣ ба ҳосиятҳои дараҷаи нишондиҳандаи ратсионалӣ монанд мебошанд.

### Машқұо

**115.** (Шифохұ.) Дар намуди дарақтаи нишондиҳандааш ратсионал ғана сөзбен сөйлемдесед:

$$1) \sqrt{x^3}; \quad 2) \sqrt[3]{a^4}; \quad 3) \sqrt[4]{b^3}; \quad 4) \sqrt[5]{x^{-1}}; \quad 5) \sqrt[6]{a}; \quad 6) \sqrt[7]{b^{-3}}.$$

**116.** (Шифохұй). Дар шакли решай дарақтаи нишондиҳандааш бутун ифода күнед:

$$1) x^{\frac{1}{4}}; \quad 2) y^{\frac{2}{5}}; \quad 3) a^{-\frac{5}{6}}; \quad 4) b^{-\frac{1}{3}}; \quad 5) (2x)^{\frac{1}{2}}; \quad 6) (3b)^{-\frac{2}{3}}.$$

Хисоб күнед (**117–120**):

$$117. \quad 1) 64^{\frac{1}{2}}; \quad 2) 27^{\frac{1}{3}}; \quad 3) 8^{\frac{2}{3}};$$

$$4) 81^{\frac{3}{4}}; \quad 5) 16^{-0,75}; \quad 6) 9^{-1,5}.$$

$$118. \quad 1) 2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{\frac{11}{5}}; \quad 2) 5^{\frac{2}{7}} \cdot 5^{\frac{5}{7}}; \quad 3) 9^{\frac{2}{3}} : 9^{\frac{1}{6}}; \quad 4) 4^{\frac{1}{3}} : 4^{\frac{5}{6}};$$

$$5) (7^{-3})^{-\frac{2}{3}}; \quad 6) \left(8^{\frac{1}{12}}\right)^{-4}; \quad 7) 8^{\frac{4}{5}} : 8^{\frac{7}{15}}; \quad 8) (5^{-4})^{-\frac{3}{4}}.$$

$$119. \quad 1) 9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}}; \quad 2) 7^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{\frac{2}{3}}; \quad 3) 144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}}; \quad 4) 150^{\frac{3}{2}} : 6^{\frac{3}{2}}.$$

$$120. \quad 1) \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}; \quad 2) (0,04)^{-1,5} - (0,125)^{-\frac{2}{3}};$$

$$3) 8^{\frac{9}{7}} : 8^{\frac{2}{7}} - 3^{\frac{6}{5}} \cdot 3^{\frac{4}{5}}; \quad 4) \left(5^{-\frac{2}{5}}\right)^{-5} + \left((0,2)^{\frac{3}{4}}\right)^{-4}.$$

**121.** Хисоб күнед:

$$1) a=0,09 \text{ бошад, қимати } \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a} \text{ -по;}$$

$$2) b=27 \text{ бошад, қимати } \sqrt{b} : \sqrt[6]{b} \text{ -по;}$$

$$3) b=1,3 \text{ бошад, қимати } \frac{\sqrt{b} \cdot \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[6]{b}} \text{ -по;}$$

$$4) a=2,7 \text{ бошад, қимати } \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[12]{a^5} \text{ -по.}$$

**122.** Дар шакли дарацаи нишондиҳандааш ратсионалӣ тасвир кунед:

$$1) \ a^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{a};$$

$$2) \ b^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{b};$$

$$3) \ \sqrt[3]{b} : b^{\frac{1}{6}};$$

$$4) \ a^{\frac{4}{3}} : \sqrt[3]{a};$$

$$5) \ x^{1,7} \cdot x^{2,8} : \sqrt{x^5};$$

$$6) \ y^{-3,8} : y^{-2,3} \cdot \sqrt{y^3}.$$

Ифодаро содда кунед (**123–124**):

$$123. 1) \ (a^4)^{-\frac{3}{4}} \cdot \left(b^{-\frac{2}{3}}\right)^{-6}; \quad 2) \ \left(\left(\frac{a^6}{b^{-3}}\right)^4\right)^{\frac{1}{12}}; \quad 3) \ (a^{-7})^{-\frac{5}{7}} \cdot \left(b^{-\frac{3}{4}}\right)^{-4}.$$

$$124. 1) \ \frac{a^{\frac{4}{3}}(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}})}{a^{\frac{1}{4}}(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}})}; \quad 2) \ \frac{\frac{1}{b^5}(\sqrt[5]{b^4} - \sqrt[5]{b^{-1}})}{b^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{b} - \sqrt[3]{b^{-2}})}; \quad 3) \ \frac{a^{\frac{5}{3}}b^{-1} - ab^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}};$$

$$4) \ \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}};$$

$$5) \ \frac{a^{-\frac{1}{3}}(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{4}{3}})}{a^{\frac{2}{5}}(a^{\frac{8}{5}} - a^{-\frac{2}{5}})};$$

$$6) \ \frac{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{b}}.$$

**125.** Ҳисоб кунед:

$$1) \ \left(2^{\frac{5}{3}} \cdot 3^{-\frac{1}{3}} - 3^{\frac{5}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}}\right) \cdot \sqrt[3]{6}; \quad 2) \ \left(5^{\frac{1}{4}} : 2^{\frac{3}{4}} - 2^{\frac{1}{4}} : 5^{\frac{3}{4}}\right) \cdot \sqrt[4]{1000}.$$

**126.** Ифодаро содда кунед:

$$1) \ a^{\frac{1}{9}} \sqrt[6]{a\sqrt{a}}; \quad 2) \ b^{\frac{1}{12}} \sqrt[3]{b\sqrt[4]{b}}; \quad 3) \ (\sqrt[3]{ab^{-2}} + (ab)^{-\frac{1}{6}}) \sqrt[6]{ab^4};$$

$$4) \ (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} - \sqrt[3]{ab}); \quad 5) \ \frac{x-y}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}; \quad 6) \ \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}};$$

$$7) \ \frac{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}}{m+2\sqrt{mn+n}}; \quad 8) \ \frac{c-2c^{\frac{1}{2}}+1}{\sqrt{c}-1}; \quad 9) \ (\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b})(a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}).$$

Ифодаро содда кунед: (**127–129**):

$$127. 1) \ \left(1 - 2\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{b}{a}\right) : \left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}\right)^2; \quad 2) \ \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right) : \left(2 + \sqrt[3]{\frac{a}{b}} + \sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right);$$

$$3) \frac{\frac{1}{a^4} - \frac{9}{a^4}}{\frac{1}{a^4} - \frac{5}{a^4}} - \frac{b^{-\frac{1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} - b^{-\frac{1}{2}}};$$

$$128. 1) \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{ab^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} - \frac{2a^2 - 4ab}{a-b};$$

$$3) \frac{1}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} - \frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}{\frac{2}{a^{\frac{2}{3}}} - \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}};$$

$$129. 1) \frac{a-b}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{a+b}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}};$$

$$3) \frac{a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}{a-b} - \frac{1}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}};$$

$$4) \frac{\sqrt{a} - a^{-\frac{1}{2}}b}{1 - \sqrt{a^{-1}b}} - \frac{\sqrt[3]{a^2} - a^{-\frac{1}{3}}b}{\sqrt[6]{a} + a^{-\frac{1}{3}}\sqrt{b}}.$$

$$2) \frac{3xy - y^2}{x-y} - \frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{y\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}};$$

$$4) \frac{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} - \frac{a-b}{a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}}},$$

$$2) \frac{a+b}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} - \frac{a-b}{a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}},$$

$$4) \frac{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}{a+b} + \frac{1}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}.$$

## § 10. СОДДА КАРДАНИ ИФОДАХОИ АЛГЕБРАВИИ ДАРАЦАИ НИШОНДИХАНДААШ РАТСИОНАЛЙ

Барои ҳалли мисолҳои оид ба ин мавзӯй аз қасрҳои алгебравӣ ва амалҳо бо онҳо, формулаҳои зарби муҳтасар ва хосиятҳои дараҷаи нишондихандаш ратсионалӣ истифода бурда мешавад.

**Масъалаи 1.** Ифодаро содда кунед:

$$\left[ \frac{\left( x^4 + y^4 \right)^2 + \left( x^4 - y^4 \right)^2}{x + (xy)^{\frac{1}{2}}} \right]^5 \cdot x^3 \cdot \sqrt[3]{x\sqrt{x}}, \quad x > 0, \quad y > 0.$$

△ 1)  $\sqrt[3]{x\sqrt{x}} = \sqrt[3]{\sqrt{x^3}} = \sqrt[6]{x^3} = \sqrt{x};$

2) ифодадаҳои доҳилӣ қавси квадратиро ба квадрат бардошта ва аз

$$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} \text{ истифода мебарем.}$$

$$\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{xy} + \sqrt{y} + \sqrt{x} - 2\sqrt[4]{xy} + \sqrt{y} = 2(\sqrt{x} + \sqrt{y});$$

3) аз маҳрачи ҳамин ифода  $\sqrt{x}$ -ро аз қавс берун мебарорем  
 $x + \sqrt{xy} = \sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y});$

4) дар ин ҳол  $\frac{2(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{x}\cdot(\sqrt{x}+\sqrt{y})} = \frac{2}{\sqrt{x}};$

5)  $\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^5 \cdot x^3 \sqrt{x} = \frac{32}{x^2 \sqrt{x}} \cdot x^3 \sqrt{x} = 32 \cdot x$

**Чавоб:**  $32 \cdot x$ . 

**Масъалаи 2.** Ифодаро содда қунед ва қимати онро ҳангоми  $x = 0,16$ ,  $y = 25$  ёбед:

$$\left( \frac{\sqrt[4]{x^3 y} - \sqrt[4]{xy^3}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}} + \frac{1 + \sqrt{xy}}{\sqrt[4]{xy}} \right)^{-2} \cdot \left( 1 + 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad x > 0, \quad y > 0.$$

1)  $\frac{\sqrt[4]{x^3 y} - \sqrt[4]{xy^3}}{\sqrt{y} - \sqrt{x}} = \frac{\sqrt[4]{xy} \cdot (\sqrt{x} - \sqrt{y})}{\sqrt{y} - \sqrt{x}} = -\sqrt[4]{xy};$

2)  $-\sqrt[4]{xy} + \frac{1 + \sqrt{xy}}{\sqrt[4]{xy}} = \frac{-\sqrt{xy} + 1 + \sqrt{xy}}{\sqrt[4]{xy}} = \frac{1}{\sqrt[4]{xy}};$

3)  $\left( \frac{1}{\sqrt[4]{xy}} \right)^{-2} = \sqrt{xy};$

4)  $\left( 1 + 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \left( 1 + \sqrt{\frac{y}{x}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \sqrt{\frac{y}{x}};$

5)  $\sqrt{xy} \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{y}{x}} \right) = \sqrt{xy} + y.$

Агар  $x = 0,16$  ва  $y = 25$  бошад,  $\sqrt{0,16 \cdot 25} + 25 = \sqrt{4} + 25 = 27$ .

**Чавоб:**  $\sqrt{xy} + y$ ; 27. 

**Масъалаи 3.** Ифодаро содда кунед ва қимати онро ҳангоми :

$a = 25$ ,  $b = 0,656$  будан ёбед:

$$\frac{(\sqrt[8]{a} + \sqrt[8]{b})^2 + (\sqrt[8]{a} - \sqrt[8]{b})^2}{a - \sqrt{ab}} : \frac{(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{ab} + \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{ab} + \sqrt[4]{b})}{\sqrt[4]{a^3 b} - b}.$$

△ 1) сурати касри якумро ба квадрат мебардорем, аз маҳраҷ  $\sqrt{a}$ -ро аз қавс мебарорем. Пас, аз содда кардан касри якум ба

$$\frac{2}{\sqrt{a}(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})} \text{ баробар мешавад.}$$

2) Аз формулаи зарби муҳтасар истифода бурда сурати касри дуюмро кушоем  $\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab} + \sqrt{b}$  ҳосил мешавад.

3) Аз маҳраҷ  $\sqrt[4]{b}$ -ро аз қавс бароварда ва тарафи рости  $(x^3 - y^3)$ -ро истифода барем, дар ин ҳол касри дуюм ба  $\frac{1}{\sqrt[4]{b}(\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})}$  баробар мешавад;

4) Ва ниҳоят, касри якумро ба дуюм тақсим кунем натиҷа ба  $\frac{2\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a}}$  баробар мешавад.  $a = 25$ ,  $b = 0,6561$  бошад, ин ифода ба

$$\frac{2\sqrt[4]{0,6561}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5} \cdot 0,9 = 0,36 \text{ баробар мешавад.}$$

Ҷавоб:  $\frac{2\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a}}$ ; 0,36. ▲

### Mашқҳо

**Ифодаро содда кунед (130–146):**

130. 
$$\left[ \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \left( \frac{1}{a^2} + 5\frac{1}{b^2} \right) - \left( \frac{1}{a^2} + 2\frac{1}{b^2} \right) \left( \frac{1}{a^2} - 2\frac{1}{b^2} \right) \right] : \left( 2a + 3\frac{1}{a^2 b^2} \right).$$

131. 
$$\left| \frac{(\sqrt{a}+1)^2 - \frac{a-\sqrt{ax}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}}{(\sqrt{a}+1)^3 - a\sqrt{a} + 2} \right|^{-3}.$$

$$132. \left[ \frac{\frac{4a-9a^{-1}}{1} + \frac{a-4+3a^{-1}}{2}}{\frac{2a^{\frac{1}{2}}-3a^{-\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}} \right]^2.$$

$$133. \left[ (a-b) \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} + a-b \right] \left[ (a-b) \left( \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} - 1 \right) \right].$$

$$134. \left( \sqrt{ab} - \frac{ab}{a+\sqrt{ab}} \right) : \frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}{a-b}.$$

$$135. \left( a+b^{\frac{3}{2}} : \sqrt{a} \right)^{\frac{2}{3}} \left( \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \right)^{-\frac{2}{3}}.$$

$$136. \left[ \frac{1}{\frac{1}{x^2-4x}-\frac{1}{2}} + \frac{2\sqrt[3]{x}}{x\sqrt[3]{x}-4\sqrt[3]{x}} \right]^{-2} - \sqrt{x^2+8x+16}.$$

$$137. \left( \frac{\sqrt[4]{ax^3}-\sqrt[4]{a^3x}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}} + \frac{1+\sqrt{ax}}{\sqrt[4]{ax}} \right)^{-2} \sqrt{1+2\sqrt{\frac{a}{x}+\frac{a}{x}}}.$$

$$138. \frac{(a-b^2)\sqrt{3}-b\sqrt{3}\sqrt[3]{-8b^3}}{\sqrt{2(a-b^2)^2+(2b\sqrt{2a})^2}} \cdot \frac{\sqrt{2a}-\sqrt{2c}}{\sqrt{\frac{3}{a}}-\sqrt{\frac{3}{c}}}.$$

$$139. \left[ \left( \sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{a} \right)^{-1} + \left( \sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{a} \right)^{-1} \right]^{-2} : \frac{x-a}{4\sqrt{x}+4\sqrt{a}}.$$

$$140. \frac{\left( \frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right)^3 + 2a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{3a^2+3b\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{ab}-a}{a\sqrt{a}-b\sqrt{a}}.$$

$$141. \frac{\left( \sqrt{a}-\sqrt{b} \right)^3 + 2a^2 : \sqrt{a}+b\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}} + \frac{3\sqrt{ab}-3b}{a-b}.$$

$$142. \left( \frac{1}{\left( \frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}{a^2 + b^2} \right)^{-2}} \left( \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\frac{\frac{3}{a^2} - \frac{3}{b^2}}{a^2 - b^2}} \right)^{-1} \right) (ab)^{\frac{1}{2}}.$$

$$143. \left[ \left( \frac{a^2 - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt[3]{b}} + a\sqrt[3]{b} \right) : \left( a + \sqrt[6]{a^3 b^2} \right) - \sqrt[3]{b} \right]^2.$$

$$144. \left[ \frac{a^2 \sqrt[4]{x} + x \sqrt{a}}{a \sqrt[4]{x} + \sqrt{ax}} - \sqrt{a^2 + x + 2a\sqrt{x}} \right]^4.$$

$$145. \left[ \frac{x\sqrt{x} - x}{\left( \frac{\sqrt[4]{x^3} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1} - \sqrt{x} \right) \left( \frac{\sqrt[4]{x^3} + 1}{\sqrt[4]{x} + 1} - \sqrt{x} \right)} \right]^3.$$

$$146. \frac{\frac{a+x}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{x^2}} + \frac{\sqrt[3]{ax^2} - \sqrt[3]{a^2 x}}{\sqrt[3]{a^2} - 2\sqrt[3]{ax} + \sqrt[3]{x^2}}}{\sqrt[6]{a} - \sqrt[6]{x}} - \sqrt[6]{x}.$$

### Машқҳо оид ба боби I

Касрҳоро ба маҳрачи умумий оваред:

$$147. \text{ 1) } \frac{5a}{a^3 - 27}, \frac{a-3}{a^2 + 3a + 9} \text{ va } \frac{1}{a-3}; \quad \text{ 2) } \frac{3}{x+2}, \frac{x+1}{x^3 + 8} \text{ va } \frac{x+2}{x^2 - 2x + 4}.$$

Амалҳоро ичро кунед (148–149):

$$148. \text{ 1) } \frac{a+3}{5} + \frac{7+a}{10} + \frac{a-3}{2};$$

$$3) \quad \frac{a-2}{45} - \frac{a+5}{15} - \frac{a-9}{9};$$

$$2) \quad \frac{b-7}{4} + \frac{5b-2}{3} + \frac{3b-1}{8};$$

$$4) \quad \frac{b}{12} - \frac{3b+1}{9} - \frac{2b-1}{4}.$$

$$149. 1) \frac{y}{n-2} + \frac{z}{2-n};$$

$$2) \frac{p+2q}{3p-q} - \frac{5q-2p}{q-3p};$$

Амалҳои нишондодашударо ичро кунед (150–152):

$$150. 1) \frac{a^2 - 2ab + b^2}{a^2 - ab + b^2} : \frac{8a - 8b}{a^3 + b^3};$$

$$2) \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + ab + b^2} \cdot \frac{a^3 - b^3}{7a + 7b}.$$

$$151. 1) \frac{64x^2 - 1}{x^2 - 4} \cdot \frac{(x+2)^2}{x^2 - 4} \cdot \frac{(x-2)^2}{8x+1};$$

$$2) \frac{x-6}{x^2 + 6x + 9} \cdot \frac{x^2 + 4x + 4}{(x^2 + 2)(x-2)} \cdot \frac{x^3 - 9x}{(x-6)(x+2)};$$

$$3) \frac{am^2 - an^2}{m^2 + 2mn + n^2} : \frac{am^2 + 2amn + an^2}{3m + 3n};$$

$$4) \frac{ab - 4b - 2a + 8}{2a + 8 - ab - 4b} : \frac{2a - 8 - ab + 4b}{ab + 4b - 2a - 8}.$$

$$152. 1) (x^2 - 1) \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{1+x} + 1 \right);$$

$$3) \left( \frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \left( \frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} \right);$$

$$2) \left( 1 + a - \frac{a^2 + 3}{a+1} \right) (1 - a^2);$$

$$4) \left( \frac{2-a}{2+a} - \frac{a+2}{a-2} \right) : \left( \frac{2+a}{2-a} + \frac{a-2}{a+2} \right).$$

Ҳисоб кунед (153–154):

$$153. 1) (0,175)^0 + (0,36)^{-2} - 1^{\frac{4}{3}};$$

$$2) 1^{-0,43} - (0,008)^{\frac{1}{3}} + (15,1)^0;$$

$$3) \left(\frac{4}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}} + 4 \cdot 379^0;$$

$$4) (0,125)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{3}{4}\right)^2 - (1,85)^0.$$

$$154. 1) 9,3 \cdot 10^{-6} : (3,1 \cdot 10^{-5});$$

$$2) 1,7 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^7;$$

$$3) 8,1 \cdot 10^{16} \cdot 2 \cdot 10^{-14};$$

$$4) 6,4 \cdot 10^5 : (1,6 \cdot 10^7);$$

5)  $2 \cdot 10^{-1} + \left(6^0 - \frac{1}{6}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1};$

6)  $3 \cdot 10^{-1} - \left(8^0 - \frac{1}{8}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{-1}.$

**155.** Қимати ифодаро ёбед:

1)  $\left(\frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}}}{x^{\frac{1}{6}}}\right)^{-2}$ , дар ин чо  $x = \frac{7}{9}$ ;     $\left(\frac{a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{9}}}{a^{-\frac{2}{9}}}\right)^{-3}$ , дар ин чо  $a = 0,1$ .

**156.** Ифодаро содда кунед:

1)  $(\sqrt[3]{125x} - \sqrt[3]{8x}) - (\sqrt[3]{27x} - \sqrt[3]{64x});$     3)  $\left(\frac{3}{\sqrt{1+a}} + \sqrt{1-a}\right) : \frac{3+\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}};$

2)  $(\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{16x}) + (\sqrt[4]{81x} - \sqrt[4]{625x});$     4)  $\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}\right) : (\sqrt{x^2 - y^2} - x).$

**157.** Ҳисоб кунед:

1)  $\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 10000^{0,25} - \left(7\frac{19}{32}\right)^{\frac{1}{5}};$     2)  $(0,001)^{-\frac{1}{3}} - 2^{-2} \cdot 64^{\frac{2}{3}} - 8^{-1\frac{1}{3}};$

3)  $27^{\frac{2}{3}} - (-2)^{-2} + \left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}};$     4)  $(-0,5)^{-4} - 625 - \left(2\frac{1}{4}\right)^{-1\frac{1}{2}}.$

**158.** Дар қадом қимати  $x$  ифода маъно дорад:

1)  $\sqrt[4]{x^2 - 4};$     2)  $\sqrt[3]{x^2 - 5x + 6};$     3)  $\sqrt[6]{\frac{x-2}{x+3}},$

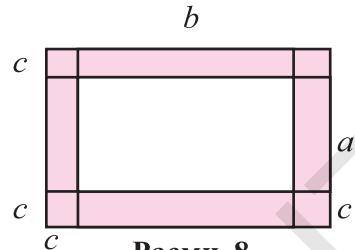
4)  $\sqrt[4]{x^2 - 5x + 6};$     5)  $\sqrt[8]{x^3 - x};$     6)  $\sqrt[6]{x^3 - 5x^2 + 6x}?$

**159.** Ифодаро содда кунед:

1)  $\frac{a^{\frac{1}{4}} - a^{-\frac{7}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} - a^{-\frac{3}{4}}};$     2)  $\frac{a^{\frac{4}{3}} - a^{-\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{2}{3}}};$     3)  $\frac{b^{\frac{5}{4}} + 2b^{\frac{1}{4}} + b^{-\frac{3}{4}}}{b^{\frac{3}{4}} - b^{-\frac{1}{4}}},$

4)  $\frac{a^{-\frac{4}{3}}b^{-2} - a^{-2}b^{-\frac{4}{3}}}{a^{-\frac{5}{3}}b^{-2} - b^{-\frac{5}{3}}a^{-2}};$     5)  $\frac{\sqrt{a^3b^{-1}} - \sqrt{a^{-1}b^3}}{\sqrt{ab^{-1}} - \sqrt{a^{-1}b}};$     6)  $\frac{a^{\frac{3}{4}}b^{-\frac{1}{4}} - a^{-\frac{1}{4}}b^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}b^{-\frac{1}{4}} - a^{-\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}}.$

- 160.** 1) Аз рўи ченакҳои додашуда формулаи ҳисоб кардани масоҳати шакли ранг-кардашударо ҳосил кунед (расми 8);  
 2) Дуруст будани баробарии
- $$2bc + 2c(a - 2c) = 2ac + 2c(b - 2c)$$
- ро бо ёрии шакл нишон дихед.



Расми 8.

- 3) Масоҳати штирих кардашударо ба сифати фарқи масоҳатҳои ду росткунча тасвир кунед. Аз ин истифода бурда баробарии
- $$ab - (b - 2c)(a - 2c) = 2ac + 2c \cdot (b - 2c)$$
- ро исбот кунед

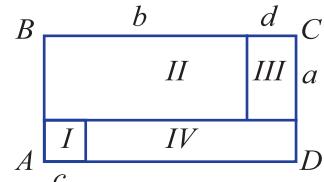
- 161.** Дурустии баробариҳоро санҷед, ба онҳо шарҳи геометрӣ дихед. Шаклҳои мувофиқро созед:

- 1)  $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$ ;
- 2)  $(a + b)(c - d) = ac + bc - ad - bd$ ;
- 3)  $(a + b + c)(d + l) = ad + bd + cd + al + bl + cl$ .

- 162.** 1) Дурустии баробариҳоро исбот кунед:

$$c^2 + b(a - c) + (b + d - c)c + d(a - c) = a(b + d).$$

- 2) Барои ҳисоб кардани масоҳати росткунчаи  $ABCD$  дуто ифода тартиб дихед(расми 9). Масоҳати росткунчаи  $ABCD$  ба ҳосили ҷамъи масоҳатҳои росткунчаҳои I, II, III ва IV баробар буданаш истифода бурда ба баробарии якум шарҳи геометрӣ дихед.



Расми 9



**№2**

*Ҳосили ҷамъи рақамҳои адади  $N$  ба 2006 баробар аст. Адади  $N$  -ро ба намуди ҳосили зарби ду адади баробар навиштан мумкин аст ё не?*

## ХУДРО БИСАНЧЕД !

1. Қимати касрхоро ёбед, ки касрҳо маънно дорад

$$\frac{a}{b}; \frac{3}{c-1}; \frac{k}{d+2}.$$

2. Амалҳоро ичро кунед:

$$1) 4a + \frac{1-4a^2}{a};$$

$$2) \frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b};$$

$$3) \frac{2a-4}{3b} \cdot \frac{6b}{a-2};$$

$$4) \frac{a^2-b^2}{b^2} : \frac{a+b}{b}.$$

3. Ифодаро содда кунед ва қимати онро ҳангоми  $x = 2\frac{2}{3}$  будан ёбед:

$$\frac{1+2x}{x-3} - \frac{x^2+3x}{5} \cdot \frac{10}{x^2-9}.$$

4. Ҳисоб кунед:

$$1) 3^{-5} : 3^{-7} - 2^{-2} \cdot 2^4 + \left( \left( \frac{2}{3} \right)^{-1} \right)^3;$$

$$2) \sqrt[5]{3^{10} \cdot 32} - \frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{3}};$$

$$3) 25^{\frac{3}{2}} \cdot 25^{-1} + (5^3)^{\frac{2}{3}} : 5^3 - 48^{\frac{2}{3}} : 6^{\frac{2}{3}};$$

$$4) 4^{-7} : 4^{-10} - 3^{-2} \cdot 3^5 + \left( \frac{1}{2} \right)^{-2}.$$

5. Ифодаро содда кунед:

$$1) \frac{3x^{-9} \cdot 2x^5}{x^{-4}};$$

$$2) (x^{-1} + y^{-1}) \left( \frac{1}{xy} \right)^{-2};$$

$$3) \frac{2a^{-8} \cdot 4a^3}{16 \cdot a^{-5}}.$$

6. Ифодаи  $\frac{a^{\frac{5}{3}}}{\sqrt[3]{a^5} \cdot a^{-\frac{3}{4}}}$  -ро содда кунед ва қимати аддии онро ҳангоми  $a=81$  будан ёбед.



## Машқҳои санчишӣ тестҳо доир ба боби I

1. Касрро ихтисор кунед:  $\frac{27a^2 - 36ab + 12b^2}{9a^2 - 4b^2}$ .

A)  $\frac{3(3a - 2b)}{3a + 2b}$ ;      Б)  $\frac{3a - 2b}{3a + 2b}$ ;      В)  $\frac{39 - 36ab}{5}$ ;      Г)  $\frac{3a^2 - 36ab + 3b^2}{a^2 - b^2}$ .

2. Касрро ихтисор кунед:  $\frac{7a^2(ab^2 - 9a)}{3a(21a - 7ab)}$ .

A)  $\frac{7a(ab^2 - 9a)}{3(21a - 7ab)}$ ;      Б)  $\frac{-a(b+3)}{3}$ ;      В)  $\frac{7(ab^2 - 9a)}{3(21 - 7b)}$ ;      Г)  $\frac{a(b-3)}{3}$ .

3. Амалҳоро ичро кунед:  $\frac{4}{a+b} + \frac{5}{a-b} - \frac{10b}{a^2 - b^2}$ .

A)  $\frac{9}{a-b}$ ;      Б)  $\frac{9}{a+b}$ ;      В)  $\frac{-9}{a+b}$ ;      Г)  $\frac{9(a+b)}{a-b}$ .

4. Аз каср касрро тарҳ кунед:  $\frac{a^2 + 9}{a^3 + 27} - \frac{1}{a+3}$ .

A)  $\frac{1}{a^2 + 9}$ ;      Б)  $\frac{3}{a^2 + 9}$ ;      В)  $\frac{a}{a^3 + 9}$ ;      Г)  $\frac{3a}{a^3 + 27}$ .

5. Касрҳоро зарб намоед:  $\frac{9a^2 - 16b^2}{6a + 8b} \cdot \frac{6a^2}{12b - 9a}$ .

A)  $a^2$ ;      Б)  $-a^2$ ;      В)  $\frac{a^2}{3a - 4b}$ ;      Г)  $\frac{6}{3a + 4b}$ .

6. Касрҳоро тақсим кунед:  $\frac{4a^2 - 20ab + 25b^2}{5b + 4} : \frac{(2a - 5b)^2}{25b^2 - 16}$ .

A)  $\frac{5b + 4}{2a - 5b}$ ;      Б)  $\frac{2a - 5b}{5b - 4}$ ;      В)  $5b - 4$ ;      Г)  $5b + 4$ .

7. Касрро ихтисор кунед:  $\frac{8a^2 - 22ab + 15b^2}{16a^2 - 25b^2}$ .  
A)  $\frac{2a-3b}{4a+5b}$ ;      Б)  $\frac{2a+3b}{4a-5b}$ ;      В)  $\frac{4a-5b}{4a+5b}$ ;      Г)  $\frac{4a+3b}{2a-5b}$ .
8. Касрхоро тарх кунед:  $\frac{9x^2 + 16}{27x^3 + 64} - \frac{1}{3x+4}$ .  
A)  $\frac{9x^2 + 16}{3x+4}$ ;      Б)  $\frac{-12x}{27x^3 + 64}$ ;      В)  $\frac{12x}{27x^3 + 64}$ ;      Г)  $\frac{9x^2 + 4}{27x^3 - 64}$ .
9. Амалхоро ичро кунед:  $\frac{4}{3a+2b} - \frac{2}{2b-3a} + \frac{8b}{4b^2 - 9a^2}$ .  
A)  $\frac{6}{3a-2b}$ ;      Б)  $\frac{6}{3a+2b}$ ;      В)  $\frac{12a}{9a^2 - 4b^2}$ ;      Г)  $\frac{12b}{2b-3a}$ .
10. Ҳисоб кунед:  $(-8)^2 - (-5)^3 - (12)^{-1}$ .  
A)  $188\frac{11}{12}$ ;      Б)  $-61\frac{1}{12}$ ;      В)  $189\frac{1}{12}$ ;      Г)  $61\frac{1}{12}$ .
11. Ҳисоб кунед:  $(-0,2)^{-3} + (0,2)^{-2} - (-2)^{-2}$ .  
A)  $-150\frac{1}{4}$ ;      Б)  $-100\frac{1}{4}$ ;      В)  $99\frac{1}{4}$ ;      Г) 11,25.
12. Ҳисоб кунед:  $\frac{\sqrt[3]{-16} + \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{-250}}$ .  
A)  $\sqrt[3]{2}$ ;      Б) 1;      В) -1;      Г)  $\frac{9}{5}$ .
13. Ҳисоб кунед:  $\sqrt[4]{\frac{(4,15)^3 - (1,61)^3}{2,54} + 4,15 \cdot 1,61}$ .  
A) 3,4;      Б) 5,76;      В) 24;      Г) 2,4.
14. Ҳисоб кунед:  $\sqrt[3]{\frac{(2,08)^3 + (2,016)^3}{4,096} - 2,08 \cdot 2,016}$ .  
A) 0,16;      Б) 4,096;      В) 1,6;      Г) 0,8.

**15.** Ҳисоб кунед:  $\sqrt{2\sqrt{2}+1} \cdot \sqrt[4]{9-4\sqrt{2}}$ . Нишиондоод:  $\sqrt{a} \cdot \sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{a^2 \cdot b}$ .

- А)  $\sqrt{7}$ ;      Б)  $2\sqrt{15}$ ;      В)  $3-2\sqrt{2}$ ;      Г) 7.

**16.** Ҳисоб кунед:  $\sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[6]{7+4\sqrt{3}}$ . Нишиондоод:  $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{b} = \sqrt[6]{a^2 \cdot b}$ .

- А) -1;      Б) 1;      В)  $3+2\sqrt{3}$ ;      Г)  $5+3\sqrt{3}$ .

**17.** Ҳисоб кунед:  $\frac{\sqrt[3]{45-29\sqrt{2}} \cdot (3-\sqrt{2})}{11-6\sqrt{2}}$ . Нишиондоод:  $\sqrt[3]{a} \cdot b = \sqrt[3]{a \cdot b^3}$ .

- А)  $5-\sqrt{2}$ ;      Б)  $5\sqrt{2}$ ;      В) -1;      Г) 1.

**18.** Ҳисоб кунед:  $\sqrt[3]{64}$ .

- А) 2;      Б)  $\sqrt{2}$ ;      В)  $2\sqrt{2}$ ;      Г) -2.

**19.** Ҳисоб кунед:  $\frac{\sqrt[3]{98} \cdot \sqrt[3]{-112}}{\sqrt[3]{500}}$ .

- А)  $-\sqrt[3]{4}$ ;      Б) 2,84;      В) -2,8;      Г) -1,4.

**20.** Ҳангоми  $a=125$  будан  $\sqrt{a} : \sqrt[6]{a}$  қимати ифодаро ёбед:

- А) -25;      Б) 15;      В) -5;      Г) 5.

**21.** Ҳангоми  $a=0,04$  будан  $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}$  қимати ифодаро ёбед:

- А) 0,2;      Б)  $\sqrt[3]{0,4}$ ;      В) 0,4;      Г) -0,2.

**22.** Ифодаро содда кунед:  $(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}) \cdot \left( a^{\frac{2}{3}} + \sqrt[3]{ab} + b^{\frac{2}{3}} \right)$ .

- А)  $a+b$ ;      Б)  $a-b$ ;      В)  $a^3+b^3$ ;      Г)  $a^3-b^3$ .



## Маълумотҳои таърихӣ

Формулаҳои зарби мухтасар, маълумотҳо оид ба касрҳо дар рисолаҳои қадимӣ вомехӯрад. Масалан, касрҳои алгебравӣ дар асарҳои „Ал-Фахрӣ ал-Кариҷи“, „Китаб ал ҷабр ва ал-муқобала“ олимест Миср Абу Комил вомехурад (850—930) омухта шудааст. Абу Комил олими доир ба алгебра байд аз ал-Хоразмӣ якумин китоб навистааст.

Абу Комил дар асари ҳуд ба муносибатҳои соддаи

$$\text{Ифодаҳои } \left(\frac{a}{b}\right) \cdot b = a, \quad \frac{a}{b} = \frac{a^2}{ab}, \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1, \quad \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

намуд дошта эътибор додааст.

Ба касрҳои алгебравӣ И.Ньютон дар китоби "Арифметикаи умумӣ" ҷои кофӣ додааст.

"Касри  $\frac{a}{b}$  бузургие аст, ки ҳангоми  $a$ -ро ба  $b$  тақсим кардан

ҳосил шудааст. Ҳудди ҳамин тавр, бузургии  $\frac{aa - bb}{a + x}$  ҳангоми  $aa - bb$  -ро ба  $a + x$  тақсим кардан ҳосил мешавад", — мегӯяд И.Ньютон.

Дараҷаи нишондиҳандааш ратсионалӣ аз тарафи И.Ньютон (1643–1727) дохил карда шудааст. Барои дилҳоҳ адади ҳақиқии  $a$ , мағҳуми дараҷа  $a^x$ ,  $x > 0$ , дар асари Эйлер (1707–1783) "Сарсухани таҳлил" оварда шудааст.

Абу райҳон Беруний дар асари „Қонуни Масъудӣ“ қайд кардааст, ки "Нисбати дарозии давра ба диаметри он адади иратсионали аст." Дар Юнони Қадим исбот карда буданд, ки агар тарафи квадрат ба воҳиди ченаки дарозӣ баробар бошад дарозии диагонали онро бо адади ратсионалӣ ифода карда намешавад. Дар асрҳои V–IV пеш аз милод олимони юонон агар адади натуралии  $n$  квадрати пурра набошад, адади ирратсионалӣ будани  $\sqrt[n]{n}$  исбот карда шуда буд.

Ғиёсiddин Ҷамшед ал-Кошӣ дар асари „Калиди арифметика“ усули умумии аз решаш баровардани адади натуралиро баён мекунад. Решаш

$\sqrt[n]{a^n + r}$  -ро Ал-Кошӣ тақрибан ба намуди  $\sqrt[n]{a^n + r} \approx a + \frac{r}{(a+1)^n - a^n}$

ифода мекунад, ки дар ин чо  $a$ -адади натуралй ва  $r < (a+1)^n - a^n$  аст.

Ал-Кошй барои саҳехтар ҳисоб кардани решашади зери решаро ба дараҷаи мувоғиқи адади 10 зарб карданро таклиф мекунад:

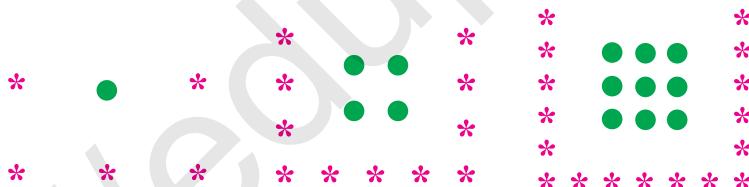
$\sqrt[n]{N} = \frac{\sqrt[n]{10^{mn} \cdot N}}{10^m}$ . Барои аз каср решашади ҳисоб намудан аз қоидай зерин

истифода мебарад:  $\sqrt[n]{\frac{M}{N}} = \frac{\sqrt[n]{M \cdot N^{n-1}}}{N}$ . Ба монанди ҳамин Ал-Кошй ба қоидай дараҷаҳои якхела овардани решашади дараҷаҳояшон гуногунро низ баён кардааст:  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[k]{b} = \sqrt[nk]{a^k} \cdot \sqrt[nk]{b^n} = \sqrt[nk]{a^k \cdot b^n}$ .



### Масъалаҳои амалӣ-татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо.

163. Нуқтаҳои сабзи дар расм тасвиршуда навъи ноёби дарахти мевадор (масъалан навъи ноёби нок )-ро мефаҳмонад. Нокҳо ба квадратҳои ченакҳояш  $n \times n$  ( $m^2$ ) шинонда шудааст. Бо ситораҳои сурҳ (\*) бошад, дараҳтҳои ихота ишора қарда шудааст.



Дараҳтҳои ихотаи атрофи нокзор аз рӯи тарафҳои квадрат шинонда шудааст.

#### Ба саволҳо ҷавоб дихед:

- 1) Шумораи дараҳтҳои ихотаи нокзорро "печонда" гирифтан ба квадратҳои ченакҳояш  $1) 20 \text{ m} \times 20 \text{ m}; 2) 25 \text{ m} \times 25 \text{ m}$
- 2) Дар байни шумораи нокҳо ва шумораи дараҳтҳои ихотаи онҳоро "печонда" гирифта чӣ гуна алоқамандӣ ҳаст?

164. Дар масъалаи болоӣ барои қадом қиматҳои  $n$  шумораи нокҳои

квадрат ба шумораи дарахтҳои иҳота 1) баробар; 2) калон; 3) хурд; мешавад?

4) ҷадвалро пур кунед ва таҳлил кунед. Ҳулоса бароред:

Дарозии тарафи квадрат(м)	Шумораи нокҳо	Шумораи дарахтҳои иҳота
1	1	8
2	4	16
.	.	.
.	.	.
.	.	.
10	...	...

165. Барои муайян кардани рейтинги автомобилҳо: бехатарӣ ( $S$ ), мақбулӣ ( $C$ ), иҷрои вазифаҳои гуногун ( $F$ ), сифат ( $Q$ ) ва дизайн ( $D$ ) ба ҳисоб гирифта мешавад. Ба ҳар яки онҳо баҳо гузошта мешавад. Рейтинги автомобил аз рӯи формулаи зерин ҳисоб карда мешавад:

$$R = \frac{3S + 2C + 2F + 2Q + D}{50}.$$

Дар ҷадвал ба 3 намуди автомобилҳо (ба намудҳои  $A$ ,  $B$ ,  $D$ ) ҳолҳои нишонаҳои гуногун оварда шудааст.

Намуди автомобил	Бехатарӣ $S$	Мақбулӣ $C$	Иҷрои вазифаҳои гуногун	Сифат $Q$	Дизайн $D$
$A$	3	3	5	5	3
$B$	4	5	3	4	3
$D$	4	4	3	3	4

- 1) Кадом намуди автомобил ба рейтинги калон соҳиб аст?
- 2) Намудҳои автомобилҳоро бо тартиби рейтинги камшавӣ ҷойгир кунед.
- 3) Барои шумо қадом нишондод аз ҳама муҳим аст? Ҷаро?
- 4) Шумо автомобили чӣ гуна рейтинг доштаро интихоб мекардед? Барои чӣ?

**166.** Энергияи зарури барои нафас гирифтан, ҳазми таом, гардиши хун табдилоти интенсивӣ (суръат) аст. Табдилоти интенсивӣ асосиро бо ТИА ишора мекунем. ТИА бо калория, чен карда мешавад, дар ин ҳолат шахс дар хонаи ҳарораташ  $23^{\circ}\text{C}$  осуда ва хотирчамъ хобиданаш лозим аст. Дар занон ТИА аз рӯи формулаи зерин ҳисоб карда мешавад

$$\text{ТИА} = 9,74M + 172,9P - 4,737B + 667,051, \quad (*)$$

дар ин жо  $M$  – *массаи занак*,  $P$  – дарозии қад (бо метр),  $B$  – синни сол (бо сол).

- 1) Агар  $M = 60\text{ кг}$ ,  $P = 1,7\text{ м}$ ,  $B = 35$  сол бошад ТИАро ҳисоб кунед. (то адади бутуни наздик яклухт кунед)
- 2) Аз формулаи (\*) масса, қад, ва синни соли занак ба ТИА чӣ хел таъсир карданашро дидан мумкин аст.

#### *Ба саволҳо ҷавоб гардонед:*

- а) Синни сол калон шудан гирад ТИА ҳам меафзояд-мӣ?
- б) баланд-паст будани қад ба ТИА чӣ хел таъсир мерасонад?
- в) Адади 667,051 ба синни сол, қад ва массаи занак вобаста аст ё не?
- г) Агар массаи занак кам (хароб) шавад, ТИА барои он тағйир меёбад ё не?
- 3) Агар масса, синни соли ду зан як хел буда, фарқи қадҳои онҳо  $10\text{ см}$  бошад, фарқи ТИА онҳо  $17,29$  кило калория мешавад гуфта, шифокор ба хулоса омад. Оё ин хулоса дуруст аст? Онро бо ёрии формулаи (\*) санҷида бинед.

**167.** Вақти барои тайёр кардани як дона ҷиҳоз сарфшуда ба миқдори ҷиҳозҳои дар давоми як соат тайёр кардашуда мутаносибии чаппа мебошад. Ҷадвалро пур кунед ва таҳлил кунед. Хулоса бароред

Вақти (дакиқа) барои тайёр карда- ни як дона ҷиҳоз сарфшуда	2	3		5	6		10	12	
Миқдори (дона ) ҷиҳозҳои дар давом- ми як соат истеҳсол карда шуд	30		15			8	6		4

- 168.** Масоҳати буриши кундалангии баъзе чойҳои дарё ва суръати миёнаи равиши ҷараёни мувоғиқ дар ин чойҳо миқдорҳои мутаносибии чаппа мебошад. Ҷадвалро пур кунед. Ба қадом хулоса омадед.

Масоҳати буриши кундалангӣ(м/кв)	40	45		54	60		
Суръати ҷараён (м/с)	0,9	0,8	0,75			0,5	0,4

- 169.** Ҷӯбҳои дарозии ду метр доштаро дар 4,5 соат ба ғӯлаҷубҳои дарозиаш 0,5 м буда арра карда ҷудо карданд. Агар онҳоро ба ғӯлаҷубҳои дарозиаш 40 см арра карда ҷудо кунанд ҷӣ қадар вақт сарф мешавад? Дар ин ҳолат ҳаҷми кор дар қадом нисбат тағиیر меёбад?

- 170.** 1) Ду ҷарҳ бо воситаи тасма пайваст карда шудааст. Диаметри ҷарҳи якум ба 28 см, ҷарҳи дуюм 42 см аст. Ҕарҳи якум дар як дақиқа 600 маротиба давр занад, ҷарҳи дуюм дар як дақиқа чанд маротиба давр мезанад?
- 2) Ду ҷарҳ бо воситаи тасма пайваст карда шудааст. Ҕарҳи якум дар як дақиқа 560 маротиба, дуюмаш бошад 240 маротиба давр мезанад. Дарозии давраи ҷарҳи якум 36 м бошад, дарозии давраи ҷарҳи дуюмро ёбед.

- 171.** Масофаи байни шаҳрҳои  $A$  ва  $B$  ба 360 км баробар аст. Ин масофаро мөшини сабукрав дар 4 соат, мөшини баркаш дар 6 соат тай меқунад. Аз  $A$  ба  $B$  мөшини баркаш, аз  $B$  ба  $A$  мөшини сабукрав дар як вақт ба роҳ баромад. Онҳо аз  $A$  дар қадом масофа вомехӯранд?

Δ Аз сабаби суръатҳои мөшинҳои баркаш ва сабукрав гуногун будан онҳо мутаносибии роста нест, бинобар ин 360 км масофаро ба 4 соат ва 6 соат мутаносибии роста карда тақсим карда масъаларо ҳал карда намешавад.

*Усули дигарро истифода мебарем:*

Дар як соат мөшини сабукрав  $\frac{1}{4}$  қисми масофаи  $AB$ -ро мөшини баркаш бошад  $\frac{1}{6}$  қисмашро тай меқунад. Аз ин ҷо, барои ҷои воҳӯриро муайян кардан масофаи 360 км-ро ба ададҳои  $\frac{1}{4}$  ва  $\frac{1}{6}$  мутаносиб карда тақсим кардан лозим.

Аммо  $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} = \frac{3}{12} : \frac{2}{12} = 3 : 2$

Аз ин чо  $3+2=5$ . Мошинҳо аз  $A$  дар масофаи  $x$  км вомехӯрад, гӯем,

$$x = \frac{360}{5} \cdot 2 = 144 \text{ (км)}$$

**Ҷавоб:** Аз  $A$  дар масофаи 144 км. Дар масъала ададҳои  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{6}$ , 6 дода шудааст. Дар равиши ҳалли масъала ададҳои  $\frac{1}{4}$  ва  $\frac{1}{6}$  (ададҳои ба 4 ва 6 бараксро дохил кардем. Ҳамин тавр, барои ин гуна масъалаҳоро ҳал кардан 360-ро ба ададҳои 4 ва 6 мутаносибии чаппа карда тақсим кардан лозим аст. Аз ин чо қоидай зерин бармеояд. Барои ададро ба ададҳои додашуда мутаносибии чаппа карда тақсим намудан, худи ҳамин ададро ба ададҳои баракси ададҳои додашуда мутаносибии роста карда тақсим кардан лозим аст. ▲

- 172.** Адади 195-ро ба ададҳои 2, 3, 4 мутаносибии чаппа карда ба се қисм ҷудо кунед.

△ 1) Ададҳои 2, 3, 4 баракс ба  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$  аст. Бинобар ин, 195-ро ба ададҳои  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$  муттаносиби роста карда ба се қисм ҷудо кардан лозим аст. Аммо  $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{6}{12} : \frac{4}{12} : \frac{3}{12} = 6 : 4 : 3$ . Адади якум  $a_1$ , дуюмро  $a_2$  ва  $a_3$  гӯем, дар ин ҳол

$$a_1 = \frac{195 \cdot 6}{6+4+3} = \frac{195 \cdot 6}{13} = 15 \cdot 6 = 90 ; \quad a_2 = \frac{195 \cdot 4}{13} = 15 \cdot 4 = 60 ;$$

$$a_3 = \frac{195 \cdot 3}{13} = 15 \cdot 3 = 45 .$$

**Ҷавоб:** 90, 60, 45.

**Санчиш:** 1)  $90 + 60 + 45 = 195$ .

2)  $90 : 60 : 45 = 6 : 4 : 3 = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$  (аъзоҳои нисбатро аввал ба 15, баъд ба 12 тақсим кардем.) ▲

- 173.** 1) Адади 4480-ро ба ададҳои: а)  $\frac{1}{3}$  ва  $\frac{3}{5}$ ; б)  $\frac{3}{4}$  ва  $\frac{2}{9}$  мутаносибии чаппа карда ба ду қисм чудо кунед.  
2) Адади 987-ро ба ададҳои: а) 0,6 ва 0,3; б) 0,4 ва 0,(3) мутаносибии чаппа карда ба ду қисм чудо кунед.
- 174.** 1) Адади 2040-ро ба 3-то қисми ба ададҳои  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  ва  $\frac{5}{6}$  мутаносибии чаппа буда, чудо кунед.  
2) Адади 4530-ро ба 3-то қисми ба ададҳои  $\frac{2}{3}$ , 0,7 ва  $1\frac{1}{2}$  мутаносибии чаппа буда, чудо кунед.
- 175.** 1) Масофаи байни шаҳрҳои *A* ва *B* 450 км аст. Ин масофаро поездни пассажирӣ дар 10,5 соат, поездни боркаш дар 12 соат тай меқунад. Поездҳо аз шаҳрҳои *A* ва *B* дар як вақт ба муқобили яқдигар ба роҳ бароянд, то воҳӯрдан ҳар яки онҳо чанд км масофаро тай меқунанд?  
2) Варзишгари якум 100 м масофаро дар 12 сония, дуюмаш дар 13 сония давида мегузарад. Онҳо аз яқдигар дар масофаи 200 м будан, ба муқобили яқдигар ба давидан сар кардаанд. То воҳӯрдан ҳар яки онҳо чанд метр масофаро тай меқунанд?
- 176.** 1) Шестернаи (чарҳ) 36 дандонадор бо шестернаи 18 дандонадор пайваст карда шудааст Агар шестернаи 18 дандонадор 60 маротиба давр занад, шестернаи 36 дандонадор чанд маротиба давр мезанад. Агар 18 дандонадор 24 маротиба давр занад-ҷӣ?  
2) Педалҳои велосипед, ки бо шестернаҳо пайваст карда шудааст дар шестернаи чарҳи пешина 48-то дар чарҳи ақиб 16-то дандон ҳаст. Агар шестернаи педали велосипед дар як дақиқа 40 маротиба давр занад, чарҳи ақиби он чанд маротиба давр мезанад? Шестернаи педал 45 маротиба, 60 маротиба чарҳ занад-ҷӣ Агар диаметри чарҳи велосипед 70 см бошад, суръати велосипедро барои ҳар як ҳолатҳои болой мувийян кунед.
- 177.** 1) *Масъалаи Абу Райҳон Берунӣ*. Андозаҳои хишт ба 5,4,3 воҳиди дарозӣ баробар аст. Нархи 30 дона хишт ба 60 дирҳам (воҳиди пул) баробар аст. 20 дона хишти андозаҳояш 8,6,2 воҳиди дарози дошта, чанд дирҳам меистад?  
2) Нисбати дарозӣ, бар ва баландии хишт 4:2:1 аст. Ба ҷои 6-то хишти бо дарозиаш гузошта шуда, чандто хишт бо бараш, чандто хишт бо баландиаш гузоштан мумкин аст?

### § 11. НОБАРОБАРИХОИ АДАДӢ

Дар амалия муқоисаи ададҳо ба таври васеъ истифода карда мешавад. Масалан, иқтисодчӣ нишондиҳандаҳои нақшавиро бо натиҷаҳои вοкӯй муқоиса менамояд, духтур ҳарорати беморро бо ҳарорати муқаррарӣ муқоиса менамояд, ҳаррот андозаҳои детали тарошидашавандаро бо меёър (эталон) муқоиса менамояд.

Дар ҳамаи ин гуна ҳолатҳо ададҳо муқоиса карда мешаванд. Дар натиҷаи муқоиса кардани ададҳо нобаробариҳои ададӣ ҳосил мешаванд.

Масалан, ададҳои  $\frac{4}{5}$  ва  $\frac{3}{4}$ -ро муқоиса менамоем. Барои ин фарқи

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{16-15}{20} = \frac{1}{20}.$$

онҳоро мейбем:

Пас,  $\frac{4}{5} = \frac{3}{4} + \frac{1}{20}$ , яъне, адади  $\frac{4}{5}$  дар натиҷаи ба адади  $\frac{3}{4}$  ҷамъ кардани адади мусбати  $\frac{1}{20}$  ҳосил мешавад. Ин ҳол аз адади  $\frac{4}{5}$  ба  $\frac{1}{20}$  зиёд будани  $\frac{3}{4}$ -ро мефаҳмонад. Ҳамин тавр, адади  $\frac{4}{5}$  аз  $\frac{3}{4}$  калон аст, чунки фарқи онҳо мусбат мебошад.



*Таъриф. Агар фарқи  $a-b$  мусбат бошад, адади  $a$  аз адади  $b$  калонтар аст. Агар фарқи  $a-b$  манғӣ бошад, адади  $a$  аз адади  $b$  хурдтар аст.*

Агар  $a$  аз  $b$  калонтар бошад, ин тавр менависанд:  $a>b$ ; агар  $a$  аз  $b$  хурдтар бошад, ин тавр менависанд:  $a<b$



*Ҳамин тавр, нобаробарии  $a>b$  мефаҳмонад, ки фарқи  $a-b$  мусбат аст, яъне  $a-b>0$  аст. Нобаробарии  $a<b$  мефаҳмонад, ки фарқи  $a-b<0$  манғӣ аст.*

**Масъалаи 1.** Исбот намоед, ки агар  $a > b$  бошад,  $b < a$  аст.

△ Нобаробарии  $a > b$  мефаҳмонад, ки  $a - b$  адади мусбат аст. Он гоҳ  $b - a = -(a - b)$  адади манғыл аст, яъне  $b < a$  мебошад. ▲

Барои ду адади дилҳоҳи  $a$  ва  $b$  аз байни се муносибати

$$a > b, \quad a = b, \quad a < b$$

танҳо яке дуруст аст.

Масалан, барои ададҳои  $-5$  ва  $-3$  нобаробарии  $-5 < -3$  дуруст аст, вале муносибатҳои  $-5 = -3$  ва  $-5 > -3$  нодурустанд.



Муқоиса кардани ададҳои  $a$  ва  $b$  ин ошқор кардани зерин мебошад: дар байни ин ададҳо қадоме аз аломатҳои  $>$ ,  $=$  ё  $<$  -ро гузоштан даркор аст, ки муносибати дуруст ҳосил шавад. Аломати фарқи  $a - b$  -ро муайян карда, ба ин ноил шудан мумкин аст.

**Масъалаи 2.** Ададҳои  $0,79$  ва  $\frac{4}{5}$  -ро муқоиса намоед.

△ Фарқи ин ададҳоро мейёбем:

$$0,79 - \frac{4}{5} = 0,79 - 0,8 = -0,01.$$

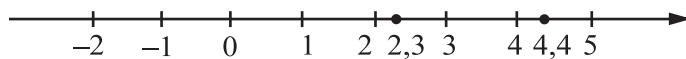
Азбаски  $0,79 - \frac{4}{5} < 0$  аст, бинобар  $0,79 < \frac{4}{5}$  мебошад. ▲

Ба таври геометрӣ нобаробарии  $a > b$  мефаҳмонад, ки дар тири ададӣ нуқтаи  $a$  росттари нуқтаи  $b$  воқеъ аст (расми 10).



Расми 10.

Масалан, нуқтаи  $\frac{4}{5}$  росттари нуқтаи  $0,79$  воқеъ аст, чунки  $\frac{4}{5} > 0,79$  мебошад; нуқтаи  $2,3$  чаптари нуқтаи  $4,4$  воқеъ аст, чунки  $2,3 < 4,4$  мебошад (расми 11).



Расми 11.

**Масъалаи 3.** Исбот намоед, ки агар  $a \neq b$  бошад,  $a^2 + b^2 > 2ab$  аст.

△ Исбот менамоем, ки фарқи  $a^2 + b^2 - 2ab$  мусбат аст. Дар ҳақиқат,  $a^2 + b^2 - 2ab = (a-b)^2 > 0$ , чунки  $a \neq b$ . ▲

**Масъалаи 4.** Исбот кунед, ки агар  $a > 0$  ва  $a \neq 1$  бошад, дар он ҳолат  $a + \frac{1}{a} > 2$  мебошад.

△ Исбот менамоем, ки фарқи  $a + \frac{1}{a} - 2$  мусбат аст. Дар ҳақиқат

$$a + \frac{1}{a} - 2 = \frac{a^2 + 1 - 2a}{a} = \frac{(a-1)^2}{a} > 0,$$

чунки,  $a > 0$  ва  $a \neq 1$ . ▲

**Масъалаи 5.** Исбот намоед, ки агар  $\frac{n}{m}$  касри дуруст бошад,  $\frac{n}{m} < \frac{n+1}{m+1}$  аст.

△ Хотиррасон менамоем, ки агар  $n < m$  бошад, касри  $\frac{n}{m}$  касри дуруст номида мешавад ( $n$  ва  $m$  – ададҳои натуралӣ).

Фарқи  $\frac{n}{m} - \frac{n+1}{m+1} = \frac{n(m+1) - m(n+1)}{m(m+1)} = \frac{n-m}{m(m+1)}$  аз сифр хурд аст, чунки  $n-m < 0$ ,  $m > 0$ ,  $m+1 > 0$ . Пас,  $\frac{n}{m} < \frac{n+1}{m+1}$ . ▲

### Машқҳо

**178.** Таърифи нобаробарии ададиро истифода карда, ададҳои зеринро муқоиса намоед:

- |                               |                               |                                |
|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 1) $0,3$ ва $\frac{1}{5}$ ;   | 2) $\frac{1}{3}$ ва $0,3$ ;   | 3) $\frac{13}{40}$ ва $0,35$ ; |
| 4) $-\frac{5}{8}$ ва $-0,7$ ; | 5) $\frac{22}{7}$ ва $3,14$ ; | 6) $\frac{4}{9}$ ва $0,44$ .   |

**179.** Агар:

- |                     |                     |                       |
|---------------------|---------------------|-----------------------|
| 1) $b - a = -1,3$ ; | 2) $b - a = 0,01$ ; | 3) $a - b = (-5)^4$ ; |
| 4) $a - b = -5^4$ ; | 5) $a - b = 0,8$ ;  | 6) $b - a = (-2)^3$   |

бошад, ададҳои  $a$  ва  $b$  -ро муқоиса намоед.

- 180.** Используйте, ки дар қиматҳои дилҳоҳи  $a$  нобаробарии
- 1)  $a^2 > (a+1)(a-1)$ ; 2)  $(a+2)(a+4) > (a+1)(a+5)$  дуруст аст.
- 181.** Используйте, ки дар қиматҳои дилҳоҳи  $a$  нобаробариҳои зерин дурустанд.
- 1)  $a^3 < (a+1)(a^2 - a + 1)$ ; 2)  $(a+7)(a+1) < (a+2)(a+6)$ ;
  - 3)  $1 + (3a+1)^2 > (1+2a)(1+4a)$ ; 4)  $(3a-2)(a+2) < (1+2a)^2$ .
- 182.** Используйте, ки дар қиматҳои дилҳоҳи  $a$  ва  $b$  нобаробариҳои зерин дурустанд.
- 1)  $a(a+b) > ab - 2$ ; 2)  $2ab - 1 < b(2a+b)$ ;
  - 3)  $3ab - 2 < a(3b+a)$ ; 4)  $b(a+2b) > ab - 3$ .
- 183.** Ду писарбача дафтарҳои миқдорашон баробарро хариданд. Писарбачаи якум ҳамаи дафтарҳоро 150 сўмӣ харид. Писарбачаи дуюм нисфи дафтарҳоро 130 сўмӣ ва боқимондаро 160 сўмӣ харид. Кадоме аз писарбачаҳо бепггар пул сарф намуд?

## § 12. ХОСИЯТҲОИ АСОСИИ НОБАРОБАРИҲОИ АДАЙ

Дар ин параграф хосиятҳои нобаробариҳои ададӣ муоина карда мешаванд, ки одатан асосӣ меноманд, чунки онҳо ҳангоми испоти хосиятҳои дигари нобаробариҳо ва ҳангоми ҳал қардани бисёр масъалаҳо истифода карда мешаванд.

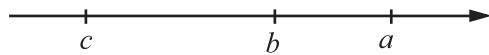


**Теорема 1.** Агар  $a > b$  ва  $b > c$  бошад, он гоҳ  $a > c$  аст.

○ Аз рӯи шарт  $a > b$  ва  $b > c$  аст. Ин чунин маъно дорад, ки  $a-b > 0$  ва  $b-c > 0$  аст. Ададҳои мусбати  $a-b$  ва  $b-c$ -ро чамъ намуда,  $(a-b)+(b-c) > 0$ -ро ҳосил менамоем, яъне  $a-c > 0$ .

Пас,  $a > c$

Ба таври геометрӣ теорема 1 мефаҳмонад, ки агар дар тири ададӣ нуқтаи  $a$  ростгари нуқтаи  $b$  ва нуқтаи  $b$  ростгари нуқтаи  $c$  хобад, дар он ҳол нуқтаи  $a$  ростгари нуқтаи  $c$  воқеъ аст (расми 12).



Расми 12.



**Теорема 2.** Агар ҳар ду қисми нобаробарī як адад ҷамъ карда шавад, аломати нобаробари тағйир намеёбад.

- Бигзор  $a > b$  аст. Использовано даркор аст, ки дар қимати дилхөхи с нобаробарии

$$a + c > b + c$$

дуруст аст.

Фарқи

$$(a + c) - (b + c) = a + c - b - c = a - b$$

-ро муюина менамоем. Ин фарқ мусбат аст, чунки мувофиқи шарт  $a > b$  мебошад. Пас,  $a + c > b + c$  аст. ●



**Натиҷа.** Аломати ҷамъшавандаро ба муқобилаш иваз намуда, аз як қисми нобаробарī ба қисми дигари он гузаронидан мумкин аст.

- Бигузор  $a > b + c$  аст. Ба ҳар ду қисми ин нобаробарī адади  $-c$  -ро ҷамъ намуда,  $a - c > b + c - c$ -ро ҳосил мекунем, яъне  $a - c > b$  ●



**Теорема 3.** Агар ҳар ду қисми нобаробарī ба як адади мусбат зарб карда шавад, аломати нобаробарī тағйир намеёбад. Агар ҳар ду қисми нобаробарī ба як адади манғӣ зарб карда шавад, аломати нобаробарī ба муқобилаш иваз карда мешавад.

- 1) Бигузор  $a > b$  ва  $c > 0$  аст. Использовано менамоем, ки  $ac > bc$  аст. Мувофиқи шарт  $a - b > 0$  ва  $c > 0$  мебошад. Бинобар ин  $(a - b)c > 0$ , яъне  $ac - bc > 0$ . Пас,  $ac > bc$ .

2) Бигузор  $a > b$  ва  $c < 0$  аст. Использовано менамоем, ки  $ac < bc$ .

Мувофиқи шарт  $a - b > 0$  ва  $c < 0$  мебошад. Бинобар ин,  $(a - b)c < 0$ , яъне  $ac - bc < 0$ . Пас,  $ac < bc$ . ●

Масалан, ҳар ду қисми нобаробарии  $\frac{1}{5} < 0,21$  -ро ба 3 зарб карда,  $\frac{3}{5} < 0,63$  -ро ҳосил менамоем, вале ҳар ду қисми нобаробарии  $\frac{1}{5} < 0,21$  -ро ба 4 зарб карда,  $-\frac{4}{5} > -0,84$  -ро ҳосил мекунем..

Қайд менамоем, ки агар  $c \neq 0$  бошад, ададҳои с ва  $\frac{1}{c}$  дорои аломати якхела мебошанд. Азбаски тақсим ба  $c$ -ро бо зарб ба  $\frac{1}{c}$  иваз кардан мумкин аст, бинобар ин аз теоремаи 3 тасдики зерин бармеояд:



**Натиҷа.** Агар ҳар ду қисми нобаробарӣ ба як адади мусбат тақсим карда шавад, аломати нобаробарӣ таҷиҷир намеёбад.

Агар ҳар ду қисми нобаробарӣ ба як адади манғӣ тақсим карда шавад, аломати нобаробарӣ ба муқобилаши иваз карда мешавад.

Масалан, ҳар ду қисми нобаробарии  $0,99 < 1$  -ро ба 3 тақсим карда,  $0,33 < \frac{1}{3}$  -ро ҳосил менамоем, вале ҳар ду қисми нобаробарии  $0,99 < 1$  -ро ба  $-9$  тақсим карда,  $-0,11 > -\frac{1}{9}$  -ро ҳосил менамоем.

**Масъалаи 1.** Исбот намоед, ки агар  $a > b$  бошад,  $-a < -b$  аст.

△ Ҳар ду қисми нобаробарии  $a > b$  -ро ба адади манғии  $-1$  зарб карда,  $-a < -b$  ҳосил менамоем. ▲

Масалан, аз нобаробарии  $1,9 < 2,01$  нобаробарии  $-1,9 > -2,01$  бармеояд; аз нобаробарии  $0,63 < \frac{3}{5}$  нобаробарии  $-0,63 < -\frac{3}{5}$  бармеояд.

**Масъалаи 2.** Исбот намоед, ки агар  $a$  ва  $b$  – ададҳои мусбат ва  $a > b$  бошад,  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  аст.

△ Ҳар ду қисми нобаробарии  $b < a$  -ро ба адади мусбати  $ab$  тақсим намуда, ҳосил мекунем:  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ . ▲

Қайд менамоем, ки ҳамаи ҳосиятҳои нобаробариҳо, ки дар ин параграф муюина карда шуданд, барои нобаробариҳои дорои аломати  $>$  (калон) исбот карда шуданд.

Барои нобаробариҳои дорои аломати  $<$  (хурд) ҳосиятҳои номбурда айнан исбот карда мешаванд.

## Машкъо

**184.** Ислот намоед, ки:

- 1) агар  $a-2 < b$  ва  $b < 0$  бошад, он гох  $a-2$  -адади манфи аст;
- 2) агар  $a^2-5 > a$  ва  $a > 1$  бошад, он гох  $a^2-5 > 1$  аст.

**185.** Агар:

- |                              |                           |
|------------------------------|---------------------------|
| 1) $a > b$ ва $b > 1$ ;      | 2) $a < b$ ва $b < -2$ ;  |
| 3) $a - 1 < b$ ва $b < -1$ ; | 4) $a + 1 > b$ ва $b > 1$ |
- бошад, мусбат ё манфй будани адади  $a$ -ро ошкор намоед.

**186.** Нобаробариеро нависед, ки дар натичаи ба ҳар ду қисми нобаробарии  $-2 < 4$  ҷамъ кардани адади 1) 5; 2) -7 бармеояд.

**187.** Нобаробариеро нависед, ки дар нагиҷаи ба ҳар ду қисми нобаробарии  $2a+3b > a-2b$  ҷамъ кардани адади: 1)  $2b$ ; 2)  $-a$  бармеояд.

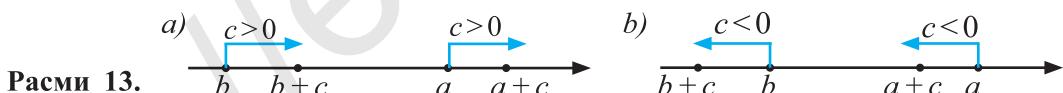
**188.** Нобаробариеро нависед, ки дар натичаи аз ҳар ду қисми нобаробарии  $3 > 1$  тарҳ кардани адади: 1) 1; 2) -5 бармеояд.

**189.** Нобаробариеро нависед, ки он дар натичаи аз ҳар ду қисми нобаробарии  $a-2b < 3a+b$  тарҳ кардани адади зерин ҳосил мешавад: 1)  $a$ ; 2)  $b$ .

**190.** Бигузор  $a < b$  аст. Ададҳои зеринро муқоиса намоед:

- 1)  $a+x$  ва  $b+x$ ;
- 2)  $a-5$  ва  $b-5$ .

3) Ҳосиятҳои нобаробариҳои ададии дар расмҳои 13 ва 14 бударо гӯед.



Расми 14.

Ҳар ду қисми нобаробарии зеринро ба адади додашуда тақсим кунед (191-192):

- 1)  $3,35 < 4,5$  -ро ба 4;
- 2)  $3,8 > 2,4$  -ро ба 5;

- 3)  $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$  -ро ба 12;
- 4)  $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$  -ро ба 16.

$$z) 4a < -1 \text{ ил } 0,25 \text{ га};$$

$$4) -2a > -4 \text{ ил } -0,5 \text{ га.}$$

192. 1)  $2a > 1$  -ро ба 0,5; 2)  $4a < -1$  -ро ба 0,25;  
3)  $-4a < -3$  -ро ба 0,25; 4)  $-2a > -4$  -ро ба - 0,5.

Хар ду қисми нобаробарии зеринро ба адади додашуда тақсим кунед

(193–194):

193. 1)  $-2 < 5$  -ро ба 2; 2)  $4,5 > -10$  -ро ба 5;  
3)  $-25 > -30$  -ро ба - 5; 4)  $-20 < -12$  -ро ба - 4;

194. 1)  $1,2a < 4,8$  -ро ба 1,2; 2)  $2,3a < -4,6$  -ро ба 2,3;  
3)  $-\frac{2}{3}x < -\frac{1}{4}$  -ро ба  $\frac{2}{3}$ ; 4)  $-\frac{3}{4}x > \frac{1}{3}$  -ро ба  $-\frac{3}{4}$ .

### § 13. ЧАМЪ ВА ЗАРБ КАРДАНИ НОБАРОБАРИХО

Ҳангоми ҳал кардани масъалаҳои туногун бештар лозим меояд, ки нобаробариҳо чамъ ё зарб карда шаванд, яъне қисмҳои чап ва рости нобаробариҳо алоҳида-алоҳида, аъзо ба аъзо чамъ ва зарб карда мешаванд.

Масалан, агар сайёҳ рӯзи аввал зиёда аз 20 км ва рӯзи дуюм зиёда аз 25 км роҳ гапгга бошад, тасдиқ кардан мумкин аст, ки дар ду рӯз ӯ зиёда аз 45 км роҳ гаштааст.

Ҳуди ҳамин тавр, агар дарозии росгкунча аз 13 см хурдтар, vale бари он аз 5 см хурдтар бошад, гуфтан мумкин аст, ки масоҳати ин росткунча аз  $65 \text{ см}^2$  хурдтар аст.

Ҳангоми дида баромадани ин гуна мисолҳо теоремаҳои зерин дар бораи чамъ ва зарби нобаробариҳо истифода мешаванд.



**Теорема 1. Ҳангоми чамъ кардани нобаробариҳои аломатҳояшон яхела нобаробарии дорои ҳамон аломат ҳосил мешавад: агар  $a > b$  ва  $c > d$  бошад, он гоҳ  $a + c > b + d$  аст.**

- Мувофиқи шарт  $a - b > 0$  ва  $c - d > 0$  аст. Фарқи

$$(a + c) - (b + d) = a + c - b - d = (a - b) + (c - d).$$

-ро дидা мебароем мекунем.

Азбаски суммаи ададҳои мусбат мусбат аст, бинобар ин  $(a+c)-(b+d)>0$ , яъне  $a+c>b+d$  мебошад.

Мисолҳо:

$$\begin{array}{r} 1) + 3 > 2,5 \\ \underline{5 > 4} \\ 8 > 6,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) + 1,2 < 1,3 \\ \underline{-3 < -2} \\ -1,8 < -0,7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) + 4,8 > 2,3 \\ \underline{-1,2 > -1,3} \\ 3,6 > 1 \end{array}$$



**Теоремаи 2. Ҳангоми зарб карданни нобаробариҳои аломатҳояшон якхела, ки қисмҳои чап ва росташон мусбатанд, нобаробарии дорон ҳамон аломат ҳосил мешавад: агар  $a > b$ ,  $c > d$  ва  $a, b, c, d$  — ададҳои мусбат бошанд,  $ac > bd$  мешавад.**

○ Фарқи зеринро муоина менамоем:

$$ac - bd = ac - bc + bc - bd = c(a - b) + b(c - d).$$

Мувофиқи шарт  $a - b > 0, c - d > 0, b > 0, c > 0$  аст. Бинобар ин,  $c(a - b) + b(c - d) > 0$ , яъне  $ac - bd > 0$ , аст, ки аз ин ёто  $ac > bd$  аст.

Мисолҳо:

$$\begin{array}{r} 1) \times 3,2 > 3,1 \\ \underline{3 > 2} \\ 9,6 > 6,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \times 1,8 < 2,1 \\ \underline{4 < 5} \\ 7,2 < 10,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \times 2,4 < 3,5 \\ \underline{3 < 4} \\ 7,2 < 14 \end{array}$$

**Масъалаи 1.** Исбот намоед, ки агар  $a, b$  — ададҳои мусбат ва  $a > b$  бошанд,  $a^2 > b^2$  аст.

△ Нобаробарии  $a > b$ -ро худ ба худ зарб карда, наборабарии  $a^2 > b^2$ -ро ҳосил мекунем.▲

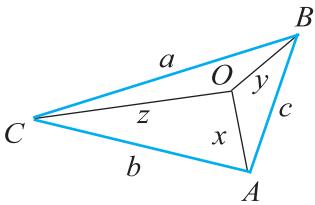
Ба таври монанд исбот кардан мумкин аст, ки агар  $a, b$  — ададҳои мусбат ва  $a > b$  бошанд, дар қиматҳои дилҳоҳи натуралии  $n$  нобаробарии  $a^n > b^n$  чой дорад.

Масалан, аз нобаробарии  $5 > 3$  нобаробариҳои  $5^5 > 3^5, 5^7 > 3^7$  ва ғайра бармеоянд.

**Масъалаи 2.** Исбот намоед, ки суммаи масофаҳо аз нуқтаҳои  $x, y, z$  дар секунзам —  $ABC$  масофаҳо аз нуқгаи дохилии  $O$  то куллаи сскунҷаи  $ABC$  бошад.

Аз секунҷаҳои  $AOB, AOC, BOC$  ва аз рӯи теоремаи суммаи ду тарафи секунза:

$$\begin{aligned}x + y &> c, \\x + z &> b, \\y + z &> a.\end{aligned}$$



Расми 15.

Ин нобаробариҳоро аъзо ба аъзо ҷамъ намуда, ҳосил мекунем:  
 $2x + 2y + 2z > a + b + c$  ки аз ин ҷо

$$x + y + z > \frac{a+b+c}{2}.$$
бармеояд.

### Машғӯҳо

**195.** (Шифоҳӣ.) Оё дуруслагӣ аст, ки агар:

- 1)  $x > 7$  ва  $y > 4$  бошад, дар он ҳолат  $x + y > 11$ ;
- 2)  $x > 5$  ва  $y > 8$  бошад, дар он ҳолат  $xy < 40$ ;
- 3)  $x < -7$  ва  $y < 7$  бошад, дар он ҳолат  $x + y < 0$ ;
- 4)  $x < 2$  ва  $y < 5$  бошад, дар он ҳолат  $xy < 10$ ?

**196.** Нобаробариҳоро ҷамъ кунед:

- 1)  $5 > -8$  ва  $8 > 5$ ;
- 2)  $-8 < 2$  ва  $3 < 5$ ;
- 3)  $3x + y < 2x + 1$  ва  $3y - 2x < 14 - 2a$ ;
- 4)  $3x^2 + 2y > 4a - 2$  ва  $5y - 3x^2 > 3 - 4a$ .

**197.** Нобаробариҳоро зарб кунед:

- 1)  $2\frac{2}{3} > 1\frac{1}{3}$  ва  $12 > 6$ ;
- 2)  $6\frac{1}{4} < 9\frac{2}{3}$  ва  $4 < 6$ ;
- 3)  $x - 2 > 1$  ва  $x + 2 > 4$ ;
- 4)  $4 < 2x + 1$  ва  $3 < 2x - 1$ .

**198.** Исбот кунед, ки агар  $a > 2$  ва  $b > 5$  бошад, дар он ҳолат

- 1)  $3a + 2b > 16$ ;
- 2)  $ab - 1 > 9$ ;
- 3)  $a^2 + b^2 > 29$ ;
- 4)  $a^3 + b^3 > 133$ ;
- 5)  $(a + b)^2 > 35$ ;
- 6)  $(a + b)^3 > 340$ ;
- 7)  $2a + 3b > 19$ ;
- 8)  $6ab - 5 > 55$ ;
- 9)  $ab(a + b) > 70$

мешавад.

- 199.** Тарафҳои секунча мувофиқан аз 73 см, 1 м 15 см ва 1 м 11 см хурдтаранд. Исбот намоед, ки периметри он аз 3 м хурдтар аст.
- 200.** 4 дафтари умумӣ ва 8 дафтари хотира хариданд. Нархи дафтари умумӣ аз 200 сӯм камтар аст, нархи дафтари хотира аз 150 сӯм камтар аст. Исбот карда шавад, ки арзипш тамоми харид аз 2000 сӯм камтар аст.
- 201.** Як тарафи росткунча аз 7 см дарозтар аст, тарафи дигари он назар ба тарафи аввала 3 маротиба дарозтар аст. Исбот намоед, ки периметри росткунча аз 56 см дарозтар аст.
- 202.** Дарозии майдони росткунча назар ба бари он 5 маротиба калонтар аст, бараш бошад аз 4 м калонтар аст. Исбот намоед, ки масоҳати майдон аз  $80 \text{ m}^2$  калонтар аст.
- 203.** Исбот намоед, ки суммаи масофаҳо аз нуқтаи дилҳоҳе, ки дар доҳили росткунча воқеъ аст, то қуллаҳои он аз нимпериметри росткунча калонтар аст.

**Нобаробарихои қатъӣ ва гайриқатъӣ.** Нобаробарихои дорои аломатҳои  $>$  (калон) ва  $<$  (хурд) -ро набаробарии қатъӣ меноманд.

Масалан,  $\frac{5}{6} > \frac{1}{2}, \frac{3}{4} < 1, a > b, c < d$  — нобаробарихои қатъӣ мебошанд.

Дар қатори аломати нобаробарихои қатъӣ  $>$  ва  $<$  аломатҳои  $\geq$  (калон ё баробар) ва  $\leq$  (хурд ё баробар) истифода карда мешаванд, ки онҳоро аломатҳои нобаробарихои гайриқатъӣ меноманд.

Нобаробарии  $a \leq b$  мефаҳмонад, ки  $a < b$  ё  $a = b$  аст, яъне  $a$  аз  $b$  калон нест.

Масалан, агар миқдори ҷойҳои нишасти ҳавопаймо 134-то бошад, миқдори мусоғирҳо а камтар ё баробари 134 шуда метавонад. Дар ин ҳолат навиштан мумкин аст:  $a \leq 134$ .

Худи ҳамин тавр нобаробарии  $a \geq b$  мефаҳмонад, ки адади  $a$  калонтар ё баробари  $b$  аст, яъне  $a$  аз  $b$  хурдтар нест.

Нобаробарихоеро, ки аломати  $\geq$  ё аломати  $\leq$  -ро доранд, набаробарихои гайриқатъӣ меноманд. Масалан,  $18 \geq 12, 11 \leq 12, 7 \geq 7, 4 \leq 4, a \geq b, c \leq d$  — нобаробарихои гайриқатъиянд.

Ҳамаи хосиятҳои нобаробарихои қатъӣ, ки дар § 12—13 баён карда шуда буданд, барои нобаробарихои гайриқатъӣ низ дурустанд. Дар айни ҳол агар барои нобаробарихои қатъӣ аломазҳои  $>$  ва  $<$  муқобил ҳисобида шаванд, барои нобаробарихои гайриқатъӣ аломатҳои  $\geq$  ва  $\leq$  муқобил ҳисобида мешаванд.

Масалан, теорема 2 аз § 12 барои нобаробариҳои ғайриқатъӣ низ дуруст аст: агар  $a \geq b$  ва адади с дилҳоҳ бошад,  $a + c \geq b + c$  аст. Дар ҳакиқат, барои ҳолати  $a > b$  ин теорема дар § 12 исбот карда шуд, барои ҳолати  $a=b$  бошад, ин тасдиқ ҳосияти маълуми баробариҳоро ифода менамояд.

**Масъала.** Исбот намоед, ки дар қиматҳои дилҳоҳи  $a$  ва  $b$  нобаробарии

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \quad (1)$$

дуруст аст.

△ Исбот мекунем, ки фарқи  $a^2 + b^2 - 2ab$  барои ададҳои дилҳоҳи  $a$  ва  $b$  аз сифр ҳурд нест. Дар ҳакиқат,  $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 \geq 0$  аст. Пас, нобаробарии (1) дар қиматҳои дилҳоҳи  $a$  ва  $b$  ҷой дошта, аломати баробарӣ танҳо ҳангоми  $a = b$  ҷой дорад. ▲

### Машқҳо

**204.** Адади бутуни калонтарини  $n$ -ро ёбед, ки нобаробариҳои зеринро қонеъ менамояд:

- |                   |                    |                 |                |
|-------------------|--------------------|-----------------|----------------|
| 1) $n \leq -2$ ;  | 2) $n \leq 3$ ;    | 3) $n < 4$ ;    | 4) $n < -5$ ;  |
| 5) $n \leq 0,2$ ; | 6) $n \leq -0,3$ ; | 7) $n < -\pi$ ; | 8) $n < \pi$ . |

**205.** Адади бутуни ҳурдтарини  $n$ -ро ёбед, ки нобаробариҳои зеринро қонеъ менамояд:

- |                  |                    |                       |                        |
|------------------|--------------------|-----------------------|------------------------|
| 1) $n \geq -3$ ; | 2) $n \geq 6$ ;    | 3) $n \geq -6$ ;      | 4) $n > -4$ ;          |
| 5) $n > -4,21$ ; | 6) $n \geq 3,24$ ; | 7) $n \geq \pi - 1$ ; | 8) $n \geq -\pi + 1$ . |

**206.** Адади бутуни калонтарини  $x$ -ро ёбед, ки нобаробариҳои зеринро қонеъ менамояд:

- |                              |                         |                                |                              |
|------------------------------|-------------------------|--------------------------------|------------------------------|
| 1) 1) $\frac{x}{6} \leq 1$ ; | 2) $\frac{x}{4} < -2$ ; | 3) $\frac{x}{10} \leq -3,14$ ; | 4) $\frac{x}{7} \leq 0,15$ . |
|------------------------------|-------------------------|--------------------------------|------------------------------|

**207.** Аломатҳои нобаробариро истифода карда, тасдиқотро нависед:

- 1) имрӯз дар водии Фарғона ҳарорат аз  $20^\circ\text{C}$  ( $t$   $^\circ\text{C}$ ) баланд нест;
- 2) об ба баландии ( $h$  м) на камтар аз 5 м бароварда шуд;
- 3) ҳарорати об ( $t$   $^\circ\text{C}$ ) дар ҳолати моеъ, ҳангоми мӯтадил будани фишор аз  $0$   $^\circ\text{C}$  камтар нест; зиёдтар аз  $100$   $^\circ\text{C}$  нест;
- 4) суръати ҳаракати нақлиёти автомобилий ( $v$  км/соат) дар шаҳр аз 70 км/соат зиёд нест.

**208.** Бигузор  $a \leq b$  аст. Оё нобаробары дуруст аст:

- 1)  $a - 3 \leq b - 3$ ;      2)  $5a \leq 5b$ ;      3)  $a + 2,5 < b + 2,5$ ;  
4)  $a - 4 > b - 4$ ;      5)  $a - 4 \leq b + 1$ ;      6)  $a - 3,1 \leq b + 0,1$ ?

**209.** Бигузор  $a \geq b$  аст. Оё нобаробары дуруст аст:

- 1)  $-2a > -2b$ ;      2)  $-3a \leq -3b$ ;      3)  $\frac{a}{12} \geq \frac{b}{12}$ ;  
4)  $\frac{a}{15} < \frac{b}{15}$ ;      5)  $0,5a \geq 0,4b$ ;      6)  $-2a \leq -b$ ?

## § 14. БА ДАРАЧА БАРДОШТАНИ НОБАРОБАРИХОИ АДАЙ

Дар § 11 ҳангоми ба аъзоҳо ҷудо карда зарб задани нобаробариҳои қисмҳои чап ва росташон мусбати ишораашон яхела, ҳосил шудани нобаробарии ҳамин ишора нишон дода шуда буд.



**Аз ин ҷо агар  $a > b > 0$  ва  $n$  адади натурали бошад, он гоҳ  $a^n > b^n$  ҳосил мешавад.**

○ Аз рӯи шарт  $a > 0$ ,  $b > 0$ .  $n$ -то нобаробарии  $a > b$ -и яхеларо аъзо ба аъзо, зарб мезанем ва ҳосил меқунем:  $a^n > b^n$ .

**Масъалаи 1.** Ададҳои  $(0,43)^5$  ва  $\left(\frac{3}{7}\right)^5$ -ро муқоиса кунед.

△ Бо саҳехии то 0,001 бинобар  $\frac{3}{7} \approx 0,428$  буданаш,  $0,43 > \frac{3}{7}$  мешавад.

Бинобар ин,  $(0,43)^5 > \left(\frac{3}{7}\right)^5$  аст. ▲



Нобаробарии қисмҳои чап ва росташ мусбатро ба дараҷаи дилҳоҳи ратсионалӣ бардопғган мумкин аст:

Агар  $a > b > 0$ ,  $r > 0$  бошад, дар он ҳолат

$$a^r > b^r \quad (1)$$



мешавад;

арар  $a > b > 0$ ,  $r < 0$  бошад, дар он ҳолат

$$a^r < b^r \quad (2)$$

мешавад.

Хосияти 1-ро исбот мекунем.

○ Аввал дурустии хосияти (1)-ро ҳангоми  $r = \frac{1}{n}$  будан, баъд дар ҳолати умумии  $r = \frac{m}{n}$  будан, исбот мекунем.

а) Бигзор,  $r = \frac{1}{n}$  бошад, ин чо  $n$  – адади натуралии аз як калон,  $a > 0$ ,  $b > 0$ . Мувофиқи шарт бояд  $a > b$  бошад. Бояд исбот кард, ки  $a^{\frac{1}{n}} > b^{\frac{1}{n}}$

Фарз мекунем, ки он нодуруст, яъне  $a^{\frac{1}{n}} \leq b^{\frac{1}{n}}$  бошад. Дар он ҳолат ин нобаробарибо ба дараҷаи натуралии  $n$  бардошта,  $a \leq b$ -ро ҳосил мекунем. Ин бошад, ба шарти  $a > b$  зид аст. Пас, аз  $a > b > 0$  бармеояд, ки  $a^{\frac{1}{n}} > b^{\frac{1}{n}}$  аст. б) Бигзор,  $r = \frac{m}{n}$  бошад.  $m$  ва  $n$  – ададҳои натуралий. Дар он ҳол аз рӯи шарти  $a > b > 0$  мувофиқи исботи мо  $a^{\frac{m}{n}} > b^{\frac{m}{n}}$  бармеояд. Ин нобаробарибо ба дараҷаи натуралии  $m$  бардошта ҳосил мекунем:

$$\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m > \left(b^{\frac{1}{n}}\right)^m, \text{ яъне } a^{\frac{m}{n}} > b^{\frac{m}{n}}.$$

Масалан,  $5^{\frac{2}{7}} > 3^{\frac{2}{7}}$ , чунки  $5 > 3$ ;  $2^{\frac{3}{4}} < 4^{\frac{3}{4}}$ , чунки  $2 < 4$ ;  $\sqrt[5]{7^2} > \sqrt[5]{6^2}$ , чунки  $7 > 6$ .

Акнун хосияти (2)-ро исбот мекунем.

○ Агар  $r < 0$  бошад, дар он ҳол  $-r > 0$  мешавад. Мувофиқи хосияти (1) аз рӯи шарти  $a > b > 0$  бармеояд, ки  $a^{-r} > b^{-r}$  аст. Ҳар ду қисми ин нобаробарибо ба адади мусбати  $a^r b^r$  зарб зада,  $b^r > a^r$ -ро ҳосил мекунем, яъне  $a^r < b^r$ .

Масалан,  $(0,7)^{-8} < (0,6)^{-8}$ , чунки  $0,7 > 0,6$ ;  $13^{-0,6} > 15^{-0,6}$ , чунки  $13 < 15$ ;  $\sqrt[4]{8^{-3}} < \sqrt[4]{7^{-3}}$ , чунки  $8 > 7$ .

Дар курси математикаи олӣ дурустии хосияти (1) барои адади ҳақиқии мусбати дилҳоҳи  $r$ , хосияти (2) бошад, барои адади ҳақиқии манғии дилҳоҳи  $r$  ислобот карда мешавад. Масалан,

$$\left(\frac{8}{9}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{7}{8}\right)^{\sqrt{2}}, \text{ чунки } \frac{8}{9} > \frac{7}{8}; \quad \left(\frac{7}{8}\right)^{-\sqrt{3}} < \left(\frac{6}{7}\right)^{-\sqrt{3}}, \text{ чунки } \frac{7}{8} > \frac{6}{7}.$$

Таъкид мекунем, ки хосиятҳои баррасишуудаи ба дараҷа бардоштани нобаробарии қатъӣ (дорои аломати  $>$  ё  $<$ ) ба нобаробарии ғайриқатъӣ (дорои аломати  $\geq$  ё  $\leq$ ) низ дуруст аст.



*Ҳамин тавр, агар ҳар ду қисми нобаробарӣ мусбат бошад, дар он ҳол ҳангоми ба дараҷаи мусбат бардоштани он аломати нобаробарӣ нигоҳ дошта мешавад, ҳангоми ба дараҷаи манғӣ бардоштан бошад, аломати нобаробарӣ ба муқобил иваз карда мешавад.*

Хотиррасон мекунем, ки барои нобаробарии қатъӣ аломатҳои  $>$  ва  $<$ , барои нобаробариҳои ғайриқатъӣ бошад, аломатҳои  $\geq$  ва  $\leq$  аломатҳои муқобил мебошанд.

**Масъалаи 2.** Ададҳоро муқоиса кунед:

$$1) \left(\frac{17}{18}\right)^{-\frac{1}{3}} \text{ ва } \left(\frac{18}{17}\right)^{-\frac{1}{3}}; \quad 2) \left(\frac{6}{7}\right)^{\sqrt{2}} \text{ ва } (0,86)^{\sqrt{2}}.$$

△ 1) Азбаски  $\frac{17}{18} < 1$  ва  $\frac{18}{17} > 1$  аст,  $\frac{17}{18} < \frac{18}{17}$  мешавад.

Ии нобаробариро ба дараҷаи маиғӣ  $\left(-\frac{1}{3}\right)$  бардопгга, ҳосил мекунем:

$$\left(\frac{17}{18}\right)^{-\frac{1}{3}} > \left(\frac{18}{17}\right)^{-\frac{1}{3}}.$$

2) Асосҳои дараҷаро муқоиса мекунем. Бинобар  $\frac{6}{7} = 0,857\dots$  будан,  $\frac{6}{7} < 0,86$  мешавад. Ии нобаробариро ба дараҷаи мусбати  $\sqrt{2}$  бардошта, ҳосил мекунем:

$$\left(\frac{6}{7}\right)^{\sqrt{2}} < 0,86^{\sqrt{2}}. \blacktriangle$$

**Масъалаи 3.** Муодиларо ҳал қунед:  $10^x = 1$ .

△ Адади  $x = 0$  решай ин муодила мешавад, чунки  $10^0 = 1$  аст. Дигар реше надоштани оиро нишон медиҳем.

Муодилаи додашударо дар шакли  $10^x = 1^x$  менависем.

Агар  $x > 0$  бошад, дар ои ҳол  $10^x > 1^x$  ва пас, муодила решаҳои мусбат надорад.

Агар  $x < 0$  бошад, дар он ҳол  $10^x < 1^x$  ва пас, муодила решаҳои маифӣ надорад.

Ҳамии тавр,  $x = 0$  решай ягонаи муодилаи  $10^x = 1$  будааст. ▲

Монанди ҳамин, соҳиби решай ягонаи  $x=0$  будани муодилаи  $a^x=1$  ( $a>0$ ,  $a\neq 1$ ) исбот карда мешавад. Аз ин дурустии баробарии

$$a^x=a^y \quad (3)$$

ҳангоми  $x=y$  будан, бармеояд, ки дар ин ҷо  $a>0$ ,  $a\neq 1$ .

○ Баробарии (3)-ро ба  $a^{-y}$  зарб карда,  $a^{x-y}=1$ -ро ҳосил мекунем  $x=y$ .

**Масъалаи 4.**  $3^{2x-1}=9$  муодиларо ҳал қунед.

△  $3^{2x-1} = 3^2$ , аз ин ҷо  $2x - 1 = 2$ ,  $x = 1,5$ . ▲

Муодилаи  $a^x = b$ -ро дида мебароем, ки дар он  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b>0$  аст.

Дорои решай ягонаи  $x_0$  будани ин муодиларо исбот кардан мумкин аст. Адади  $x_0$  аз рӯи асоси *a* логарифми адади *b* номида мешавад ва чун  $\log_a b$  ишора карда мешавад. Масалан, решай муодилаи  $3^x = 9$  адади 2 мешавад, яъне  $\log_3 9 = 2$ . Ба монанди ҳамин,  $\log_2 16 = 4$ , чунки  $2^4 = 16$ ;

$$\log_5 \frac{1}{5} = -1, \text{ чунки } 5^{-1} = \frac{1}{5}; \quad \log_{\frac{1}{3}} 27 = -3, \text{ чунки } \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27.$$

Логарифми адади *b* аз рӯи асоси 10 логарифми даҳӣ номида мешавад ва чун  $\lg b$  ишора карда мешавад. Масалан,  $\lg 100 = 2$ , чунки  $10^2 = 100$ ;  $\lg 0,001 = -3$ , чунки  $10^{-3} = 0,001$ .

### Машқҳо

**210.** (Шифоҳӣ.) Ададҳоро муқоиса қунед:

$$1) 2^{\frac{1}{3}} \text{ ва } 3^{\frac{1}{3}}; \quad 2) 5^{-\frac{4}{5}} \text{ ва } 3^{-\frac{4}{5}}; \quad 3) 5^{\sqrt{3}} \text{ ва } 7^{\sqrt{3}}; \quad 4) 21^{-\sqrt{2}} \text{ ва } 31^{-\sqrt{2}}.$$

**211.** Ададхоро мұқоиса күнед:

$$1) (0,88)^{\frac{1}{6}} \text{ ва } \left(\frac{6}{11}\right)^{\frac{1}{6}};$$

$$2) \left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}} \text{ ва } (0,41)^{-\frac{1}{4}};$$

$$3) (4,09)^{\frac{3\sqrt{2}}{2}} \text{ ва } \left(4\frac{3}{25}\right)^{\frac{3\sqrt{2}}{2}};$$

$$4) \left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}} \text{ ва } \left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}}.$$

**212.** Муодиларо ҳал күнед:

$$1) 6^{2x} = 6^{\frac{1}{5}};$$

$$2) 3^x = 27;$$

$$3) 7^{1-3x} = 7^{10};$$

$$4) 2^{2x+1} = 32;$$

$$5) 4^{2+x} = 1;$$

$$6) \left(\frac{1}{5}\right)^{4x-3} = 5.$$

**213.** Ададхоро мұқоиса күнед:

$$1) \sqrt[7]{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2} \text{ ва } \sqrt[7]{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2}; \quad 2) \sqrt[5]{\left(1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{5}\right)^3} \text{ ва } \sqrt[5]{\left(1\frac{1}{6} - 1\frac{1}{7}\right)^3}.$$

Муодиларо ҳал күнед (214–216):

$$214. 1) 3^{2-y} = 27; \quad 2) 3^{5-2x} = 1;$$

$$3) 9^{\frac{1}{2}x-1} - 3 = 0; \quad 4) 27^{3-\frac{1}{3}y} - 81 = 0.$$

$$215. 1) \left(\frac{1}{9}\right)^{2x-5} = 3^{5x-8}; \quad 2) 2^{4x-9} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-4}; \quad 3) 8^x 4^{x+13} = \frac{1}{16};$$

$$4) \frac{25^{x-2}}{\sqrt{5}} = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-7,5}; \quad 5) \left(\frac{1}{4}\right)^{x-4} = 2^{x+2}; \quad 6) 3^x \cdot 9^{x-1} = \frac{1}{27}.$$

$$216. 1) \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2x+1} = (3\sqrt{3})^x; \quad 2) (\sqrt[3]{2})^{x-1} = \left(\frac{2}{\sqrt[3]{2}}\right)^{2x};$$

$$3) 9^{3x+4} \sqrt{3} = \frac{27^{x-1}}{\sqrt{3}}; \quad 4) \frac{8}{(\sqrt{2})^x} = 4^{3x-2} \sqrt{2}.$$

**217.** Ҳисоб күнед:

$$1) \log_7 49;$$

$$2) \log_2 64;$$

$$3) \log_{\frac{1}{2}} 4;$$

$$4) \log_3 \frac{1}{27};$$

$$5) \log_7 \frac{1}{7}.$$

**218.** Муодиларо ҳал қунед:

$$1) 7^{5x-1}=49; \quad 2) (0,2)^{1-x}=0,04; \quad 3) \left(\frac{1}{3}\right)^{3x+3}=3^{2x};$$

$$4) 3^{5x-7}=\left(\frac{1}{3}\right)^{2x}; \quad 5) (0,3)^{2-3x}=0,027; \quad 6) \left(\frac{1}{6}\right)^{2x-3}=6^x.$$

## § 15. НОБАРОБАРИХОИ ЯКНОМАЪЛУМА

**Масъала.** Аз ду шаҳр ба истиқболи яқдигар дар як вақт ду поезд бо суръатҳои доимии яхела равона мешаванд. Барои он, ки байди ду соати ибтидои ҳаракат суммаи масофаҳои тайкардаи онҳо на хурдтар аз 200 км бошад, поездҳо бо кадом суръат ҳаракат карданашон даркор аст?

△ Бигузор  $x$  километр дар як соат – суръати матлуби ҳаракати поездҳо бошад. Дар 2 соат ҳар яке аз поездҳо  $2x$  километр масофаро тай мекунанд. Мувофиқи шарти масъала суммаи масофаҳои дар давоми 2 соат тайкардаи поездҳо аз 200 км кам набояд бошад.

$$2x + 2x \geq 200.$$

Аз ин чо  $4x \geq 200$ ,  $x \geq 50$ .

**Ча в о б:** Суръати ҳаракати ҳар як поезд набояд аз 50 км/соат кам бошад. ▲

Дар нобаробарии  $4x \geq 200$  бо ҳарфи  $x$  адади номаълум ишора карда шудааст. Ин мисоли нобаробарии хаттии якномаълума мебошад.

$$ax > b, ax < b, ax \geq b, ax \leq b$$

ки дар ин чо  $a$  ва  $b$  — ададҳои маълум ва  $x$  — номаълуманд.

Масалан, бисёр нобаробариҳо

$$4(3-x) > 5 + 2x, \quad \frac{x-3}{2} \leq \frac{x-2}{3}, \quad 1 - \frac{x}{2} < 3(x+4)$$

ба нобаробариҳои хаттӣ оварда мешаванд.

Ифодаҳои дар қисми чап ва рости нобаробарӣ истодаро мувофиқан қисмҳои чап ва рости нобаробарӣ меноманд. Ҳар як ҷамъшавандай қисмҳои чап ва рости нобаробариро аъзои нобаробарӣ меноманд.

Масалан, дар нобаробарии  $2x - 5 \geq 4 + 3x$  қисми чап  $2x - 5$ , қисми рост  $4 + 3x$ ,  $2x$ ,  $-5$ ,  $4$  ва  $3x$  — аъзои нобаробарӣ.

Агар дар нобаробарии  $2x + 2x \geq 200$ , ки дар масъалаи боло ҳосил шуд,  $x = 50$ ,  $x = 51$ ,  $x = 60$  гузопгга шавад, нобаробариҳои аддии дуруст ҳосил мегарданд:  $2 \cdot 50 + 2 \cdot 50 \geq 200$ ;  $2 \cdot 51 + 2 \cdot 51 \geq 200$ ;

$$2 \cdot 60 + 2 \cdot 60 \geq 200.$$

Ҳар яке аз ададҳои  $50$ ,  $51$ ,  $60$  -ро ҳалли нобаробарии  $2x + 2x > 200$  меноманд.



**Ҳалли нобаробарии якномаълума** гуфта, ҳамон қимати номаълумро меноманд, ки дар он нобаробарӣ ба баробарии аддии дуруст табдил меёбад.

**Ҳал кардани нобаробарӣ** — ин ёфтани ҳамаи ҳалҳои он ё муқаррар кардани набудани ҳал мебошад.

Адади номаълуми нобаробариро бо ҳарфҳои дилҳоҳ ишора кардан мумкин аст. Масалан, дар нобаробариҳои

$$3(y - 5) < 2(4 - y), \quad 2t - 1 \geq 4(t + 3), \quad 5 - \frac{z}{2} > \frac{z}{3} - 4$$

номаълумҳо мувоғикан бо ҳарфҳои  $y$ ,  $t$ ,  $z$  ишора карда шудаанд.

Барои ҳал кардани нобаробариҳо мисолҳо меорем.

**Масъалаи 2.** Нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$x + 1 > 7 - 2x.$$

△ Фарз мекунем, ки адади  $x$  ҳалли мазкур мебошад, яъне  $x$  ададест, ки дар он нобаробарии  $x + 1 > 7 - 2x$  дуруст аст.

Аъзои  $-2x$  -ро аз қисми рости нобаробарӣ, алломаташро ба муқобил иваз карда, ба қисми чап мегузаронем ва адади 1-ро ба қисми рост бо алломати “ $-$ ”, мегузаронем.

Дар натиҷа нобаробарии дурусти

$$x + 2x > 7 - 1$$

-ро ҳосил менамоем.

Аз ҳар ду қисми ин нобаробарӣ аъзои монандро ислоҳ менамоем:

$$3x > 6.$$

Хар ду қисми ин нобаробарио ба 3 тақсим карда, ҳосил мекунем:  
 $x > 2$

Ҳамин тавр,  $x$ -ро ҳалли нобаробарии аввалий фарз карда, ҳосил менамоем, ки  $x > 2$  аст. Барои боварӣ ҳосил кардан ба он, ки ҳар гуна қимати  $x$ -и аз 2 калонтар ҳалли нобаробарӣ мебошад, кифоя аст, ки тамоми муҳокима ронихоро бо тартиби баръакс гузаронем.

Бигузор,  $x > 2$  бошад. Ҳосиятҳои нобаробариҳои адади дурустро истифода карда, пай дар пай ҳосил менамоем:

$$\begin{aligned}3x &> 6, \\x + 2x &> 7 - 1, \\x + 1 &> 7 - 2x.\end{aligned}$$

Пас, адади дилҳоҳи  $x$ , ки аз 2 калонтар аст, ҳалли нобаробарии мазкур мебошад.

**Ҷавоб:**  $x > 2$ . ▲

Ҳангоми навиштани ҳалли нобаробарӣ шарҳи муфассалро овардан шарт нест. Масалан, ҳалли масъалаи 1-ро ин тавр навипғган мумкин:

$$\begin{aligned}x + 1 &> 7 - 2x, \\3x &> 6, \\x &> 2.\end{aligned}$$

Ҳамин тавр, ҳангоми ҳал кардани нобаробариҳо ҳосиятҳои асосии зерин истифода карда мешаванд:

**!** *Ҳосияти 1. Аъзои дилҳоҳи нобаробарио аз як қисми нобаробарӣ, бо аломати муқобилаш иваз карда, ба қисми дигари он гузаронидан мумкин аст; дар ин ҳолат аломати нобаробарӣ тагиир намеёбад.*

**!** *Ҳосияти 2. Хар ду қисми нобаробарио ба як адади гайрисифрӣ зарб ва тақсим намудан мумкин аст; agar ин адад мусбат бошад, аломати нобаробарӣ тагиир намеёбад, vale agar ин адад манғӣ бошад, аломати нобаробарӣ ба муқобилаш иваз мешавад.*

Ин хосиятхö имкон медиҳанд, ки нобаробарии додашуда бо нобаробарии дигари дорои ҳамон ҳалхö иваз карда шавад.

Барои ҳал кардани нобаробарии якномаълума, ки ба нобаробарии хаттй оварда мешавад: 1) аъзоҳоеро, ки номаълумҳоро дарбар мегиранд, ба қисми чап ва аъзоҳоеро, ки номаълумҳоро дарбар намегиранд, ба қисми рост гузаронидан даркор аст (хосияти 1);

2) аъзоҳои монандро ислоҳ намуда, ҳар ду қисми нобаробариро ба коэффициенти назди номаълум (агар он баробари сифр набошад) тақсим кардан даркор аст (хосияти 2).

**Масъалаи 2.** Нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$3(x-2)-4(x+1) < 2(x-3)-2.$$

△ Қисмҳои чап ва рости нобаробариро содда мекунем. Қавсҳоро мекушоем:

$$3x - 6 - 4x - 4 < 2x - 6 - 2.$$

Аъзоҳои номаълуми дарбаргирандаро ба қисми чап ва аъзоҳои номаълуми дарбарнагирандаро ба қисми рост метузаронем (хосияти 1):

$$3x - 4x - 2x < 6 + 4 - 6 - 2.$$

Аъзоҳои монандро ислоҳ менамоем:

$$-3x < 2$$

ва ҳар ду қисмро ба  $-3$  тақсим мекунем (хосияти 2):

$$x > -\frac{2}{3}.$$

**Ҷавоб:**  $x > -\frac{2}{3}$ . ▲

Ин ҳалро мухтасаран ин тавр навиғгган мумкин аст:

$$3(x-2)-4(x+1) < 2(x-3)-2,$$

$$3x - 6 - 4x - 4 < 2x - 6 - 2,$$

$$-x - 10 < 2x - 8,$$

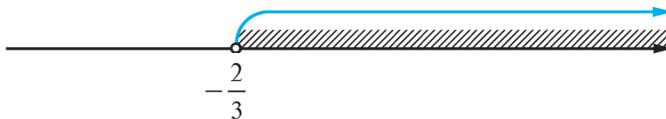
$$-3x < 2,$$

$$x > -\frac{2}{3}.$$

Мачмӯи ададҳои  $x$ , ки нобаробарии  $x > -\frac{2}{3}$ -ро қонеъ менамоянд, дар тири ададӣ ба воситаи нур тасвир карда мешавад (расми 16).

Нуқтаи  $x = -\frac{2}{3}$  ба ин нур мутааллиқ нест ва дар нақшай 8 вай бо доираҷаи сафед, нур бо ҳатҳои рах-раҳ тасвир карда шудааст.

Мачмӯи ададҳои  $x$ , ки масалан нобаробарии  $x \geq 2$ -ро қонеъ менамоянд, низ нур номида мешавад. Нуқтаи  $x = 2$  ба ин нур мутааллиқ аст. Дар расми 17 ин нуқта бо доираҷаи сиёҳ тасвир карда шудааст.



Расми 16.



Расми 17.

**Масъалаи 3.** Нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\frac{x-5}{6} + 1 \geq \frac{5x}{2} - \frac{x-3}{3}.$$

△ Хар ду қисми нобаробариро ба 6 зарб мекунем:

$$\begin{aligned} 6 \cdot \frac{x-5}{6} + 6 \cdot 1 &\geq 6 \cdot \frac{5x}{2} - 6 \cdot \frac{x-3}{3}, \\ (x-5) + 6 &\geq 15x - 2(x-3). \end{aligned}$$

Қавсҳоро мекушоем ва аъзоҳои монандро ислоҳ менамоем:

$$x - 5 + 6 \geq 15x - 2x + 6,$$

$$x + 1 \geq 13x + 6,$$

аз ин ҷо

$$-12x \geq 5, \quad x \leq -\frac{5}{12}. \quad \blacktriangle$$

Мачмӯи ҳалҳои ин нобаробарӣ, яъне мачмӯи ададҳои  $x \leq -\frac{5}{12}$  дар расми 18 тасвир ёфтааст.



Расми 18.

Дар мисолҳои муюинашуда нобаробариҳо баъди содда карданҳо ба нобаробариҳои хаттӣ оварда мешуданд, ки дар онҳо коэффицисиенти назди номаълум ба сифр баробар набуд. Дар баъзе ҳолатҳо ин коэффицисиент ба сифр баробар шуда метавонад.

Мисолҳои чунин нобаробариҳоро меорем.

**Масъалаи 5.** Нобаробариҳоро ҳал қунед:

$$2(x+1) + 5 > 3 - (1 - 2x).$$

Δ Ҳар ду қисми нобаробариро содда мекунем:

$$2x + 2 + 5 > 3 - 1 + 2x,$$

$$2x + 7 > 2 + 2x,$$

аз ин чо

$$2x - 2x > 2 - 7,$$

$$0 \cdot x > -5.$$

Нобаробарии охирин дар қимати дилҳоҳи  $x$  дуруст аст, чунки дар қимати дилҳоҳи  $x$  қисми чапи он ба сифр баробар аст ва  $0 > -5$  мебошад. Ҳулоса, қимати дилҳоҳи  $x$  ҳалли ин нобаробарӣ мебошад.

**Ҷавоб:** Қимати дилҳоҳи  $x$ . ▲

**Масъалаи 6.** Нобаробариҳоро ҳал қунед:

$$3(2-x) - 2 > 5 - 3x.$$

Δ Қисми чапи нобаробариро содда менамоем:

$$6 - 3x - 2 > 5 - 3x,$$

$$4 - 3x > 5 - 3x,$$

аз ин чо

$$-3x + 3x > 5 - 4,$$

$$0 \cdot x > 1.$$

Нобаробарии охирин дорои ҳалҳо нест, чунки дар қимати дилҳоҳи  $x$  қисми чапи нобаробарӣ ба сифр баробар аст ва нобаробарии  $0 > 1$  нодуруст аст. Пас, нобаробарии аввала ҳалҳо надорад.

**Ҷавоб:** Ҳалҳо мавҷуд нест. ▲

## Машқұ

**219.** Тасдики зеринро ба намуди нобаробарй нависед:

- 1) суммаи ададҳои  $x$  ва 17 аз 18 калонтар аст;
- 2) фарқи ададҳои 13 ва  $x$  аз 2 хурдтар аст;
- 3) ҳосили зарби ададҳои 17 ва  $x$  аз 3 хурдтар нест;
- 4) суммаи дучандаи ададҳои  $x$  ва  $-3$  аз 2 калонтар нест;
- 5) нимсуммаи ададҳои  $x$  ва 3 аз ҳосили зарби онҳо калонтар нест;
- 6) ҳосили зарби дучандаи ададҳои  $x$  ва  $-4$  аз фарқи онҳо хурдтар нест.

**220.** Кадоме аз ададҳои  $10, \frac{1}{2}, 0, -1$  ҳалли нобаробариҳои зеринанд:

- 1)  $3x + 4 > 2$ ;
- 2)  $3x + 4 \leq x$ ;
- 3)  $\frac{1}{2}x - 3 > \leq 1 - x$ ;
- 4)  $3 - x \geq \frac{1}{2}x$ ;
- 5)  $0,8x + 5 > 7$ ;
- 6)  $0,2x - 4 \leq -2$ ?

**221.** Дар кадом қиматҳои  $y$  нобаробарй дуруст аст:

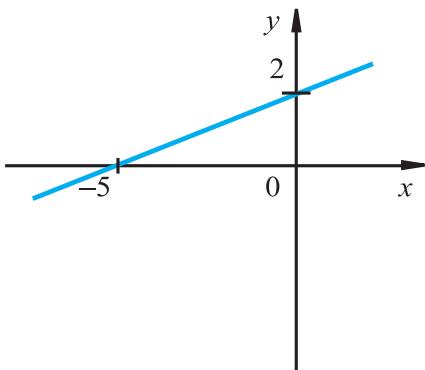
- 1)  $-2y > 0$ ;
- 2)  $-3y < 0$ ;
- 3)  $y^2 + 1 \geq 0$ ;
- 4)  $2y^2 + 3 \leq 0$ ;
- 5)  $(y - 1)^2 \leq 0$ ;
- 6)  $(y + 2)^2 \geq 0$ ?

**222.** Дар расми 19 графики функцияи хатгии  $y = kx + b$  тасвир шудааст. Муайян қунед, ки ҳангоми

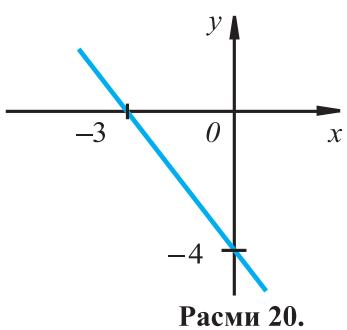
- 1)  $x \geq 0$ ;
- 2)  $x < 0$ ;
- 3)  $x > -5$ ;
- 4)  $x \leq -5$

бұдан, у кадом қиматҳоро мегирад ва инро ба воситай нобаробарй нависед.

**223.** Дар расми 20 графики функцияи хатгии  $y = kx + b$  тасвир шудааст. Дар кадом қиматҳои  $x$  қиматҳои  $y$ : 1) мусбат; 2) ғайриманфй; 3) манфй; 4) на хурдтар аз  $-4$ ; 5) аз  $-4$  хурдтар; 6) аз  $-4$  калонтар буданашро муайян карда, онро ба воситай нобаробарй нависед.



Расми 19.



**224.** Графики функцияро сохта, аз рӯи график дар кадом қиматҳои  $x$  1) мусбат, 2) манфӣ, 3) баробари сифр, 4) аз 1 калонтар, 5) аз 1 хурдтар будани қимати функцияро муайян намоед:

- 1)  $y = 2x + 4$ ;      2)  $y = 3x - 9$ ;  
 3)  $y = -2x - 8$ ;      4)  $y = -3x + 6$ .

Нобаробарихоро ҳал қунед (**225–226**):

- 225.** 1)  $x + 2 \geq 15$ ;      2)  $x - 6 < 8$ ;      3)  $3 \leq y + 6$ ;  
 4)  $-4 > 5 - y$ ;      5)  $2z \geq z - 7$ ;      6)  $3z \leq 2z + 4$ .

- 226.** 1)  $12x > -36$ ;      2)  $-7x \leq 56$ ;      3)  $\frac{y}{4} \leq 7$ ;

- 4)  $-5 < \frac{z}{3}$ ;      5)  $7,2z > -27$ ;      6)  $-4,5x \geq 9$ .

Нобаробарихоро ҳал қунед ва маҷмӯи ҳалҳои онро дар тири ададӣ тасвир намоед (**227–228**):

- 227.** 1)  $2x - 16 > 0$ ;      2)  $18 - 3x > 0$ ;      3)  $3x - 15 < 0$ ;  
 4)  $25 - 5x < 0$ ;      5)  $9 - 3x \geq 0$ ;      6)  $2x + 4 \leq 0$ ;  
 7)  $6 - 2x \leq 0$ ;      8)  $1,8 + 3x \geq 0$ ;      9)  $-4x + 2 \leq 0$ .

- 228.** 1)  $3(x + 1) \leq x + 5$ ;      2)  $4(x - 1) \geq 5 + x$ ;  
 3)  $2(x - 3) + 4 < x - 2$ ;      4)  $x + 2 < 3(x + 2) - 4$ ;  
 5)  $\frac{x-1}{3} \geq \frac{3x-3}{5}$ ;      6)  $\frac{3x-2}{4} \geq \frac{2x-1}{3}$ .

**229.** Ошкор намоед, ки ифодаи зерин дар кадом қиматҳои  $x$  қиматҳои мусбатро қабул мисунад:

- 1)  $\frac{3}{8}x + 4$ ;      2)  $\frac{5}{2} - 4x$ ;      3)  $2(x + 3) + 3x$ ;

- 4)  $3(x - 5) - 8x$ ;      5)  $\frac{1}{3} - 2(x + 4)$ ;      6)  $\frac{1}{2} - 3(x - 5)$ .

**230.** Муайян намоед, ки ифодаи зерин дар қадом қиматҳои у қиматҳои манфирио қабул мекунад:

$$1) \ 5 - \frac{2}{3}y; \quad 2) \ \frac{3}{4} - 2y; \quad 3) \ \frac{y-2}{3} + \frac{1}{3};$$

$$4) \ \frac{8y-3}{5} - \frac{2}{5}; \quad 5) \ \frac{3y-5}{2} - \frac{y}{2}; \quad 6) \ \frac{4-5y}{6} - \frac{y}{6}.$$

**231.** Адади бутуни хурдгаринро ёбед, ки ҳалли нобаробарӣ мебошад:

$$1) \ 4(y-1) < 2 + 7y; \quad 3) \ 3(x-2) - 2x < 4x + 1;$$

$$2) \ 4y - 9 \geq 3(y-2); \quad 4) \ 6x + 1 \geq 2(x-1) - 3x.$$

**232.** Адади бутуни калонтаринро ёбед, ки ҳалли нобаробарӣ мебошад:

$$1) \ 5 - 2x > 0; \quad 2) \ 6x + 5 \leq 0;$$

$$3) \ 3(1-x) > 2(2-x); \quad 4) \ 4(2-x) < 5(1-x).$$

**233.** 1) дар қадом қиматҳои  $a$  қимати касри  $\frac{a}{3}$  аз қимати касри  $\frac{a+1}{4}$  калонтар аст?

2) дар қадом қиматҳои  $b$  қимати касри  $\frac{b+3}{2}$  аз қимати касри  $\frac{b-1}{5}$  хурдтар аст?

3) дар қадом қиматҳои  $x$  қимати касри  $\frac{3x-5}{6}$  аз қимати фарқи касрҳои  $\frac{6x-7}{15}$  ва  $\frac{3-x}{9}$  калонтар аст?

4) дар қадом қимагҳои  $x$  қимати суммаи касрҳои  $\frac{2-5x}{4}$  ва  $\frac{7x-3}{6}$  аз қимати касри  $\frac{2x+5}{18}$  хурдтар аст?

Нобаробариҳоро ҳал кунед (**234–236**):

$$1) \ 3(x-2) + x < 4x + 1; \quad 2) \ 5(x+2) - x > 3(x-1) + x;$$

$$3) \ \frac{3x+6}{4} - \frac{x}{4} > \frac{x+2}{2}; \quad 4) \ \frac{2x-1}{5} - 4 < x - \frac{3x+1}{5}.$$

- 235.** 1)  $5(x+2) + 2(x-3) < 3(x-1) + 4x$ ;  
 2)  $3(2x-1) + 3(x-1) > 5(x+2) + 2(2x-3)$ ;  
 3)  $\frac{5x+3}{2} - 1 \geq 3x - \frac{x-7}{2}$ ;      5)  $\frac{3x+2}{4} - 1 \leq 2x + \frac{x-5}{2}$ ;  
 4)  $2 - \frac{x-4}{3} \leq 2x - \frac{7x-4}{3}$ ;      6)  $3 - \frac{x-1}{2} \geq 3x - \frac{5x-3}{3}$ .
- 236.** 1)  $\frac{2}{3x+6} < 0$ ;      2)  $\frac{3}{2x-4} > 0$ ;      3)  $\frac{-1,7}{0,5x-2} > 0$ ;  
 4)  $\frac{-2,3}{0,4x+8} < 0$ ;      5)  $\frac{-1,7}{2,1+6,3x} < 0$ ;      6)  $\frac{-3,8}{3,2-6,4x} > 0$ .
- 237.** Дар кадом қиматҳои  $x$  қиматҳои функсияи  $y=2,5x-4$ : 1) мусбатанд; 2) манфианд; 3) аз 1 калонтаранд; 4) аз  $-4$  хурдтаранд?
- 238.** Дар кадом қиматҳои  $x$  қиматҳои функсияи  $y=3,5-0,5x$ : 1) мусбат; 2) ғайриманфӣ; 3) аз 3,5 калон; 4) аз 1 хурдтар нестанд?
- 239.** Графики функсияи  $y=3-2x$  -ро созед. Бо ёрии график ҳамон қиматҳои  $x$ -ро ёбед, ки дар онҳо нуқтаҳои графики функсия: 1) болотари тири абсиссаҳо воқеанд; 2) болотари хати рости  $y = 2$  воқеанд; 3) поёнтари тири абсиссаҳо воқеанд; 4) поёнтари хати рости  $y = 4$  воқеанд.  
 Нобаробарихои мувофиқро ҳал намуда, натиҷаҳоро санҷсд.
- 240.** Аз рӯи нақша устоҳо бояд 40 гаҳвора созанд. Барои нақшаро 10% барзиёд ичро кардан, онҳо бояд чӣ қадар гаҳвора созанд?

## § 16. СИСТЕМАИ НОБАРОБАРИҲОИ ЯКНОМАЪЛУМА. ФОСИЛАИ АДАДӢ

### 1. Системаҳои нобаробарии.

**Масъала.** Ба ҳавзи холие, ки ғунҷоишаш 4000 л аст об рехтанд. Барои баъд аз 4 соат пур шудани зиёда аз нисфи тамоми ҳавз ва барои баъд аз 5 соат лабрез нашудани он ба ҳавз соате чанд литрӣ об рехтан даркор аст?

△ Бигузор х литр – микдори обе, ки ба ҳавз дар 1 соат дохил мешавад. Мувофики шарти масъала  $4x > 2000$ ,  $5x \leq 4000$  аст.

Аз нобаробарии якум  $x > 500$  ва аз нобаробарии дуюм  $x \leq 800$  -ро ҳосил менамоем.

**Ҷавоб:** Ба ҳавз дар 1 соат зиёда аз 500 л, вале на зиёда аз 800 л обрехтан даркор аст. ▲

Дар нобаробариҳои  $4x > 2000$  ва  $5x \leq 4000$  адади номаълум  $x$  ягона аст. Бинобар ҳамин ин нобаробариҳоро якҷоя муоина менамоянд ва мегӯянд, ки онҳо *системаи нобаробариҳоро* ташкил медиҳанд:

$$\begin{cases} 4x > 2000, \\ 5x \leq 4000. \end{cases} \quad (1)$$

Қавси фигуравӣ нишон медиҳад, ки ҳамон қиматҳои  $x$ -ро ёфтан даркор аст, ки дар онҳо ҳар ду нобаробарии системаи (1) ба нобаробариҳои аддии дуруст табдил меёбанд.

Системаи (1) – мисоли системаи нобаробариҳои хаттии якномаълума.

Боз мисолҳои системаҳои нобаробариҳои якномаълумаро меоварем, ки ба системаи нобаробариҳои хаттӣ оварда мешаванд:

$$\begin{cases} 3(x+1) > 5, \\ 4(x-1) > x-2; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-1 \geq 3x, \\ 5(x-1) \leq 8, \\ x-1 > 5. \end{cases}$$



**Ҳалли системаи нобаробариҳои якномаълума гуфта,** ҳамон қиматҳои номаълумро меноманд, ки он ҳамаи нобаробариҳои системаро ба нобаробариҳои аддии дуруст табдил медиҳад.

**Ҳал кардани системаи нобаробариҳо** – ин ёфтани ҳамаи ҳалҳои системаи мазкур ё муқаррар кардани он ки ҳал вучуд надорад.

Масалан,  $x=1$  ҳалли системаи

$$\begin{cases} 2x \geq -4, \\ 3x \leq 9 \end{cases} \quad (2)$$

мебошад, чунки ҳангоми  $x = 1$  будан, ҳар ду нобаробарии системаи (2) дурустанд:

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 \geq -4, \\ 3 \cdot 1 \leq 9. \end{cases}$$

Дар системаи (2) ҳар ду қисми нобаробарии якумро ба 2 ва нобаробарии дуюмро ба 3 тақсим карда, ҳосил мекунем:

$$\begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 3 \end{cases}$$

Пас, ҳамаи қиматҳои  $x$ , ки на хурдтар аз  $-2$  ва на калонтар аз  $3$  мебошанд, ҳалҳои системаи (2) мебошанд.

Нобаробариҳои  $x \geq -2$  va  $x \leq 3$  -ро ба намуди нобаробарии дучанда навипғган мүмкин аст:

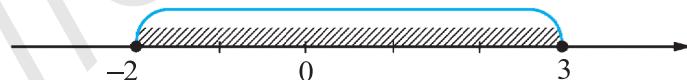
$$-2 \leq x \leq 3.$$

## 2. Фосилаҳои ададӣ.

Маҷмӯъҳои ададии гуногун ҳалҳои системаҳои нобаробариҳои якномаълума мебошанд. Ин маҷмӯъҳо номҳои худро доранд.

**!** Агар  $a < b$  бошад, маҷмуи ададҳои  $x$ , ки нобаробариҳои  $a \leq x \leq b$  -ро қонеъ менамоянд, порча номида мешавад ва чунин  $[a; b]$  ишорат карда мешавад.

Масалан, дар тири ададӣ маҷмӯи ададҳои  $x$ , ки нобаробариҳои  $-2 \leq x \leq 3$  -ро қонеъ менамоянд, бо порчаи охирҳояш дар нуқгаҳои  $-2$



Расми 21.

ва 3 буда, тасвир карда мешавад (расми 21).

Бинобар ин, маҷмуи ададҳои  $x$ -ро, ки нобаробариҳои  $-2 \leq x \leq 3$  -ро қонеъ менамоянд, порча меноманд ва ин тавр ишорат мекунанд:  $[-2; 3]$ ;

Масалан, порчаи  $[4; 7]$  маҷмӯи ададҳои  $x$  мебошад, ки нобаробариҳои  $4 \leq x \leq 7$  -ро қонеъ менамоянд.

Барои маҷмӯъҳои ададҳо нобаробариҳои намуди  $2 < x < 7$ ,  $-1 \leq x < 2$ ,  $4 < x \leq 7$  -ро қонеъкунанда, низ номҳои маҳсус доҳил карда мешаванд.



Агар  $a < b$  бошад, маңмұи ададҳои  $x$ , ки нобаробариҳои  $a < x < b$  -ро қонеъ менамоянд, **интервал** номыда мешавад ва үзүнин  $(a; b)$  ишорат карда мешавад.

Масалан, интервали  $(-2; 3)$  маңмұи ададҳои  $x$  мебошад, ки нобаробариҳои  $-2 < x < 3$  -ро қонеъ менамоянд (расми 22).



Расми 22.



Маңмұи ададҳои  $x$ , ки нобаробариҳои  $a \leq x < b$  ё  $a < x \leq b$  -ро қонеъ менамоянд, **ниминтервалхұ** номыда мешаванд ва мувофиқан үзүнин  $[a; b)$  ва  $(a; b]$  ишорат карда мешаванд.

Масалан, ниминтервали  $[-1; 2)$  маңмұи ададҳои  $x$  мебошад, ки нобаробариҳои  $-1 \leq x < 2$  -ро қонеъ менамоянд; ниминтервали  $(4; 7]$  маңмұи ададҳои  $x$  мебошад, ки нобаробариҳои  $4 < x \leq 7$  -ро қонеъ менамоянд (расми 23).



Расми 23.

Порчаҳо, интервалхұ, ниминтервалхұ ва нурхоро фосилаҳои ададй меноманд.

Ҳамин тавр, фосилаҳои ададиро ба намуди нобаробариҳо мұайян кардан мумкін аст.

Мисолҳои ҳал кардан системаҳои нобаробариҳоро діда мебароем.

**Масъалаи 1.** Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} 5x - 1 > 3(x + 1), \\ 2(x + 4) > x + 5. \end{cases} \quad (1)$$

△ Нобаробарии якумро ҳал менамоем:

$$5x - 1 > 3x + 3,$$

$$2x > 4, \quad x > 2.$$

Ҳамин тавр, нобаробарии якум ҳангоми  $x > 2$  будан, чой дорад.

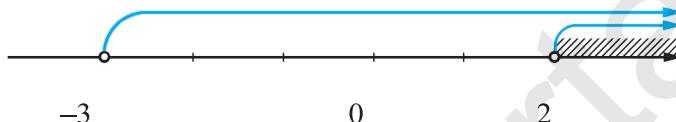
Нобаробарии дуюмро ҳал менамоем:

$$2x + 8 > x + 5, \quad x > -3.$$

Инак, нобаробарии дуюми системаи (1) ҳангоми  $x > -3$  будан, чой дорад.

Маңмұи ҳалқои нобаробариҳои якум ва дуюми системаи (1)-ро дар тири ададі тасвир менамоем.

Ҳалқои нобаробарии якум — ҳамаи нүктаҳои нури  $x > 2$ , ҳалқои нобаробарии дуюм — ҳамаи нүктаҳои нури  $x > -3$  (расми 24).



Расми 24.

Ҳалқои системаи (1) ҳамон қиматҳои х мебошанд, ки ба ҳар ду нур дар як вақт мутааллиқанд. Аз расм аён аст, ки маңмұи нүктаҳои умумии ин нурхо аз нури  $x > 2$  иборат аст.

**Цавоб:**  $x > 2$ . ▲

**Масъалаи 2..** Системаи нобаробариҳоро ҳал қунед:

$$\begin{cases} 3(x-1) \leq 2x+4, \\ 4x-3 \geq 13. \end{cases} \quad (2)$$

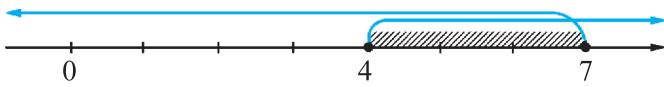
△ Нобаробарии яқымро ҳал менамоем:

$$\begin{aligned} 3x-3 &\leq 2x+4, \\ x &\leq 7. \end{aligned}$$

Нобаробарии дуюми системаро ҳал менамоем:

$$\begin{aligned} 4x &\geq 16, \\ x &\geq 4. \end{aligned}$$

Маңмұи ҳалқои нобаробариҳои якум ва дуюми системаи (2)-ро дар тири ададі тасвир менамоем. Ҳалқои нобаробарии якум — нури  $x \leq 7$  ҳалқои нобаробарии дуюм — нури  $x \geq 4$  (расми 25) мебошад.



**Расми 25.**

Аз расм аён аст, ки маңмұй нұқтахои умумии нурхो – порчай  $[4; 7]$  мешавад.

**Чавоб:**  $4 \leq x \leq 7$ .  $\blacktriangle$

**Масъалаи 3.** Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$\begin{cases} \frac{5x}{12} + \frac{4}{3} \geq \frac{x+1}{3}, \\ 2 - \frac{5x}{14} < \frac{2-x}{2}. \end{cases} \quad (3)$$

$\blacktriangle$  Нобаробарии якуми системаи (3)-ро ҳал мекунем::

$$5x + 16 \geq 4x + 4,$$

$$x \geq -12.$$

Нобаробарии дуюмро ҳал мекунем:

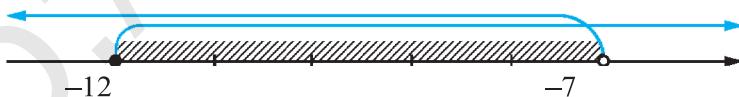
$$28 - 5x < 14 - 7x,$$

$$2x < -14,$$

$$x < -7.$$

Дар тири агадай нурхои  $x \geq -12$  va  $x < -7$ -ро тасвир мекунем (расми 26). Аз расм аён аст, ки маңмұй нұқтахои умумии ин нурхо — ним интервалы  $[-12; -7)$  мешавад.

**Чавоб:**  $-12 \leq x < -7$ .  $\blacktriangle$



**Расми 26.**

**Масъалаи 4.** Нишон дихед, ки системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 2(1-x) < 4 - 3x, \\ 10 - 3x < 1 \end{cases} \quad (4)$$

ҳал надорад.

△ Нобаробарии якумро ҳал менамоем:

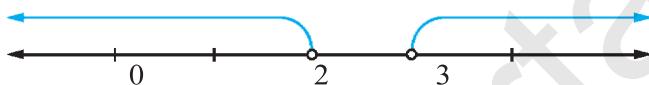
$$2 - 2x < 4 - 3x, \quad x < 2.$$

Нобаробарии дуюми системаи (4)-ро ҳал менамоем:

$$\begin{aligned} -3x &< -9, \\ x &> 3. \end{aligned}$$

Дар тири ададъ нурхой  $x < 2$  ва  $x > 3$  ро тасвир мекунем (расми 27).

Аз расм аён аст, ки ин нурхо нүктахой умумий надоранд. Пас, системаи (4) ҳал надорад. ▲



Расми 27.

### Машқҳо

**241.** Кадоме аз ададҳои  $-3; 0; 5$  ҳалҳои системаи нобаробариҳои зерин мебошанд?

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} 5-x \leq 9, \\ 2-3x > -4; \end{cases} & 2) \begin{cases} \frac{1}{3}x-2 > 1, \\ 5-2x > -25; \end{cases} & 3) \begin{cases} 0,5x+3 > 4, \\ 7-x > 1? \end{cases} \end{array}$$

**242.** Кадоме аз ададҳои  $-2; 0; 1$  ҳалҳои системаи нобаробариҳои зерин мебошанд:

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} 12x-1 < 11, \\ -3-x \leq 0; \end{cases} & 2) \begin{cases} 4x-1 \geq 4-x, \\ x+6 > 2? \end{cases} \end{array}$$

**243.** Ҳамаи ададҳои бутунро ёбед, ки ҳалҳои системаи нобаробариҳои зерин мебошанд:

$$\begin{array}{lll} 1) \begin{cases} x > 2, \\ x < 7; \end{cases} & 2) \begin{cases} x \leq 3, \\ x > -1; \end{cases} & 3) \begin{cases} x \leq 2,7, \\ x \geq 0; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x \geq -5,1, \\ x < 5,1. \end{cases} \end{array}$$

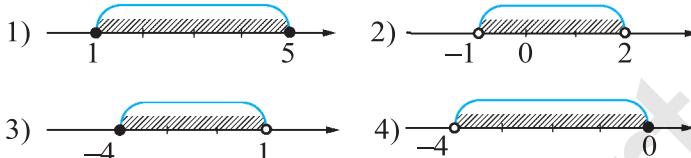
**244.** Мачмӯи ададҳои  $x$ -ро, ки нобаробарии дучандаи зеринро қонеъ менамоянд, бо ёрии ишоратҳои фосилаи ададъ нависед ва дар тири ададъ тасвир намоед.

$$\begin{array}{lll} 1) 1 \leq x \leq 5; & 2) -1 \leq x \leq 3; & 3) -1 < x < 4; \\ 4) 1 < x < 2; & 5) -3 \leq x < 1; & 6) -4 < x \leq -2. \end{array}$$

**245.** Маңмұи ададҳои  $x$ -ро, ки нобаробарии дучандаи зеринро қонеъ менамоянд, бо ёрии ишоратҳои фосилаи адады нависед ва дар тири адады тасвир кунед:

- 1)  $[-4; 0]$ ;      2)  $[-3; -1]$ ;      3)  $(-4; -2)$ ;
- 4)  $(0; 3)$ ;      5)  $(-1; 4]$ ;      6)  $[-2; 2)$ .

**246.** Маңмұи ададҳои  $x$ -ро, ки дар расми 28 тасвир шудааст, ба намуди нобаробарии дучанда ва инчунин бо ёрии ишоратҳои фосилаи адады нависед.



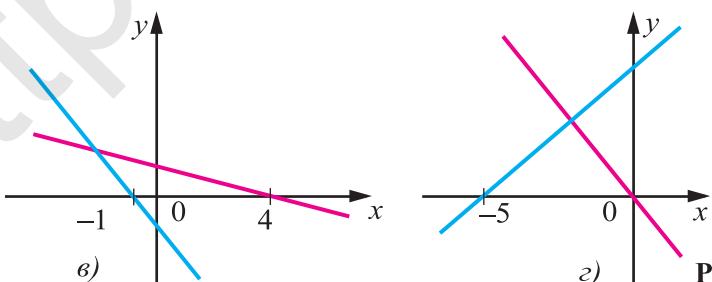
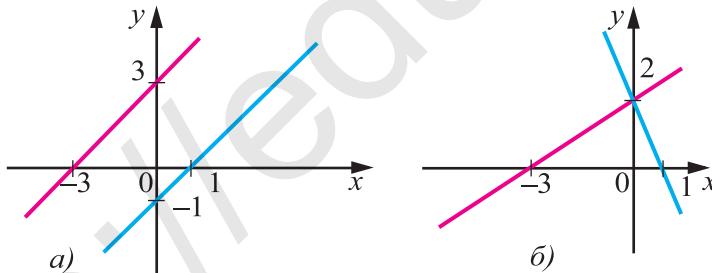
Расми 28.

**247.** Оё порчаи  $[2;3]$  ба интервали  $(1;4)$  мутааллиқ аст?

**248.** Оё порчаҳои  $[2; 4]$  ва  $[3; 5]$  нүқтаҳои умумй доранд?

**249.** Дар як ҳамвории координатті графикҳои ду функцияҳои хатты тасвир карда шудаанд (расми 29). Ҳангоми кадом қиматҳои  $x$  қиматҳои  $y$  дар функция дар як вақт мусбатанд ва дар кадом ҳолат манфианд?

**250.** Дар як ҳамвории координатті графикҳои функцияҳои  $y = -2x - 2$  ва



Расми 29.



*Тарафҳои росткунча ба воситаи ададҳои натуралӣ ифодамешаванд. Барои баробар шудани қимати периметри росткунча ба масоҳати он дарозии тарафҳо чиқадарӣ шуданашон мумкин аст?*

**№ 3**

$y = 2 - \frac{x}{2}$ -ро созед. Дар тири абсиссаҳо маҷмӯи қиматҳои  $x$ -ро муайян намоед, ки дар онҳо қиматҳои ҳар ду функсия 1) мусбатанд; 2) манфианд.

**251.** Нобаробариҳоро ҳал кунед:

- 1)  $(x - 3)(2x - 3) + 6x^2 \geq 2(2x - 3)^2;$
- 2)  $(5 - 6x)(1 + 3x) + (1 + 3x)^2 \leq (1 + 3x)(1 - 3x);$
- 3)  $(2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) - 8x^3 \geq -2(x + 3);$
- 4)  $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) \leq x(x^2 + 2) + 1.$

Ҳамаи ҳалҳои системаи нобаробариҳоро бо як нобаробарӣ нависед ва ин маҷмӯъро дар тири адади тасвир намоед (**252–253**):

**252.** 1)  $\begin{cases} x > 2, \\ x > 5; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} x > 0, \\ x > -1; \end{cases}$       3)  $\begin{cases} x > 2, \\ x \geq -3; \end{cases}$       4)  $\begin{cases} x \geq -2, \\ x \geq -4. \end{cases}$

**253.** 1)  $\begin{cases} x \leq 1, \\ x < 5; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} x < 0, \\ x < -1; \end{cases}$       3)  $\begin{cases} x < -2, \\ x < -5; \end{cases}$       4)  $\begin{cases} x \leq 1, \\ x \leq 0. \end{cases}$

Ҳамаи ҳалҳои системаи нобаробариҳоро бо нобаробарии дучанда нависед ва ин маҷмӯъро дар тири ададӣ тасвир намоед (**254–255**):

**254.** 1)  $\begin{cases} x > 2, \\ x < 5; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} x > 3, \\ x < 6; \end{cases}$       3)  $\begin{cases} x < 0, \\ x \geq -2; \end{cases}$       4)  $\begin{cases} x \geq 0, \\ x < \frac{1}{2}. \end{cases}$

- 255.** 1)  $\begin{cases} x \leq -2, \\ x \geq -7,5; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} x < 1,5, \\ x \geq -1,5; \end{cases}$       3)  $\begin{cases} x \geq 0,8, \\ x < 2,2; \end{cases}$   
 4)  $\begin{cases} x \leq 7,5, \\ x \geq -0,5; \end{cases}$       5)  $\begin{cases} x \geq -2, \\ x \leq 2; \end{cases}$       6)  $\begin{cases} x < 3,5, \\ x > 0. \end{cases}$

Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед (**256–259**):

- 256.** 1)  $\begin{cases} 3x - 18 > 0, \\ 4x > 12; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} 7x - 14 \geq 0, \\ 2x \geq 8; \end{cases}$       3)  $\begin{cases} 2x + 5 > 0, \\ 3x + 6 \geq 0; \end{cases}$   
 4)  $\begin{cases} 2x + 7 \geq 0, \\ 5x + 15 > 0; \end{cases}$       5)  $\begin{cases} 5x + 10 > 0, \\ 3x \leq 9; \end{cases}$       6)  $\begin{cases} 4x - 7 < 0, \\ 2x + 1 \geq 0. \end{cases}$

- 257.** 1)  $\begin{cases} 3 - 2x \geq 0, \\ 4x + 8 < 0; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} 2x + 4 \leq 0, \\ 4 - 3x > 0; \end{cases}$       3)  $\begin{cases} 2x + 3 \leq 0, \\ 3x + 9 \leq 0; \end{cases}$   
 4)  $\begin{cases} 2x - 9 < 0, \\ 12 > 3x; \end{cases}$       5)  $\begin{cases} 24 < 6x, \\ 3x \geq 2; \end{cases}$       6)  $\begin{cases} 7x + 14 > 0, \\ 3x - 6 \leq 0. \end{cases}$

- 258.** 1)  $\begin{cases} 7 - 2x \geq 0, \\ 5x - 20 < 0; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} 2x + 5 \leq 0, \\ 9x + 18 \leq 0; \end{cases}$       3)  $\begin{cases} 6 - 2x > 0, \\ 3x + 6 > 0; \end{cases}$   
 4)  $\begin{cases} 10 - 2x \geq 0, \\ 4x - 8 \geq 0; \end{cases}$       5)  $\begin{cases} 5x - 12 \geq 0, \\ 15 - 3x \leq 0; \end{cases}$       6)  $\begin{cases} 6 - 4x \leq 0, \\ 3x + 9 > 0. \end{cases}$

- 259.** 1)  $\begin{cases} 3x + 3 \leq 2x + 1, \\ 3x - 2 \leq 4x + 2; \end{cases}$       2)  $\begin{cases} 4x + 2 \geq 5x + 3, \\ 2 - 3x < 7 - 2x; \end{cases}$   
 3)  $\begin{cases} 5(x + 1) - x > 2x + 2, \\ 4(x + 1) - 2 < 2(2x + 1) - x; \end{cases}$   
 4)  $\begin{cases} 2(x - 1) - 3 < 5(2x - 1) - 7x, \\ 3(x + 1) - 2 \leq 6(1 - x) + 7. \end{cases}$

**260.** Ҳамаи ададҳои бутунро ёбед, ки ҳалҳои системаи нобаробариҳо мебошанд:

$$1) \begin{cases} 0,2x > -1, \\ -\frac{x}{3} \geq 1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 1 - 0,5x \geq 0, \\ -\frac{x+5}{5} < -1; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{x-1}{2} < \frac{x}{3}, \\ \frac{x+1}{2} \geq \frac{x}{5}; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x-1}{4} \leq \frac{x}{5}, \\ \frac{x}{3} > \frac{x+4}{7}; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 0,4x > -2, \\ 0,3x < 1; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 1 + 0,2x \geq 0, \\ 0,5x - 1 < 0. \end{cases}$$

**261.** Дар қадом қиматҳои  $x$  қиматҳои функцияҳои  $y=0,5x+2$  ва  $y=3-3x$  дар як вакт: 1) мусбатанд; 2) манфианд; 3) аз 3 калонтаранд; 4) аз 3 хурдтаранд?

**262.** Дар қадом қиматҳои  $x$  қиматҳои функцияҳои  $y=x-2$  ва  $y=0,5x+1$  дар як вакғ: 1) ғайриманфианд; 2) ғайримусбатанд; 3) на хурдтар аз 4 мебошанд; 4) на калонтар аз 4 мебошанд?

**263.** Як тарафи ссунҷа ба 5 м, тарафи дигараш ба 8 м баробар аст. Агар периметри ссунҷа: 1) аз 22 м хурдтар; 2) аз 17 м калонтар бошад, дарозии тарафи сеюм ба чӣ баробар шуда метавонад?

**264.** Агар аз  $\frac{3}{2}$  ҳиссаи адади бутун  $\frac{1}{4}$  ҳиссаи он тарҳ карда шавад, адади аз 29 калонтар ҳосил мешавад, вале агар аз  $\frac{3}{2}$  ҳиссаи худи ҳамон адад  $\frac{1}{3}$  ҳиссааш тарҳ карда шавад, адади аз 29 хурдтар ҳосил мешавад. Ин адади бутунро ёбед.

**265.** Агар ба дучандай адади бутун нисфи он ҷамъ карда шавад, адади аз 92 хурдтар ҳосил мешавад, вале агар аз дучандай худи ҳамин адад нисфи он тарҳ карда шавад, адади аз 53 калонтар ҳосил мешавад. Ин адади бутунро ёбед.

## § 17. МОДУЛИ АДАД. МУОДИЛА ВА НОБАРОБАРИХОЕ, КИ МОДУЛРО ДАРБАР МЕГИРАНД

### 1. Модули адад.

Мағұмі модули ададро хотиррасон менамоем.

1) Модули адади мұсбат ба худи адад баробар аст.

Масалан,  $|3| = 3$ ,  $\left|\frac{2}{7}\right| = \frac{2}{7}$ ,  $|2,4| = 2,4$ .

2) Модули адади манғы ба адади ба он мүқобил баробар аст.

Масалан,  $|-2| = -(-2) = 2$ ,  $\left|-\frac{5}{6}\right| = -\left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{6}$ ,  $|-1,5| = -(-1,5) = 1,5$ .

3) Модули сифр ба сифр баробар аст:  $|0| = 0$ .

Хамин тавр, таърифи модули адад чунин аст:

$$|a| = a, \text{ агар } a \geq 0 \text{ бошад};$$

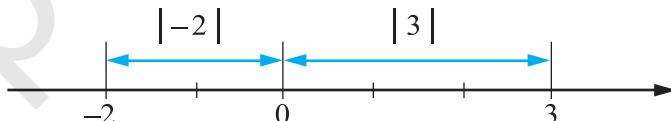
$$|a| = -a, \text{ агар } a < 0 \text{ бошад}.$$

Ин таърифро мұхтасар бо воситаи формулаи зерин менависанд:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{агар } a \geq 0 \text{ бошад;} \\ -a, & \text{агар } a < 0 \text{ бошад.} \end{cases}$$

Маңын геометрии модули ададро дида мебароем.

Дар тири ададі, масалан, нүқтахои 3 ва  $-2$ -ро тасвир менамоем (расми 30). Аз расм аён аст, ки  $|3| = 3$  масофа аз нүктаи 0 то нүктаи 3 мебошад,  $|-2| = 2$  масофа аз нүктаи 0 то нүктаи  $-2$  мебошад.



Расми 30.

Пас, ба таври геометрий модули  $|a|$  ба масофай аз нүктаи 0 то нүктае, ки адади  $a$ -ро тасвир менамояд, баробар аст.

2. Муодилахое, ки номаълумро дар зери алмати модул дарбар мегиранд.

**Масъалаи 1.** Муодиларо ҳал кунед:

$$|x| = 7.$$

Δ 1) Бигузор  $|x| \geq 0$  аст. Он гоҳ мувофиқи таърифи модул  $|x| = x$  аст ва муодила намуди

$x = 7$ -ро мегирад,  
яъне  $x = 7$  — решай муодилаи додашуда мебошад;

2) Бигузор  $|x| < 0$  бошад. Он гоҳ мувофиқи таърифи модул  $|x| = -x$  аст ва муодила намуди

$$-x = 7,$$

-ро мегирад, ки дар ин чо  $x = -7$  — решай муодилаи додашуда мебошад.

**Ҷавоб:**  $x_1 = 7, x_2 = -7$ . ▲

**Масъалаи 2.** Муодилаи  $|3x + 2| = 1$  -ро ҳал кунед

Δ Бигузор 1)  $3x + 2 \geq 0$  бошад. Он гоҳ  $3x + 2 = 1, 3x = -1, x = -\frac{1}{3}$ ;

2) Бигузор  $3x + 2 < 0$  бошад. Он гоҳ  $3x + 2 = -1, 3x = -3, x = -1$ .

**Ҷавоб:**  $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = -1$ . ▲

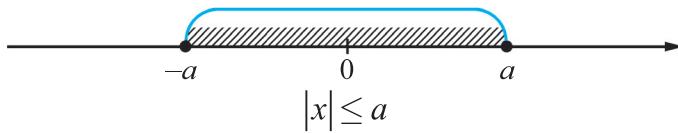
**3. Нобаробарихое, ки номаълумро дар зери алмати модул дар бар мегиранд.**

Нобаробарии зеринро диди мебароем, ки ин чо

$$|x| \leq a, \text{ дар ин чо } a > 0$$

аст.

Ин нобаробариро ҳамаи нуқтахое, ки аз нуқтай 0 дар масофаи на калонтар аз а воқеъ мебошанд, яъне нуқгаҳои порчай  $[-a; a]$  қонеъ менамоянд (расми 31).



Расми 31.

Порчай  $[-a; a]$  маңмұи агадхой х мебошад, ки нобаробарии  $-a \leq x \leq a$  -ро қонеъ менамоянд.



Пас, нобаробарии  $|x| \leq a$  а ки дар ин чо  $a > 0$  аст, нобаробарии дучандаи  $-a \leq x \leq a$  -ро мефаҳмонад.

Масалан, нобаробарии  $|x| \leq 2,5$  нобаробарии  $-2,5 \leq x \leq 2,5$  ро мефаҳмонад; нобаробарии;  $|x| < 3$  мефаҳмонад, ки  $-3 < x < 3$  аст.

**Масъалаи 3.** Нобаробарии  $|5-3x| < 8$  -ро ҳал намоед.

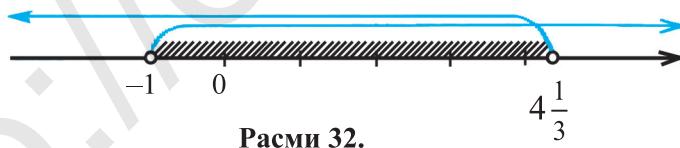
△ Нобаробарии мазкурро ба намуди

$$-8 < 5 - 3x < 8.$$

менависем. Ин нобаробарии дучанда системаи нобаробариҳои

$$\begin{cases} 5 - 3x < 8, \\ 5 - 3x > -8. \end{cases}$$

-ро мефаҳмонад. Ин системаро ҳал намуда  $-1 < x < 4\frac{1}{3}$  -ро пайдо мекунем (расми 32). ▲



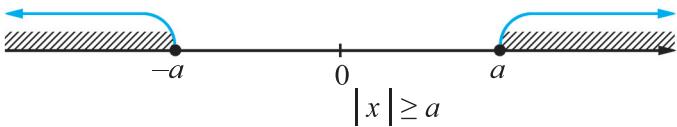
Расми 32.

Нобаробарии зеринро дида мебароем, ки дар ин чо

$$|x| \geq a, \text{ дар ин чо } a > 0$$

аст.

Ин нобаробариро ҳамаи нүқтаҳои  $x$ , ки аз нүқтаги 0 дар масоғай на хурдтар аз  $a$  воқеанд, яъне нүқтаҳои ду нури  $x \geq a$  ва  $x \leq -a$  қонеъ менамоянд (расми 33).



Расми 33.

**Масъалаи 4.** Нобаробариҳоро ҳал кунед:  $|x - 1| \geq 2$ .

△ 1) Бигузор  $x - 1 \geq 0$  бошад. Он гоҳ  $x - 1 \geq 2$  мебошад. Системаи нобаробариҳои зеринро ҳосил мискунем:

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0, \\ x - 1 \geq 2. \end{cases}$$

Ин системаро ҳал намуда,  $x \geq 3$ -ро ҳосил мекунем.

2) Бигузор  $x - 1 < 0$  бошад. Он гоҳ  $-(x - 1) \geq 2$  ва ё  $x - 1 \leq -2$ . мешавад. Системаи нобаробариҳои зеринро ҳосил мискунсм:

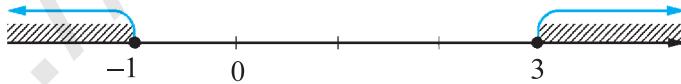
$$\begin{cases} x - 1 < 0, \\ x - 1 \leq -2. \end{cases}$$

Ин системаро ҳал намуда  $x \leq -1$ -ро меёбем.

Ҳамин тавр, ҳалҳои нобаробариҳои  $|x - 1| \geq 2$  ададҳои  $x \geq 3$  ва  $x \leq -1$  мебошанд.

**Ҷавоб:**  $x \leq -1, x \geq 3$ . ▲

Ҳалҳои нобаробарии  $|x - 1| \geq 2$  дар расми 34 тасвир ёфтаанд



Расми 34.

Қайд менамоем, ки агар дар нобаробарии

$$|x| \leq a$$

адади  $a$  ба сифр баробар бошад, нобаробарӣ ҳалли ягонаи  $x = 0$ -ро дорад, вале агар  $a < 0$  бошад, ин нобаробарӣ умуман ҳал надорад.

Агар дар нобаробарии

$$|x| \geq a$$

адади  $a$  аз сифр хурдтар ё баробари он бошад, адади дилхөх ҳалли ин нобаробар ю мебошад.

### Машқҳо

**266.** (Шифоҳи.) Модули адад ба чӣ баробар аст:

1)  $23$ ;    2)  $4,7$ ;    3)  $\frac{2}{7}$ ;    4)  $-47$ ;    5)  $-2,1$ ;    6)  $-\frac{3}{8}$ ?

Муодиларо ҳал кунед (**267–270**):

**267.** 1)  $|x| = 2,5$ ;    2)  $|x| = 1,5$ ;    3)  $|x - 1| = 2$ ;

4)  $|x + 3| = 3$ ;    5)  $|x + 4| = 4$ ;    6)  $|x - 4| = 4$ .

**268.** 1)  $|x + 4| = 0$ ;    2)  $|x - 2| = 0$ ;    3)  $|2x - 3| = 0$ ;

4)  $|3 - 4x| = 0$ ;    5)  $|7 + 3x| = 0$ ;    6)  $|2x + 5| = 0$ .

**269.** 1)  $|3x - 5| = 5$ ;    2)  $|4x + 3| = 2$ ;    3)  $\left| \frac{2}{3}x + \frac{1}{6} \right| = \frac{1}{3}$ ;

4)  $\left| \frac{3}{4}x - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{4}$ ;    5)  $|7x - 10| = 4$ ;    6)  $|0,5 - 2x| = 2,5$ .

**270.** 1)  $|-x| = 3,4$ ;    2)  $|-x| = 2,1$ ;    3)  $|5 - x| = 5$ ;

4)  $|3 - x| = 8$ ;    5)  $|x - 7| = 1$ ;    6)  $|5 - x| = 2$ .

**271.** Мачмӯи ҳалҳои нобаробариро дар тири ададӣ тасвир намоед:

1)  $|x| < 5$ ;    2)  $|x| \leq 4$ ;    3)  $|x| \leq 4$ ;    4)  $|x| > 2$ .

**272.** Нобаробарии дорои модулро ба намуди нобаробарии дучанда нависед:

1)  $|x| \geq 3$ ;    2)  $|x| < 2$ ;    3)  $|x| < 3,5$ ;    4)  $|x| \leq 2,4$ .

**273.** Нобаробарии дучандаро ба намуди як нобаробарии модулдор нависед:

1)  $-3,1 < x < 3,1$ ; 2)  $-0,3 \leq x \leq 0,3$ ; 3)  $-4,8 < x < 4,8$ .

Нобаробариҳоро ҳал кунед (**274–277**):

**274.** 1)  $|1+x| \leq 0,3$ ; 2)  $|2+x| < 0,2$ ; 3)  $|3-x| \leq \frac{2}{3}$ ;

4)  $|1-x| < \frac{3}{4}$ ; 5)  $|x-1| \leq 1$ ; 6)  $|x-4| \leq 2$ .

**275.** 1)  $|3x-4| < 5$ ; 2)  $|2x+3| < 3$ ; 3)  $|2-3x| \leq 2$ ;  
4)  $|5-4x| \leq 1$ ; 5)  $|4x-1| < 7$ ; 6)  $|3-2x| \leq 3$ .

**276.** 1)  $|x+1| > 1,3$ ; 2)  $|x-2| \geq 1,1$ ; 3)  $|1-x| \geq \frac{1}{2}$ ;

4)  $|3-x| > \frac{2}{3}$ ; 5)  $|x-1| > 3,8$ ; 6)  $|5-4x| \leq 1$ .

**277.** 1)  $|4x-3| \geq 3$ ; 2)  $|3x+2| > 1$ ; 3)  $|3x-2| > 4$ ;  
4)  $|4-5x| \geq 4$ ; 5)  $|6x-1| \leq 2$ ; 6)  $|3-5x| \geq 2$ .

**278.** Ҳамаи қиматҳои бутуни  $x$ -ро ёбед, ки дар онҳо нобаробарӣ ҷой дорад:

1)  $|5x-2| < 8$ ; 2)  $|5x+3| < 7$ ; 3)  $|5-3x| \leq 1$ ;

4)  $|3-4x| \leq 3$ ; 5)  $|2x-5| \leq 1$ ; 6)  $|3-4x| \leq 6$ .

**279.** Нобаробариҳоро ҳал кунед:

1)  $|2x-3| > 5$ ; 2)  $|3x-1| \leq 4$ ; 3)  $|1-3x| \leq 1$ ;

4)  $|3-2x| \geq 3$ ; 5)  $|1,5x-2| \leq 1$ ; 6)  $|4-3x| > 2$ .

## § 18. ҚИМАТҲОИ ТАҚРИБИИ БУЗУРГИҲО. САҲВИ НАЗДИКШАВӢ

Ҳангоми ҳал кардани масъалаҳои амалӣ бисёр вақт бо қиматҳои тақрибии бузургиҳои гуногун сару кор доштган лозим мешавад.

Қиматҳои тақрибӣ одатан ҳангоми ҳисоб кардани предметҳои миқдорашон зиёд масалан, миқдори дараҳгҳои ҷангалзор; ҳангоми бо ёрии асбобҳо чен кардани бузургиҳои гуногун мисли дарозӣ, масса, ҳарорат; ҳангоми яклухт кардани ададҳо; ҳангоми дар микрокалкулятор ҳисоб кардан ва ғайра ҳосил мешаванд.

Якчанд мисолро дида мебароем:

- 1) Маркази аввалини почтаи Ӯзбекистони соҳибиستикдол ба шоираи ӯзбек Моҳларойим Нодира бахшида шуда, ба миқдори 2 миллион бароварда шудааст;
- 2) дар синф 36 нафар донишомӯз ҳаст;
- 3) дар Ӯзбекистон беш аз 10 000 мактабҳои миёнаи таълими умумӣ, коллеҷҳо, литсейҳо мавҷуд аст;
- 4) дарозии роҳи оҳани Навоӣ–Нукус 342 км мебошад;
- 5) коргар аз касса 70600 сӯм пул гирифт;
- 6) солҳои охир дар Ӯзбекистон майдонҳои киши ғалла ба 300 ҳазор гектар зиёд шуданд;
- 7) масофаи аз Бухоро то Тошканд 500 км;
- 8) дар як килограмм гандум 30 000 дона ҳаст;
- 9) масофа аз Замин то Офтоб  $1,5 \cdot 10^8$  км аст;
- 10) дар парчами давлатии Республикаи Ӯзбекистон 12 ситора мавҷуд аст.

Дар мисолҳои 2, 5, 10 қимати бузургиҳо дақиқанд, вале дар мисолҳои боқимонда – тақрибӣ.

**Масъалаи 1.** Ба саволи „дар мактаб чанд нафар талаба ҳаст?“ яке аз талабагон „1000 нафар“ ва талабаи дигар „950 нафар“ гуфта, ҷавоб дод. Агар дар мактаб 986 нафар талаба бошад, ҷавоби қадоме аз талабаҳо дақиқтар аст?

△ Саҳви талабаи якум ба 14 ва талабаи дуюм ба 36 баробар аст. Пас, ҷавоби талабаи якум дақиқтар буд. ▲

Қайд менамоем, ки фарқи байни қиматҳои дақиқ ва тақрибӣ дар ҷавоби донишомӯзи якум манғӣ аст:

$$986 - 1000 = -14,$$

вале дар ҷавоби донишомӯзи дуюм мусбат аст.

$$986 - 950 = 36.$$

Амалан донистани тамоили қимати тақрибӣ аз қимати дақиқ ба ин ё он тараф, яъне модули (бузургии мутлақи) фарқи байни қимати дақиқ ва тақрибӣ, муҳим аст.



Модули фарқи байни қимати дақиқи бузургӣ ва қимати тақрибии он *саҳви мутлақи наздикшавӣ* номида мешавад.

Ҳамин тариқ, агар  $a$  қимати тақрибии бузургие бошад, ки қимати дақиқаш ба  $x$  баробар аст, саҳви мутлақ ба

$$|x-a|$$

баробар мешавад.

Саҳви мутлақи наздикшавиро бисёр вақт танҳо *саҳв* меноманд.

**Масъалаи 2.** Ҳангоми бо ёрии транспортир ёфтани суммаи кунҷҳои секунча чун натиҷа  $182^\circ$ -ро ҳосил намуданд. Саҳви мутлақи ин наздикшавӣ ба чӣ баробар аст?

△ Қимати дақиқи суммаи кунҷҳои секунча ба  $180^\circ$  баробар аст, қимати тақрибӣ ба  $182^\circ$  баробар аст. Бинобар ин саҳви мутлақ ба

$$|180^\circ - 182^\circ| = |-2^\circ| = 2^\circ$$

баробар аст. ▲

**Масъалаи 3.** Саҳви наздикшавии адади  $\frac{3}{7}$  -ро ба касри даҳии  $0,43$  ёбед.

$$\Delta \left| \frac{3}{7} - 0,43 \right| = \left| \frac{3}{7} - \frac{43}{100} \right| = \left| \frac{300 - 301}{700} \right| = \left| -\frac{1}{700} \right| = \frac{1}{700}. \quad \blacktriangle$$

### Машқҳо

- 280.** Нишон диҳед, ки қадоме аз ададҳои дар мисолҳо овардашуда қиматҳои дақиқи бузургихо буда, қадомашон қиматҳои тақрибӣ мебошанд:
- 1) як нон 500 сӯм меистад;
  - 2) дағғари 12 варага 60 сӯм меистад ва ғафсиаш 3 мм аст;
  - 3) заводи автомобилсозӣ дар як сол 200 ҳазор автомобил истехсол карда мебарояд.

- 281.** Донишомұз ҳангоми ба воситай хаткашаки масштабій чен кардани бары китоб натиҷаро дар фосилаи аз 16,2 см то 16,4 см ҳосил намуд.  
1) Оё қимати дақиқи бары китобро гүфтән мүмкін аст?  
2) Якчанд қиматхой тақрибии бары китобро нишон дихед.
- 282.** Саҳви мутлақи наздикшавии адади  $\frac{4}{9}$ -ро ба ададхой зерин ёбед:
- 1)  $\frac{6}{13}$ ; 2)  $\frac{1}{2}$ ; 3) 0,3; 4) 0,44; 5) 0,43; 6) 0,45
- 283.** Саҳви наздикшавии ададхой зикршударо ёбед:  
1) 0,1975 ба воситай адади 0,198;  
2) -3,254 ба воситай адади -3,25;  
3)  $-\frac{8}{17}$  адади  $-\frac{1}{2}$ ;  
4)  $\frac{22}{7}$  ба воситай адади 3,14.
- 284.** Бигузор  $a$  қимати тақрибии адади  $x$  бошад. Агар  
1)  $x = 5,346$ ,  $a = 5,3$ ; 2)  $x = 4,82$ ,  $a = 4,9$ ;  
3)  $x = 15,9$ ,  $a = 16$ ; 4)  $x = 25,08$ ,  $a = 25$   
бошад, саҳви наздикшавиро ёбед.
- 285.** Маълум аст, ки суммаи кунчхой дохилии чоркунча ба  $360^\circ$  баробар мебошад. Ҳангоми ба воситай транспортир чен кардани суммаи кунчхой дохилии чоркунча чун нагица  $363^\circ$ -ро ҳосил намуданд. Саҳви ин наздикшавиро ёбед.
- 286.** Бо ёрии графики функцияҳои  $y=7x+9$  ва  $y=1$  карданد, ки ин хатҳои рост ҳамдигарро дар нүктай абсиссааш баробари -1 мебуранд. Саҳви ин наздикшавай ба чӣ баробар аст?
- 287.** Оё қимати тақрибии аз 0,01 хурдтар саҳви мутлақи адади  $\frac{1}{3}$  будани касри дахии 0,33 дурусл аст?

## § 19. БАХО ДОДАНИ САХВ

Дар бисёр ҳолатқо қимати дақиқи бузургй номағлум аст ва дар он сурат сахви мутлақи наздикшавиро ёфтап мүмкін нест.

Бо вұчуди ин агар наздикшавиҳо бо барзиёдй ва бо норасой мағлум бошанд, сахви мутлақро баҳо додан мүмкін аст.

**Масъалаи 1.** Дар ҳарорати хонагй баландии сутунчай моең дар байни нишонаҳои 21 ва  $22^{\circ}\text{C}$  воқеъ аст. Ба сифати қимати тақрибии ҳарорат адади 21,5 гирифта шудааст. Сахви мутлақи наздикшавиро баҳо дихед.

△ Қимати дақиқи ҳарорат  $t$  мағлум нест, vale тасдиқ кардан мүмкін аст, ки

$$21 \leq t \leq 22$$

мебошад.

Барои ҳосил кардани баҳои фарқи байни қимати дақиқи ҳарорат ва қимати тақрибии он, яъне фарқи  $t - 21,5$  аз ҳар як қисми ин нобаробарии дучанда адади 21,5-ро тарх мекунем.

Дар натиҷа ҳосил мешавад:  $-0,5 \leq t - 21,5 \leq 0,5$ , яъне  $|t - 21,5| \leq 0,5$ . Ҳамин тавр, сахви мутлақ аз 0,5 калон намебошад. ▲

Дар ин ҳолат инчунин мегўянд, ки ҳарорат бо саҳеҳии то 0,5 ҳисоб карда шудааст ва ин тавр менависанд:

$$t = 21,5 \pm 0,5.$$

Умуман, arap  $a$  қимати тақрибии адади  $x$  ва  $|x - a| \leq h$  бошад, мегўянд, ки адади  $x$  бо саҳеҳии  $h$  то ба адади  $a$  баробар аст ва менависанд:

$$x = a \pm h. \quad (1)$$

Хотиррасон менамоем, ки нобаробарии  $|x - a| \leq h$  маънои нобаробарии дучандай

$$a - h \leq x \leq a + h \quad (2)$$

-ро дорад.

Масалан, навиши  $x = 2,43 \pm 0,01$  мефаҳмонад, ки  $x$  бо саҳеҳии то 0,01 ба 2,43 баробар аст, яъне  $2,43 - 0,01 \leq x \leq 2,43 + 0,01$  ва ё  $2,42 \leq x \leq 2,44$  мебошад.

Ададҳои 2,42 ва 2,44 қиматҳои тақрибии адади  $x$  бо норасой ва барзиёдй мебошад.

Амалан ҳангоми ченкуние, ки дар масъалаи 1 муюина карда шуд, ба сифати қимати тақрибӣ 21 ё  $22^{\circ}\text{C}$  -ро мегиранд. Дар ин ҳолат сахви

мутлақи ҳар яки аз ин наздикшавиҳо аз  $1^{\circ}\text{C}$  зиёдтар шуда наметавонад. Бинобар ин одатан мепиндоранд, ки ченкуни ҳарорат бо ёрии ҳароратсанчи тақсимоташ бо фосилаи  $1^{\circ}\text{C}$  гузошташуда бо саҳеҳии то  $1^{\circ}\text{C}$  ичро карда мешавад.

Худи ҳамин тавр, барои асбобҳои ченкунандай дигар низ саҳеҳии ченкуни одатан аз рӯи тақсимоти хурдтарини асбоб муқаррар карда мешавад. Масалан, бо ёрии микрометр дарозиро бо саҳеҳии то  $0,01$  мм чен мекунанд; бо ёрии ҳароратсанчи тиббӣ ҳароратро бо саҳеҳии то  $0,1^{\circ}\text{C}$  чен мекунанд; соати зангӯладор вактро бо саҳеҳии то  $1$  дақиқа нишон медиҳад; соати дастии дорои ақрабаки сониявӣ вактро бо саҳеҳии то  $1$  сония нишон медиҳад.

Ҳамин тариқ, саҳви ченкуни аз он вобаста аст, ки ченкуни бо қадом асбоб гузаронида мешавад. Саҳви наздикшавӣ ҳар чӣ қадар хурдтар бошад, асбоби ченкунанда ҳамон қадар дақиқтар аст.

Аз қиматҳои тақрибӣ ҳангоми бо касрҳои даҳӣ иваз карданни касрҳои оддӣ тез-тез истифода мекунанд.

**Масъалаи 2.** Ислот намоед, ки адади  $0,43$  қимати тақрибии касри  $\frac{13}{30}$  бо саҳеҳии то  $0,01$  мебошад.

△ Ислот кардан даркор аст, ки

$$\left| \frac{13}{30} - 0,43 \right| \leq 0,01$$

мебошад. Фарқро ҳисоб мекунем:

$$\frac{13}{30} - 0,43 = \frac{13}{30} - \frac{43}{100} = \frac{130 - 129}{300} = \frac{1}{300} \text{ аст.}$$

Пас, азбаски аст  $\left| \frac{13}{30} - 0,43 \right| = \frac{1}{300}; \frac{1}{300} \leq 0,01$  буданаш  $\left| \frac{13}{30} - 0,43 \right| \leq 0,01$

мешавад. ▲

### Машқҳо

**288.** Навишти зерин чӣ маъно дорад:

1)  $x = 3,9 \pm 0,2;$       2)  $x = 0,4 \pm 0,15;$       3)  $x = \frac{1}{3} \pm \frac{1}{10};$

4)  $x = 0,73 \pm 0,01;$       5)  $x = -135 \pm 1;$       6)  $x = -2\frac{1}{5} \pm \frac{1}{10};$

7)  $x = -1 \pm 0,1;$       8)  $x = 9,5 \pm 0,2;$       9)  $x = -3,2 \pm 0,01?$

- 289.** Ба намуди нобаробарии дучанда нависед:
- 1)  $x = 11 \pm 0,5$ ;    2)  $m = 142 \pm 1$ ;    3)  $l = 3,7 \pm 0,1$ ;  
4)  $v = 900 \pm 5$ ;    5)  $x = a \pm h$ ;    6)  $y = m \pm n$ .
- 290.** Маълум аст, ки
- 1)  $x = 4 \pm 0,1$ ;    2)  $x = 2,7 \pm 0,1$ ;  
3)  $x = -0,6 \pm 0,12$ ;    4)  $x = -5,9 \pm 0,2$
- Қиматҳои тақрибии адади  $x$ -ро бо норасой ва барзиёдӣ ёбед.
- 291.** Бигузор  $x = 5,8 \pm 0,2$  аст. Оё қимати дақиқи он ба:
- 1) 5,9;    2) 6,001;    3) 6;    4) 5,81;    5) 5,75;    6) 5,6  
баробар шуда метавонад?
- 292.** Бигузор  $x = 8,7 \pm 0,4$  аст. Оё адади  $x$  ба:
- 1) 8,222;    2) 8,4;    3) 9;    4) 9,5;    5) 9,3  
баробар шуда метавонад?
- 293.** Қимати тақрибии адади  $x$ -ро нишон диҳед, ки ба миёнаи арифметикии наздикишавиҳо бо норасой ва бо барзиёдӣ баробар аст:
- 1)  $20 \leq x \leq 22$ ;    2)  $5 \leq x \leq 6$ ;    3)  $4,5 \leq x \leq 4,8$ ;  
4)  $3,7 \leq x \leq 4,1$ ;    5)  $2,81 \leq x \leq 2,83$ ;    6)  $0,55 \leq x \leq 0,6$ .
- 294.** Исбот намоед, ки адади
- 1) 2,7 қимати тақрибии адади 2,7356 бо саҳеҳии то 0,5 мебошад;  
2) 0,27 қимаги гакрибии касри  $\frac{11}{40}$  бо саҳсҳии то 0,01 мебошад.
- 295.** Оё адади 4 қимати тақрибии касри 4,3 бо саҳеҳии то 0,5; то 0,1 мебошад?
- 296.** Мувофиқи ченкуниҳои оптиқӣ ва радиолокатсионӣ диаметри Уторид ба  $(4880 \pm 2)$  км, радиуси Зӯҳра ба  $(6050 \pm 5)$  км баробар аст. Натиҷаи ченкуниро ба намуди нобаробарии дучанда нависед.
- 297.** Барои чен кардани диаметри силиндр коргар аз калиброметр истифода мебарад, ки дар он сӯроҳиҳои диаметрашон 10,00; 10,04; 10,08 мм ва ғайра то 10,56 мавҷуданд. Дар айни ҳол саҳеҳии ченкуниӣ ба чӣ баробар аст?
- 298.** Дар шуъбаи назорати техникии завод диаметри навард бо саҳеҳии то 0,1 мм чен карда мешавад. Мувофиқи ҷадвали нишондодҳо диаметри навард ( $d$ ) бояд дар фосилаи  $167,8 \leq d \leq 168,2$  бошад. Агар дар натиҷаи чен кардани навард натиҷаи 168,1 ҳосил шуда бошад, магар шуъбаи назорати техникӣ навардро сақат мегардонад?

## § 20. ЯКЛУХТ КАРДАНИ АДАДХО

Яклухт кардани ададҳо дар амалҳо бо қиматҳои тақрибии бузургихои гуногун дар бисёр масъалаҳои амалии математика, физика, техника истифода карда мешавад.

Масалан, шитоби афтиши озод дар сатҳи баҳр ба арзи  $45^\circ$   $9,80665 \text{ м/с}^2$  баробар аст. Одатан ин ададро то даҳякиҳо яклухт менамоянд:  $9,8$ . Дар айни ҳол менависанд:  $g \approx 9,8$  (хонда мешавад: "g" тақрибан ба  $9,8$  баробар аст").

**!** Навишти  $x \approx a$  нишон медиҳад, ки адади  $a$  қимати тақрибии  $x$  мебошад.

**Масъалаи 1.** Масоҳати қитъаи замини шаклаш росткунча ба  $25 \text{ м}^2$ , дарозиаш ба  $8 \text{ м}$  баробар аст. Бари қитъаро ёбед.

△ Бигузор бари қитъа ба  $l$  метр баробар аст. Он гоҳ

$$l = 25 : 8 = 3,125.$$

**Ҷавоб:**  $3,125 \text{ м.}$  ▲

Чунин натиҷаро дар амалия одатан то даҳякиҳо яклухт менамоянд, яъне  $l \approx 3,1$  ҳисоб меқунанд.

Қоидай яклухт кардани ададҳоро дар мисоли зерин дида мебароем. Бигузор адади  $3,647$ -ро то садякиҳо яклухт кардан даркор аст. Барои бо норасой яклухт кардан рақами охирин  $7$ -ро мепартоем ва дар натиҷа  $3,64$ -ро ҳосил менамоем. Барои бо барзиёда яклухт кардан, рақами охирин  $7$ -ро партофта, ба рақами пеш аз охирин якро ҷамъ менамоем. Дар натиҷа  $3,65$ -ро ҳосил менамоем.

Дар ҳолати якум саҳви мутлақи яклухткунӣ ба

$$|3,647 - 3,64| = 0,007 \text{ баробар буда}$$

дар ҳолати дуюм ба

$$|3,647 - 3,65| = 0,003 \text{ баробар аст.}$$

Дар ҳолати дуюм саҳви мутлақ назар ба ҳолати якум хурдтар аст. Пас, дар мисоли муоинашаванда яклухткунӣ бо барзиёдӣ бехтарин аст.

Ҳангоми яклухт кардани ададҳои мусбат барои хурдтарин шудани саҳви мутлақ аз қоидай зерин истифода мебаранд:



Агар рақами якуми партофташаванда аз 5 хурдтар бошад, бо норасой яклухт кардан даркор аст, vale агар ин рақам аз 5 калонтар ё баробари 5 бошад, бо барзиёдй яклухт кардан мебояд.

Масалан, ҳангоми то даҳякиҳо яклухт кардан ҳосил менамоем:

$$3,647 \approx 3,6, \quad 2,658 \approx 2,7$$

ҳангоми то садякиҳо яклухт кардан ҳосил менамоем:

$$0,6532 \approx 0,65, \quad 9,0374 \approx 9,04$$

**Масъалаи 2.** Адади  $\frac{2}{7}$ -ро ба касри даҳие иваз намоед, ки бо саҳеҳии то 0,01 ба ин адад баробар аст.

△ Натиҷаи тақсими 2 ба 7-ро ба намуди касри даҳии дорои се рақами баъд аз вергул менависем:

$$\frac{2}{7} = 0,285\dots$$

Ин ададро то садякиҳо яклухт карда,  $\frac{2}{7} \approx 0,29$ -ро ҳосил мекунем. ▲

Барои ҳал кардани ин масъала қимати  $\frac{2}{7}$  бо се рақами баъд аз вергул ёфта шуд, то ки қимат бо саҳеҳии то 0,01 пайдо шавад. Вале агар қимати такрибии адади  $\frac{2}{7}$ -ро бо саҳеҳии то 0,001 ёфтани даркор мебуд, баъд аз вергул чор рақамро пайдо кардан лозим мешуд.

### Машқҳо

299. Ададҳои зеринро пай дар пай то 0,001, 0,01, 0,1 яклухт намоед: 3285,05384; 6377,00753; 1234,5336.
300. Ададҳои 15,75 ва 317,25 -ро то воҳидҳо бо норасой ва барзиёдй яклухт намоед. Саҳви мутлаки ҳар як яклухткуниро ёбед.
301. Ададро бо саҳеҳии то 0,1 ба намуди касри даҳӣ ифода намоед:

$$1) \frac{13}{8}; \quad 2) \frac{17}{25}; \quad 3) \frac{39}{129}; \quad 4) \frac{11}{3}; \quad 5) \frac{5}{7}; \quad 6) \frac{19}{11}.$$

**302.** Ададро бо сахехии то  $0,01$  ба намуди касри даҳӣ ифода намоед

$$1) \frac{3}{7}; \quad 2) \frac{7}{99}; \quad 3) \frac{5}{19}; \quad 4) 1\frac{2}{3}; \quad 5) 2\frac{3}{11}; \quad 6) 5\frac{1}{14}.$$

**303.** Ададро бо сахехии то  $0,001$  ба намуди касри даҳӣ ифода намоед

$$1) \frac{2}{7}; \quad 2) \frac{5}{13}; \quad 3) 2\frac{3}{11}; \quad 4) 7\frac{9}{14}; \quad 5) 3\frac{1}{7}; \quad 6) 1\frac{18}{19}.$$

**304.** Суръати миёнаи ҳаракати молекулаи гидроген ҳангоми  $0^{\circ}\text{C}$  ба  $1693 \text{ м/с}$  баробар аст. Як донишомӯз ин ададро бо сахехии то  $1690 \text{ м/с}$ , донишомӯзи дигар 1-бо сахехим то  $1700 \text{ м/с}$  яклухт намуд. Саҳви мутлақи ҳар як яклухткуниро ёбед. Дар қадом ҳолат саҳви наздишавӣ хурдтар аст?

## § 21. САҲВИ НИСБӢ

Масалан, масофа аз Тошканд то Самарқанд ба  $(300 \pm 1)$  км баробар аст. Дарозии қалам ба  $(21,3 \pm 0,1)$  см баробар аст. Дар ҳолати якум саҳви мутлақ аз 1 км зиёд нест. Дар ҳолати дуюм на зиёд аз 1 мм. Магар ин нишон намедиҳад, ки дарозии қалам назар ба масофа аз Тошканд то Самарқанд дақиқагар чен карда шудааст?

Ҳангоми чен кардан масофа аз Тошканд то Самарқанд саҳви мутлақ дар 300 км аз 1 км зиёдтар намебошад, ки он  $\frac{1}{300} \cdot 100\% \approx 0,33\%$ -и бузургии ченшавандаро ташкил медиҳад.

Ҳангоми чен кардан дарозии қалам дар 21,3 см саҳви мутлақи на зиёд аз 0,1 см роҳ дода шудааст. Пас, саҳви мутлақ  $\frac{0,1}{21,3} \cdot 100\% \approx 0,47\%$ -и бузургии ченшавандаро ташкил медиҳад.

Ҳамин тавр, масофаи байни шаҳрҳо нисбат ба дарозии қалам аниқтар ҳисоб карда шудааст.

Барои баҳо додан ба сифати наздишавӣ мағҳуми саҳви нисбӣ дохил карда мешавад.



*Нисбати саҳви мутлақ ба модули қимати тақрибии бузургиро саҳви нисбӣ меноманд.*

Пас, агар  $a$  қимати тақрибии адади  $x$  бошад, саҳви мутлақ ба  $|x-a|$ , саҳви нисбӣ ба  $\frac{|x-a|}{|a|}$  баробар аст. Саҳви нисбиро одатан ба воситаи фоиз ифода менамоянд.

**Масъала.** Қимати тақрибии массаи Замин ба  $(5,98 \pm 0,01) \cdot 10^{24}$  кг баробар аст. Массаи тири милтиқи шикорӣ ба  $(9 \pm 1)$  г баробар аст. Кадом ченкунӣ дақиқтар аст?

Δ Саҳви нисбии ҳар як ченкуниро баҳо медиҳем:

$$1) \frac{0,01 \cdot 10^{24}}{5,98 \cdot 10^{24}} \cdot 100\% \approx 0,2\%; \quad 2) \frac{1}{9} \cdot 100\% \approx 11\%.$$

Массаи Замин дақиқтар чен карда шудааст. ▲

### *Машкӯро*

**305.** Ададро то воҳидҳо яклухт намуда, саҳви мутлақ ва нисбии яклухткуниро ёбед:

- 1) 3,45; 2) 10,59; 3) 23,263; 4) 0,892; 5) 1,947.

**306.** Саҳви нисбии наздишавиро ёбед: адади 1)  $\frac{1}{3}$  ба воситаи адади 0,33; адади 2)  $\frac{1}{7}$  ба воситаи адади 0,14.

**307.** Кадом ченкунӣ дақиқтар аст:

- 1)  $a = (750 \pm 1)$  м ва ё  $b = (1,25 \pm 0,01)$  м;  
2)  $p = (10,6 \pm 0,1)$  с ва ё  $q = (1,25 \pm 0,01)$  с?

**308.** Дар як вақт бо асбобҳои гуногун ҳарорати буғро чен карданд ва дар ҳолати яқум  $t = (104 \pm 1)$  °C, дар ҳолати дуюм  $t = (103,8 \pm 0,1)$  °C, дар ҳолати сеюм  $t = (103,86 \pm 0,01)$  °C -ро пайдо карданд. Саҳви нисбии ҳар як ченкуниро баҳо дихед.

- 309.** Ду талаба оид ба чен кардани дарозъ кори амалиро ичро карда истода, дар натица  $(203 \pm 1)$  мм ва  $(120 \pm 1)$  см ҳосил карданд. Кадоме аз талабаҳо корро босифатгар ичро кард
- 310.** 1) Қимати такрибии адади  $x$  ба  $a$  баробар аст. Саҳви нисбии ин наздикшавй ба  $0,01$  яъне  $1\%$  баробар аст. Arap  $a = 2,71$  бошад, саҳви мутлақро ёбед.  
 2) Қимати такрибии адади  $x$  ба  $b$  баробар аст. Саҳви нисбии ин наздикшавй ба  $0,001$ , яъне  $0,1\%$  баробар аст. Arap  $b = 0,398$  бошад, саҳви мутлақро ёбед
- 311.** Массаи Офтоб  $(2 \cdot 10^{33} \pm 0,1 \cdot 10^{33})$  г аст. Массаи туби бачагон  $(2,5 \pm 0,1) \cdot 10^2$  г аст. Кадом ченкунӣ дақиқтар аст?

### ***Машқҳо доир ба боби II***

Муодиларо ҳал кунед (**312–313**):

- 312.** 1)  $x(2x + 5) = 0$ ;      2)  $x(3x - 4) = 0$ ;  
 3)  $(x - 5)(3x + 1) = 0$ ;      4)  $(x + 4)(2x - 1) = 0$ .
- 313.** 1)  $\frac{2x+3}{3x-1} = 0$ ; | 2)  $\frac{1-2x}{2x+5} = 0$ ; | 3)  $\frac{(2x+1)(x+2)}{x-3} = 0$ ; | 4)  $\frac{(x-3)(2x+4)}{x+1} = 0$ .

- 314.** Дар тири ададӣ нуқтаи  $a$  чаптари нуқтаи  $b$  воқеъ аст. Мусбат ё манфӣ будани адади зеринро муайян намоед:
- 1)  $b-a$ ;      2)  $2+b-a$ ;      3)  $a-b$ ;      4)  $a-3-b$ ?

**315.** Нобаробариро ҳал кунед:

- 1)  $x + 9 > 8 - 4x$ ;      2)  $3(y + 4) \geq 4 - (1 - 3y)$ ;  
 3)  $5(0,2 + y) - 1,8 \geq 4,3 + 5y$ ;      4)  $3(x - 5) + 9 > 15$ .

**316.** Системаи нобаробарихоро ҳал кунед:

$$1) \begin{cases} 0,5(x+3) - 0,8 < 0,4(x+2) - 0,3, \\ 0,7(2-x) + 1,3 < 0,6(1-x) + 2,2; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 1,5(x-2) - 2,1 < 1,3(x-1) + 2,5, \\ 1,3(x+3) + 1,7 > 1,6(x+2) + 1,8. \end{cases}$$

**317.** Муодиларо ҳал кунед:

$$\begin{array}{lll} 1) |x - 1| = 3, 4; & 2) |1 - x| = 2, 4; & 3) |1 - 2x| = 5; \\ 4) |3x - 2| = 1; & 5) |4x - 1| = 3; & 6) |2x + 7| = 9. \end{array}$$

**318.** Нобаробариро ҳал кунед:

$$\begin{array}{lll} 1) |x - 1| \leq 3, 4; & 2) |x - 1| \geq 3, 4; & 3) |x - 1| < 3, 4; \\ 4) |2x + 1| \geq 3; & 5) |3 + 2x| \leq 1; & 6) |1 - 3x| \geq 4. \end{array}$$

### **ХУДРО БИСАНЧЕД!**

**1.** Исбот намоед, ки дар тамоми қиматҳои  $x$  нобаробарии

$$\frac{1}{2}x(2x - 4) \geq (x - 2)x$$

дуруст аст.

**2.** Нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$1) 12 - 5x > 0; \quad 2) 3x - 7 \leq 4(x + 2); \quad 3) \frac{x}{2} + \frac{3-x}{4} < 2.$$

**3.** Системаи нобаробариҳоро ҳал кунед:

$$1) \begin{cases} 3x - 13 > 0, \\ 25 - 4x > 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 4x - 13 \geq 3x - 10, \\ 11 - 4x \leq 12 - 3x; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5x + 3 < 3x - 7, \\ 1 - 2x > x + 4; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 5x - 7 \leq 2 - 4x, \\ 7 - 3x \geq 1 - 5x. \end{cases}$$

**319.** Бигузор  $a < 2b$  аст. Исбот намоед:

$$\begin{array}{ll} 1) 4a - 2b < a + 4b; & 2) 3a - 2b < a + 2b; \\ 3) a + 2b > 3a - 2b; & 4) a + b > 4a - 5b. \end{array}$$

**320.** Як тарафи сскунча аз 4 см калонтар аст, тарафи дигараши назар ба тарафи якум 1,5 маротиба калонтар аст, тарафи сеюм назар ба тарафи дуюм 1,5 маротиба калонтар аст. Исбот намоед, ки периметри сскунча аз 19 см калонтар аст.

- 321.** Дар кадом қиматҳои  $x$  қиматҳои функцияҳои  $y = -x + 1$  ва  $y = x + 2$  дар як вақт: 1) мусбатанд; 2) манфианд; 3) аз 1 калонтаранд; 4) аз 2 калонтаранд?
- 322.** Суммаи адади ҷуфт ва сечандай адади ҷуфти минбаъда аз 134 калонтар аст, вале суммаи худи ҳамин адад ва дучандай адади ҷуфти пешина аз 104 хурдтар аст. Ин ададро ёбед.
- 323.** Суммаи адади тоқ ва дучандай адади тоқи минбаъда аз 151 хурдтар аст, вале суммаи худи ҳамин адад ва сечандай адади тоқи пешина аз 174 калонтар аст. Ин ададро ёбед.
- 324.** Дар шакли нобаробарии дучанда нависед:
- 1)  $x = 12 \pm 0,3$ ;
  - 2)  $y = 23 \pm 1$ ;
  - 3)  $x = a \pm 1$ ;
  - 4)  $y = m \pm 0,1$ ;
  - 5)  $z = 1,8 \pm 0,01$ ;
  - 6)  $z = b \pm 0,2$ .
- 325.** Ададҳои зеринро дар шакли касри даҳӣ то саҳехии 0,01 ҳисоб кунед:
- 1)  $\frac{5}{11}$ ;
  - 2)  $\frac{3}{22}$ ;
  - 3)  $\frac{3}{13}$ ;
  - 4)  $\frac{2}{7}$ ;
  - 5)  $\frac{17}{24}$ ;
  - 6)  $\frac{5}{12}$ .
- 326.** Муқовимати ҳӯлаи мисинро  $\left( R = \frac{\rho l}{S} \right)$ . ҳисоб кунед, ки масоҳати буриши кундалангии он  $S \approx 1,2 \cdot 10^{-2}$   $\text{мм}^2$ , дарозиаш  $l = 0,25$  м, муқовимати хосаш  $\rho \approx 0,017 \Omega \cdot \text{мм}^2/\text{м}$  мебошад.
- 327.** Агар  $m = 7,6$  кг,  $v = 4,2$  м/с бошад, аз рӯи формулаи
- $$E_k = \frac{mv^2}{2}$$
- энергияи кинетикии чисмо муайян кунед.
- 328.** Ҳангоми чен кардани дарозии 20 см ба 0,5 мм саҳв роҳ додааст, ҳангоми чен кардани масофаи 1000 км саҳв 200 м-ро ташкил додааст. Кадом ченкуниҳо дақиқтар аст?
- 329.** Дар шаҳре, ки 57 100 аҳолӣ дорад, бо мақсади муайян кардани гурӯҳи хунашон тадқиқоти тиббӣ гузарониданд. Муайян карда шуд, ки одамони хунашон ба гурӯҳи I мансуб 32,9%-ро, гурӯҳи II 35,8%-ро, гурӯҳи III 23,2%-ро, гурӯҳи IV 8,1% -ро ташкил медодаанд. Дар шаҳр чанд нафарӣ намояндагони ҳар як гурӯҳи хун зиндагонӣ мекардаанд?



## Машқ (тест)-хол санчишій доир ба боби II

1. Нобаробариро ҳал кунед:  $5(x-3) + 2x < 4x + 3$ .  
A)  $x < 6$ ;      Б)  $x < -6$ ;      В)  $x > 6$ ;      Г)  $x > -6$ .
2. Нобаробариро ҳал кунед:  $4(x-1) + 5(x+1) < 6(x+2) + 7(x-1)$ .  
A)  $x < -1$ ;      Б)  $x > -1$ ;      В)  $x < 1$ ;      Г)  $x > 1$ .
3. Нобаробариро ҳал кунед:  $\frac{2x-3}{4} > \frac{x+1}{6} - \frac{4x+3}{3}$ .  
A)  $x > 1$ ;      Б)  $x \leq 1$ ;      В)  $x > -0,05$ ;      Г)  $x < 2$ .
4. Адади бутуни хурдтаринеро ёбед, ки ҳалли нобаробарии  
 $7x + 5 \geq 3(x-1) - 4x$  шуда метавонад:  
A)  $x = 2$ ;      Б)  $x = -2$ ;      В)  $x = 3$ ;      Г)  $x = -1$ .
5. Адади бутуни калонтаринеро ёбед, ки ҳалли нобаробарии  $7(1-x) > 5(3-x)$   
шуда метавонад:  
A)  $x = -5$ ;      Б)  $x = -3$ ;      В)  $x = 2$ ;      Г)  $x = -2$ .
6. Дар кадом қиматҳои  $x$  касри  $\frac{3x-6}{5}$  аз суммаи касрҳои  $\frac{4x-5}{15}$  ва  $\frac{4-x}{3}$   
хурдтар мешавад?  
A)  $x < 3,3$ ;      Б)  $x > 2,3$ ;      В)  $x \leq -2,3$ ;      Г)  $x > 4,5$ .
7. Дар кадом қиматҳои  $x$  фарқи касрҳои  $\frac{3-5x}{4}$  ва  $\frac{7x+3}{6}$  аз касри  $\frac{3x+5}{12}$   
калонтар мешавад?  
A)  $x < \frac{1}{16}$ ;      Б)  $x < -\frac{1}{16}$ ;      В)  $x > \frac{1}{16}$ ;      Г)  $x > -\frac{1}{16}$ .
8. Системаи нобаробарихоро ҳал кунед:  
$$\begin{cases} 3(1-x) > 5 - 4x, \\ 13 - 4x < 1. \end{cases}$$
  
A)  $x > \frac{1}{2}$ ;      Б)  $\frac{1}{2} < x < 3$ ;      В)  $x > 3$ ;      Г)  $x > -3$ .

**9.** Системаи нобаробариҳоро ҳал қунед:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{3} \leq \frac{x+2}{2}, \\ \frac{x-4}{5} \geq \frac{x-5}{4}. \end{cases}$$

- A)  $1 \leq x \leq 9$ ;   |   Б)  $-12 \leq x$ ;   |   B)  $x \geq 9$ ;   |   Г)  $-12 \leq x \leq 9$ .

**10.** Системаи нобаробариҳоро ҳал қунед:

$$\begin{cases} (x+3)(x+2) \leq (x+4)(x-1) + 5, \\ 2(5x-1) \geq 3(3x-2). \end{cases}$$

- A)  $-4 \leq x \leq -2,5$ ;   Б)  $-4 \leq x \leq 2,5$ ;   B)  $4 \leq x \leq 2,5$ ;   Г)  $0 \leq x \leq 2,5$ .

**11.** Адади бутуни хурдтаринеро ёбед, ки ҳалли системаи нобаробариҳо шуда метавонад:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{x}{3} > 1, \\ 3x - 2 > x + 2. \end{cases}$$

- A)  $x=7$ ;   Б)  $x=-7$ ;   B)  $x=6$ ;   Г)  $x=3$ .

**12.** Адади бутуни калонтаринеро ёбед, ки ҳалли системаи нобаробариҳо шуда метавонад:

$$\begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{x}{2} < 1, \\ \frac{x}{3} - \frac{x}{4} < \frac{1}{6}. \end{cases}$$

- A)  $x=-2$ ;   Б)  $x=1$ ;   B)  $x=2$ ;   Г)  $x=0$ .

**13.** Нобаробариро ҳал қунед:  $|4x-5| \leq 3$ .

- A)  $x \geq -2$ ;   Б)  $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ ;   B)  $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$ ;   Г)  $-2 \leq x \leq -\frac{1}{2}$ .

**14.** Нобаробариро ҳал қунед:  $|1-3x| \leq 2$ .

- A)  $0 \leq x \leq \frac{1}{3}$ ;   Б)  $-1 \leq x \leq -\frac{1}{3}$ ;   B)  $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$ ;   Г)  $-\frac{1}{3} \leq x \leq 1$ .

- 15.** Нобаробариро ҳал кунед:  $|3 - 2x| \geq 1$ .
- А)  $x \leq 1, x \geq 2$ ;    Б)  $x \leq -1, x \geq -2$ ;    В)  $x \leq 2, x \geq 3$ ;    Г)  $1 \leq x \leq 2$ .
- 16.** Қимати дақиқи адад  $1,483$ , қимати тақрибі  $1,48$  бوشад, сағви наздикшавиро ёбед:
- А)  $0,003$ ;    Б)  $0,435$ ;    В)  $1,335$ ;    Г)  $0,445$ .
- 17.** Арап қимати дақиқи адад  $\frac{8}{17}$ , қимати тақрибі  $\frac{1}{2}$  бушад, сағви наздикшавиро ёбед.
- А)  $\frac{1}{33}$ ;    Б)  $A) \frac{1}{33}$ ;    В)  $A) \frac{1}{33}$ ;    Г)  $A) \frac{1}{33}$ ;
- 18.** Дар намуди нобаробарии дучанда нависед:  $a = -1,8 \pm 0,2$ .
- А)  $-2 < a < -1,6$ ;    Б)  $-2 \leq a \leq -1,6$ ;
- Б)  $-1,6 \leq a \leq -2$ ;    Г)  $-2 \leq a \leq -1,82$ .
- 19.** Дар намуди нобаробарии дучанда нависед:  $a = 2,71 \pm 0,01$ .
- А)  $2,7 < a < 2,72$ ;    Б)  $2,7 \leq a < 2,711$ ;
- Б)  $-1,6 \leq a \leq -2$ ;    Г)  $2,7 \leq a \leq 2,72$ .
- 20.**  $\frac{8}{15}$ -ро дар шакли касри дахій бо сағеции то  $0,01$  нависед:
- А)  $0,53$ ;    Б)  $0,05$ ;    В)  $0,61$ ;    Г)  $0,54$ .
- 21.**  $\frac{5}{14}$ -ро дар шакли касри дахій бо сағеции то  $0,001$  нависед:
- А)  $0,357$ ;    Б)  $0,353$ ;    В)  $0,456$ ;    Г)  $0,361$ .
- 22.** Дарозии хона ба  $(5 \pm 0,02)$  м баробар аст. Сағви нисбии ченкуниро ёбед.
- А)  $4\%$ ;    Б)  $0,4\%$ ;    В)  $0,02\%$ ;    Г)  $0,05\%$ .

**23.** Масофаи байни ду деҳа ба  $(100 \pm 1)$  км баробар аст. Саҳви нисбии ченкуниро ёбед.

- А) 2%;      Б) 0,5%;      В) 1%;      Г) 1,5%.

**24.** Ададро то садяқӣ яклухт кунед. Саҳви нисбии яклухткуниро ёбед: 5,7635.

- А) 5,76; 0,8%;      Б) 5,77; 0,08%;  
Б) 5,76; 0,9%;      Г) 5,76; 0,06%.

**25.** Ададро то даҳяқӣ яклухт кунед. Саҳви нисбии яклухткуниро ёбед: 2,2941.

- А) 2,3; 0,26%;      Б) 2,3; 0,3%;  
Б) 2,2; 2,5%;      Г) 2,3; 0,4%.



## Масъалаҳои таърихӣ

1. *Масъалаи Эвклид.* Агар  $a, b, c, d$  — ададҳои мусбат буда,  $a$  — адади аз ҳама калонтарин  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  бошад, дар он ҳолат исбот кунед, ки  $a+d > b+c$  аст.

2. *Масъалаи Паппи Александриягӣ.* Агар  $a, b, c, d$  ададҳои мусбат ва  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$  бошад, исбот кунед, ки  $ad > bc$  аст.

3. *Нобаробарии Бернулли.* Агар ишорати ҳамаи ададҳои  $x_1, x_2, \dots, x_n > -1$  ва  $x_1, x_2, \dots, x_n$  як хел бошад,  $(1+x_1)(1+x_2) \dots (1+x_n) \geq 1+x_1+\dots+x_2+\dots+x_n$  мешавад.

Нобаробарии Бернуллиро ҳангоми  $n = 2, 3$  будан, исбот кунед.

4. Аз формулаи тақрибии  $(1+a)^2 \approx 1+2a$  истифода бурда, ҳисоб кунед ва ба саҳв баҳо дихед:

- 1)  $(1,01)^2$ ;      2)  $(1,001)^2$ ;      3)  $(0,99)^2$ ;      4)  $(0,999)^2$ .

5. Вакте, ки дар ваккуум (бевазний) суръати рўшноиро чен карданд, натича  $299\,796$  км/соат шуд, ки дақиқии ченак  $4$  км/соат-ро ташкил медод. Саҳви нисбиро ёбед.

6. Ғафсии мўйи сари одам ба  $(0,15 \pm 0,005)$  баробар аст. Масофаи аз замин то Моҳ  $(380\,000 \pm 500)$  км ташкил медиҳад. Кадом ҳисобкунӣ дақиқтар аст?

7. *Папируси Акмим*: “Масоҳати доираи ба миёнаи арифметикии  $R = 10$  баробар ба миёнаи арифметикии масоҳати доираҳои дори чунин радиус баробаранд гуфта шудааст. Саҳви мутлақ ва нисбии онро ёбед.



## Маълумотҳои таърихӣ

Ишоратҳои нобаробариҳои қатъии  $>$  (калон) ва  $<$  (хурд) соли 1631 бори аввал дар рисолаи аз тарафи олим англис Т. Гарриот таълифёftа оварда шуда буд. Ишоратҳои нобаробариҳои ғайриқатъии  $\geq$  (калон ё баробар) ва  $\leq$  (хурд ё баробар) соли 1734 аз ҷониби математики фаронсавӣ П.Буге дохил карда шудааст.

Ишораи модули адади  $x$ -ро дар намуди  $|x|$  математики машҳури немис К.Вейерштрас соли 1841 пешниҳод кардааст.

Катибаҳои қадимаи математикии аз Миср ва Бобулистон пайдо шуда, далолат медиҳанд, ки одамон ҳоло аз замонҳои қадим бо байзе усулҳои ҳисоби тақрибӣ шинос будаанд.

Олимони бобулистонӣ 4000 ҳазор сол муқаддам дар баробари зарби ададҳо, ба квадрат бардоштан, соҳтани ҷадвали ададҳои чаппа, ҷадвали баровардани решай квадратии ададҳоро низ тартиб додаанд. Онҳо қимати тақрибии решай квадратии ададҳои натуралиро бароварда тавонистаанд.

Олимони Хитой ва Осиёи Миёна ҳисоби тақрибии решай муодилаҳои 2-, 3-дараҷадорро иҳтироъ кардаанд.

Олимони мактаби илмии Мирзо Улуғбек барои тартиб додани ҷадвали дақиқи астрономӣ („Зич“-ҳо) усулҳои навро кашф карда буданд. Яке аз олимони пешқадами академияи Мирзо Улуғбек Фиёсиддин Ҷамshed ал-Қошъ дар „Рисола дар бораи доираҳо“-и худ 17 воҳиди байди вергул истодаи адади  $\pi$ -ро ба таври дақиқ ҳисоб кардааст.



## Масъалаҳои амалй-татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо

Якчанд масълаҳоро дид мебароем, ки ба ҳалли нобаробариҳо ва системаи нобаробариҳо оварда мерасонад.

**330.** 4-то қурут ва 5-то хурӯсқанд аз 225 сӯм арzon, 3 то қурут ва 2 то хурӯсқанд аз 120 қимат аст. 13-то қурут ёки 10-хурӯсқанд арzonанд?

△ Нархи 1-то қурутро  $x$  сӯм, 1-то хурӯсқандро  $y$  сӯм гӯем. Дар ин ҳол мувофиқи шарти масъала ба система зерин соҳиб мешавем:

$$\begin{cases} 4x + 5y < 225, \\ 3x + 2y > 120. \end{cases} \quad (1)$$

Аз ин ҷо

$$\begin{cases} 32x + 40y < 1800, \\ 45x + 30y > 1800, \end{cases}$$

Яъне  $45x + 30y > 32x + 40y$ ,  $13x - 10y > 0$ .

Пас,  $13x > 10y$ .

**Ҷавоб:** 10 та хурӯсқанд аз 13 то қурут арzon.

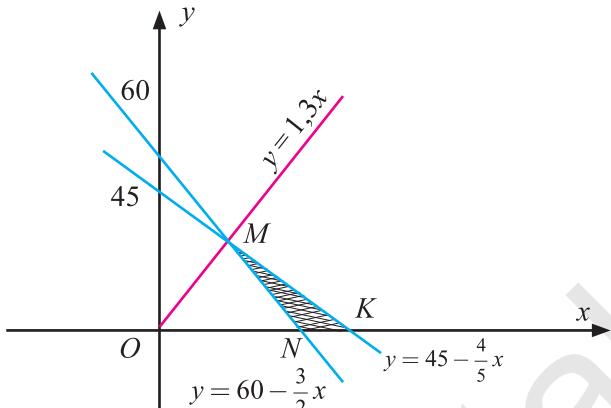
Бо шарҳи геометрии масъала шинос мешавем.

Дар ҳамворӣ қадом соҳа тасвири системаи нобаробариҳо (1) мебошад?

Нобаробарии 1-уми системаи (1) ҳамаи нуқтаҳои аз ҳати рости  $4x + 5y = 225$ , яъне  $y = 45 - \frac{4}{5}x$  дар поён хобидаро ифода мекунад; Нобаробарии 2-юм бошад ҳаммаи нуқтаҳои аз ҳатти рости  $3x + 2y = 120$ , яъне  $y = 60 - \frac{3}{2}x$  дар боло ҷойгиршударо ифода мекунад. (Нигаред ба расми 3б).

Дар буриши ин ду нимҳамвориҳо  $x > 0$ ,  $y > 0$ , гирифта шавад,  $\triangle MNK$  ҳосил мешавад. Нархи қурут ва хурӯсқандро намедонем, ин нарҳи ифодакунундаи  $(x; y)$ -и нуқтаи дилҳоҳи ӯ секунча бошад, аз секунчай  $MNK$  шуданаш мумкин аст. Ин секунча бошад, аз ҳати рости  $13x = 10y$ , яъне аз  $y = 1,3x$  дар поён ҷойгир шудааст.

Аз ин ҷо  $y < 1,3x$ , яъне  $13x > 10y$ . ▲



Расми 35.

- 331.** Дар имтиҳонот  $\frac{1}{6}$  хиссаи талабагон баҳои “қаноатбахш”,  $56\%$ -аш баҳои “хуб” ва  $14$  нафарашон баҳои “аъло” гирифта аз  $4\%$ -и ҳамаи талабагон зиёду аз  $5\%$ -аш кам бошад, шумораи талабагонро ёбед.

△ Шумораи хонандагонро  $x$  гўем. Дар ин ҳол шумораи баҳои қаноатбахш  $\frac{x}{6}$ , баҳои “хуб”,  $\frac{56x}{100} = \frac{14}{25}x$  аст.

$X$  ҳам ба  $6$  ва ҳам ба  $25$  таҳсим мешавад, аз ин чо  $x = 6 \cdot 25 \cdot n = 150 \cdot n$  – адади натуралий. Мувофиқи шарт  $n$ -адади шумораи баҳои “аъло” гирифта ноборобарии  $0,04x < 14 < 0,05x$  қонеъ мегардонад.

Ба чои  $x = 150 \cdot n$  -ро гузошта, аз  $6n < 14 < 7,5 \cdot n$ , яъне  $n = 2$  -ро ҳосил мукунем.

**Ҷавоб:** 300 Талаба. ▲

- 332.** Шумораҳои чиҳозҳои якхелаи дар ду зарф буда аз  $29$  –то зиёд аст. Агар аз зарфи якум  $2$ -то чиҳозро гирем, чиҳозҳои дар он бокимонда  $3$  маротибааз чиҳозҳои зарфи  $2$ -юм зиёд аст. Фарқи сечандай чиҳозҳои зарфи якум ва дучандай зарфи дуюм аз  $60$  хурд аст. Дар ҳар як зарф чандтогӣ чиҳоз ҳаст?

△ Шумораи чиҳозҳои зарфи  $1$ -умро бо  $x$  ва чиҳозҳои зарфи  $2$ -юмро бо  $y$  ишора мекунем. Онгоҳ мувофиқи шарти масъала мувофиқ системаси ноборобарии зеринро ҳосил мекунем.

$$\begin{cases} x + y > 29, \\ x - 2 > 3y, \\ 3x - 2y < 60. \end{cases}$$

Ин системаро бо таври зерин навишта мегирем

$$\begin{cases} x > 29 - y, \\ x > 3y + 2, \\ 20 + \frac{2}{3}y > x. \end{cases} \quad (1)$$

Аз ин

$$20 + \frac{2}{3}y > 29 - y, \quad (2)$$

$$20 + \frac{2}{3}y > 3y + 2 \quad (3)$$

Дурустии нобаробариҳо бармеояд. Аз (2)  $y > \frac{27}{5}$ , (3) бошад  $y < \frac{54}{7}$  ҳосил мешавад.

Ҳамин тавр,  $\frac{27}{5} < y < \frac{54}{7}$  ёки  $5\frac{2}{5} < y < 7\frac{5}{7}$ .  $y$  – адади натураллии ба 6 ё ба 7 баробар аст. Агар  $y = 6$  бошад, дар ин ҳол сиситемаи 1-ро бо намуди

$$\begin{cases} x > 23, \\ x > 20, \\ x < 24 \end{cases} \quad \text{navishstan mumkin ast.}$$

Аммо  $x$ -и натураллии ин системаро қонеъкунанда мавҷуд нест. Пас,  $y = 7$  аст. Дар ин ҳолат аз (1)

$$\begin{cases} x > 22, \\ x > 23, \\ x < 24\frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{ҳосил мешавад.}$$

Адади ягонаи натураллии ин системаро қаноаткунанда  $x = 24$  аст.

**Җавоб:** 24 то дар зарфи 1-ум, 7 то дар зарфи 2-юм. ▲

333. Шумораи чихозҳои ду зарф якчоя аз 27-то зиёд аст. Аз зарфи 2-юм 12-то чихозро гирем, шумораи чихозҳои зарфи 1-ум аз 2 маротибаи чихозҳоли зарфи дуюм зиёд мешавад. Аз зарфи якум 10-то чихозро гирем, шумораи чихозҳои зарфи дуюм аз якум 9 маротиба зиёд мешавад. Дар ҳар як зарф чандтогӣ чихоз ҳаст?
334. Заводи 1-ум дар 1 рӯз ба микдори аз 950-то зиёд набуда истехсол карда мебарорад. Заводи 2-юм ба микдори 95%-и маҳсулоти заводи 1 аввал истехсол кардааро кор карда мебаромад. Баъд аз дастгохи иловагиро ба кор даровардан ҳаҷми истехсоли маҳсулоти заводи 2-юм нисбат ба заводи 1-ум 23% афзуд ва ҳар 1 рӯз аз 1000 – то зиёд маҳсулот истехсол карда баромад. То дастгохи иловагӣ гирифтани заводи 2-юм, ҳар як завод чӣ қадарӣ маҳсулот истехсол мекард. (Шумораи маҳсулотҳо бо ададҳои натуралӣ ифода карда мешавад)

△ Шумораи маҳсулоти дар 1-рӯз истехсол кардаи заводи 1-ум  $x$  бошад, дар ин ҳол заводи 2-юм, то дастгохи иловагӣ гирифтани дар  $1 \text{ рӯз } \frac{95x}{100}$ , баъд аз он  $\left( \frac{95x}{100} + \frac{23x}{100} \right)$ -то истехсол мекунад. Системаи нобаробариҳои ба шарти маъсала мувоғиқ чунин мешавад.

$$\begin{cases} x \leq 950, \\ \frac{95x}{100} + \frac{23x}{100} > 1000. \end{cases}$$

Аз инчо

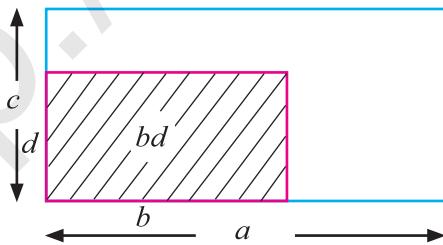
$$847 \frac{27}{59} < x \leq 950 \quad (1)$$

Ададҳои  $\frac{95x}{100}$  ва  $\frac{23x}{100}$  ададҳои натуралӣ шуданаш лозим, яъне  $x = 100$  шуданаш лозим. Дар фосилаи (1) адади ба 100 тақсимшаванда 900 аст. Пас,

Заводи 1-ум дар 1 рӯз 900-то маҳсулот, заводи 2-юм то станокҳои иловагиро ба кор даровардан  $\frac{95}{100} \cdot 900 = 855$  дона маҳсулот кор коркарда баромадааст.

**Чавоb:** 900 дона; 855 дона.▲

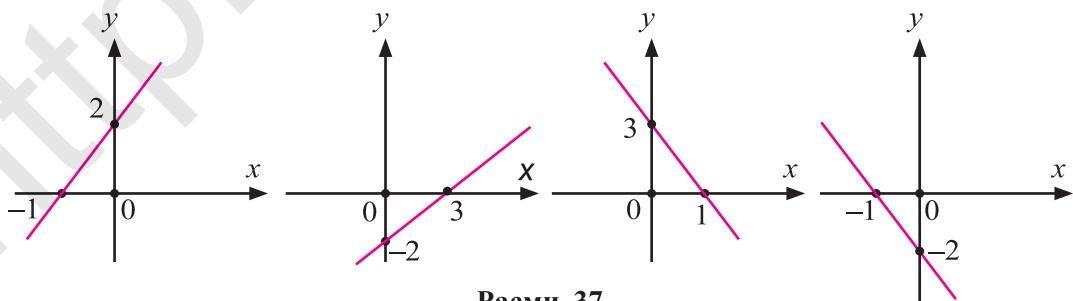
- 335.** Дар зарфи якум пӯфакҳои сабз, дар зарфи дуюм пӯфакҳои сафед ҳаст. Баъд аз  $\frac{3}{7}$  хиссаи пӯфакҳои сабз ва  $\frac{2}{5}$  хиссаи пӯфаҳои сафедро аз зарфҳо гирифтанд, дар зарфи 1-ум аз 1000 дона кам, дар зарфи 2-юм аз 1150 дона зиёд пӯфакҳо монд. Сарааввал дар як зарф чандтогӣ пӯфакҳо буд?
- 336.** Вагонҳои боркашон 80т, 60т ва 50т ҳаст. Агар бор ба вагонҳои 80т-ги бор карда шавад, бори 1-то вагон нопурра мешавад. Агар бор ба вагонҳои 60т-гӣ бор карда шавад, 8-то вагони зиёдати лозим ва 1-то вагон нопурра мешавад. Агар бор ба вагонҳои 50т-гӣ бор карда шавад, боз 5-то вагон лозим ва бор ҳаммаи вагонҳоро пур мекунад. Бор чанд тонна аст?
- 337.** Талабагон ба ҳар як қатор 8 нафарӣ саф кашад 1-то қатор пур нашуда мемонад. Агар 7 нафари саф кашад, ҳамаи қатор пур шуда қаторҳо 2-то зиёд мешавад. Агар ба ҳар як қатор 5 нафарӣ тақсим шавад, шумораи қаторҳо 7-то зиёд шуда, боз 1-то қатор пур нашуда мемонад. Шумораи талабагонро муайян кунед.
- 338.** 1)  $a, b, c, d$  –ададҳои мусбат ва  $a > b, c > d$  бошад дар ин ҳол исбот кунед, ки  $ac > bd$  аст. Шарҳи геометрии ин нобароабарӣ ба расми 36 эзоҳ дихед.



Расми 36.

- 2) Ҳосили ҷаъми масофаҳо аз нуқтаи дилҳоҳи дар дохили бисёркунча калон аст. Инро исбот кунед.

- 339.** Дар маҳлули хачмаш 8 л 60% кислота ҳаст. Ба ин маҳлул чӣ қадар маҳлули кислотагии дар маҳлули нав буда аз 39 % каму аз 40% зиёд намешавад?
- 340.** 1) Чамои коргарон дар 5 рӯз аз 300-то кам, дар 10 рӯз аз 500 то зиёд маҳсулот тайёр карданд. Агар дар ҷамоа 8 нафар коргар кор карда самаранокии меҳнати онҳо як хел бошад, ҳар як коргар дар 1рӯз чандто маҳсулот тайёр кардааст?
- 2) Дар 8 маротиба рафтумади автобус аз 185 нафар зиёд мусофирон, дар 15 маротиба рафтумад аз 370 нафар кам мусофирон аз автобус фуромаданд. Агар ҳар як сафар дар автобус чандто ҷой бошад, ҳамин қадар мусофиронро бурда бошад, автобус чандто ҷойи нишастанд?
- 341.** Графики функсияро созед ва аз рӯи график дар қадом қиматҳои  $x$  функсия қимати мусбат; баробари сифр; аз 2 қалон аз 1 ҳӯрдро қабул мекунад, ёбед.
- 1)  $y = 5x + 2$ ;
  - 2)  $y = 2x - 6$ ;
  - 3)  $y = -4x + 5$ ;
  - 4)  $y = -3x - 1$ .
- 342.** Дар расми 37 графики функсияи  $y = kx + b$  тасвир карда шудааст
- 1)  $k$  ва  $b$ -ро ёбед. Ҳангоми 2)  $x \geq 0$ ; 3)  $x < 0$ ; 4)  $x \geq 3$  5);  $7 \leq -2x$  будан, чӣ гуна қабул кардани функсияи  $y$ -ро бо ёрии нобаробарии ҳо нависед ва нобаробарии ҳосил шударо ҳал қунед. Ҳалҳоро дар тири ададӣ тасвир қунед.



Расми 37.

## § 22. МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ ВА РЕШАҲОИ ОН

**Масъалаи 1.** Асоси росткунча аз баландиаш 10 см дарозтар аст, вале масоҳати он ба  $24 \text{ см}^2$  баробар аст. Баландии росткунчаро ёбед.

△ Бигузор  $x$  сантиметр — баландии росткунча, он гоҳ асоси он ба  $(x+10)$  см баробар аст. Масоҳати ин росткунча ба  $x(x+10)$   $\text{см}^2$  баробар аст. Мувофиқи шарти масъала  $x(x+10)=24$ .

Қавсҳоро мекушоем ва адади 24-ро бо аломати мүқобил ба қисми чап гузаронида, ҳосил менамоем:

$$x^2 + 10x - 24 = 0.$$

Бо тарзи гурӯҳбанди қисми чапи муодиларо ба зарбкунандаҳо ҷудо менамоем:

$$\begin{aligned} x^2 + 10x - 24 &= x^2 + 12x - 2x - 24 = \\ &= x(x+12) - 2(x+12) = (x+12)(x-2). \end{aligned}$$

Пас, муодиларо ба намуди

$$(x+12)(x-2)=0 \text{ навиштан мумкин аст.}$$

Ин муодила дорои решаҳои  $x_1=-12$  ва  $x_2=2$  мебошад.

Азбаски дарозии порча адади манфӣ шуда наметавонад, баландии матлуб ба 2 см баробар аст. ▲

Ҳангоми ҳал кардани ин масъала муодилаи

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

ҳосил шуд, ки онро муодилаи квадратӣ меноманд.



*Муодилаи намуди*

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

*ки ин ҷо  $a$ ,  $b$ ,  $c$  — ададҳои дода шуда,  $a \neq 0$ ,  $x$  номаълум мебошанд, муодилаи квадратӣ номида мешавад.*

Коэффицентҳои муодилаи квадратӣ  $a$ ,  $b$ ,  $c$ -ро одатан ин тавр меноманд:  $a$  — коэффиценти якум аввалин,  $b$  — коэффиценти дуюм,  $c$  — аъзои озод.

Масалан, дар муодилаи  $3x^2 - x + 2 = 0$  коэффиценти аввалин ба 3, коэффиценти дуюм ба - 1, аъзои озод ба 2 баробар аст.

Ҳал кардани бисёр масъалаҳои математика, физика, техника ба ҳал кардани муодилаҳои квадратӣ оварда мешаванд.

Боз мисолҳои муодилаҳои квадратиро меорем:

$$2x^2 + x - 1 = 0, \quad 5t^2 - 10t + 3 = 0,$$
$$x^2 - 25 = 0, \quad 2x^2 = 0.$$

Ҳангоми ҳал кардани бисёр масъалаҳо муодилаҳое пайдо мешаванд, ки бо ёрии табдилоти алгебравӣ ба муодилаҳои квадратӣ оварда мешаванд.

Масалан,

$$2x^2 + 3x = x^2 + 2x + 2$$

баъди ҳамаи аъзоҳоро ба қисми чап гузаронидан ва ислоҳ кардани аъзоҳои монанд ба муодилаи квадратии

$$x^2 + x - 2 = 0$$

оварда мешавад.

**Масъала 2.** Муодиларо ҳал кунед:

$$x^2 = 64.$$

△ Ба қисми чап 64-ро мегузаронем ва муодилаи квадратии зеринро ҳосил мекунем:

$$x^2 - 64 = 0.$$

Қисми чапро ба зарбқунандаҳо чудо менамоем:

$$(x - 8)(x + 8) = 0.$$

Пас, муодила ду решо дорад:  $x_1 = 8$ ,  $x_2 = -8$ . ▲

Қайд менамоем, ки решои якуми муодилаи  $x^2 = 64$  решои арифметикий аз адади 64 мебошад. Вале, решои дуюм — адади ба он муқобил:

$$x_1 = \sqrt{64}, \quad x_2 = -\sqrt{64}.$$

Ин ду формуларо одатан ба як формула якҷоя ифода менамоянд:

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{64}.$$

Чавоби масъалаи 2-ро ин тавр навиштан мумкин аст:  $x_{1,2} = \pm 8$ .

Муодилаи  $x^2 = 64$  ҳолати хусусии муодилаи  $x^2 = d$  мебошад, ки ба он муодилаи квадратии дилҳоҳ оварда мешавад.



**Теорема. Муодилаи  $x^2 = d$ , ки дар ин чо  $d > 0$ , аст, ду решашорад:**

$$x_1 = \sqrt{d}, \quad x_2 = -\sqrt{d}.$$

- Ба қисми чапи муодила  $d$ -ро мегузаронем:

$$x^2 - d = 0.$$

Азбаски  $d > 0$  аст, аз рӯи таърифи решашори квадратии арифметики  $d = (\sqrt{d})^2$ . мешавад. Бинобар ин муодиларо ин тавр навипғлан мумкин:

$$x^2 - (\sqrt{d})^2 = 0.$$

Қисми чапи ин муодиларо ба зарбқунандаҳо чудо карда, ҳосил мекунем:

$$(x - \sqrt{d})(x + \sqrt{d}) = 0,$$

аз ин чо,  $x_1 = \sqrt{d}$ ,  $x_2 = -\sqrt{d}$ . ●

Масалан, муодилаи  $x^2 = \frac{4}{9}$  дорои решашои  $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3}$  мебошад; муодилаи  $x^2 = 3$  решашои  $x_{1,2} = \pm \sqrt{3}$  -ро дорад; муодилаи  $x^2 = 8$  дорои решашои  $x_{1,2} = \pm \sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$  мебошад.

Агар дар муодилаи  $x^2 = d$  қисми рост ба сифр баробар бошад, муодилаи  $x^2 = 0$  решашори  $x^2 = 0$ -ро дорад. Азбаски муодилаи  $x^2 = 0$ -ро ба намуди  $x \cdot x = 0$  навипғлан мумкин аст, баъзан мегуянд, ки муодилаи  $x^2 = 0$  ду решашори баробар дорад:  $x_{1,2} = 0$ .

Агар  $d < 0$  бошад, муодилаи  $x^2 = d$  решашои ҳақиқӣ надорад, чунки квадрати адди ҳақиқи адди манфи шуда наметавонад.

Масалан, муодилаи  $x^2 = -25$  решашои ҳақиқӣ надорад.

**343.** (Шифохъ.) Кадоме аз муодилаҳои зерин квадратӣ мебошанд:

- |                           |                              |
|---------------------------|------------------------------|
| 1) $5x^2 - 14x + 17 = 0;$ | 2) $\frac{2}{3}x^2 + 4 = 0;$ |
| 3) $-7x^2 - 13x + 8 = 0;$ | 4) $17x + 24 = 0;$           |
| 5) $-13x^4 + 26 = 0;$     | 6) $x^2 - x = 0?$            |

**344.** (Шифохъ.) Коэффициентҳо ва аъзои озоди муодилаи квадратиро номбар қунед:

- |                                  |                           |
|----------------------------------|---------------------------|
| 1) $5x^2 - 14x + 17 = 0;$        | 2) $-7x^2 - 13x + 8 = 0;$ |
| 3) $\frac{2}{3}x^2 + 4 = 0;$     | 4) $x^2 + 25x = 0;$       |
| 5) $-x^2 + x + \frac{1}{3} = 0;$ | 6) $-x^2 - x = 0.$        |

**345.** Агар коэффициентҳои муодилаи квадратии  $ax^2 + bx + c = 0$  маълум бошанд, ин муодиларо нависед:

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $a = 2, b = 3, c = 4;$  | 2) $a = -1, b = 0, c = 9;$ |
| 3) $a = 1, b = -5, c = 0;$ | 4) $a = 1, b = 0, c = 0.$  |

**346.** Муодиларо ба муодилаи квадратӣ оред:

- |                                  |                                    |
|----------------------------------|------------------------------------|
| 1) $x(x - 3) = 4;$               | 2) $(x - 3)(x - 1) = 12;$          |
| 3) $3x(x - 5) = x(x + 1) - x^2;$ | 4) $7(x^2 - 1) = 2(x + 2)(x - 2).$ |

**347.** Кадоме аз ададҳои  $-3, -2, 0, 1$  решашои муодила мебошанд:

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $x^2 - 9 = 0;$        | 2) $x^2 - x = 0;$        |
| 3) $x^2 + x - 6 = 0;$    | 4) $x^2 - 5x + 4 = 0;$   |
| 5) $(x - 1)(x + 2) = 0;$ | 6) $(x + 1)(x - 3) = x?$ |

**348.** (Шифохъ.) Муодилаи  $x^2 = 36$  чанд решашорад? Онҳоро ёбед. Кадоме аз инҳо решашои арифметикий аз 36 мебошад?

**349.** (Шифохӣ.) Муодиларо ҳал қунед:

$$\begin{array}{llll} 1) \ x^2 = 1; & 2) \ x^2 = 9; & 3) \ x^2 = 16; & 4) \ x^2 = 25; \\ 5) \ x^2 = 100; & 6) \ x^2 = 0; & 7) \ x^2 = 49; & 8) \ x^2 = 64. \end{array}$$

**350.** Решай муодиларо ёбед:

$$\begin{array}{llll} 1) \ x^2 = \frac{9}{16}; & 2) \ x^2 = \frac{16}{49}; & 3) \ x^2 = 1\frac{7}{9}; & 4) \ x^2 = 2\frac{1}{4}; \\ 5) \ x^2 = 5; & 6) \ x^2 = 13; & 7) \ x^2 = \frac{25}{49}; & 8) \ x^2 = 10. \end{array}$$

**351.** Муодиларо ҳал қунед:

$$\begin{array}{lll} 1) \ x^2 - 49 = 0; & 2) \ x^2 - 121 = 0; & 3) \ \frac{1}{3}x^2 = 0; \\ 4) \ \frac{x^2}{5} = 0; & 5) \ x^2 + 9 = 0; & 6) \ x^2 + 12 = 0. \end{array}$$

**352.** Қисми чапи муодилаи квадратиро ба зарбкунандаҳо ҷудо карда, ҳал намоед:

$$\begin{array}{lll} 1) \ x^2 - x = 0; & 2) \ x^2 + 2x = 0; & 3) \ 3x^2 + 5x = 0; \\ 4) \ 5x^2 - 3x = 0; & 5) \ x^2 - 4x + 4 = 0; & 6) \ x^2 + 6x + 9 = 0. \end{array}$$

### § 23. МУОДИЛАҲОИ КВАДРАТИИ НОПУРРА

Агар дар муодилаи квадратии  $ax^2 + bx + c = 0$  ақаллан яке аз коэффициентҳои  $b$  ё  $c$  баробари сифр бошад, онро муодилам квадратии нопурра меноманд. Хулоса, муодилаи квадратии нопурра яке аз муодилаҳои намуди зерин мебошад:

$$ax^2 = 0, \quad (1)$$

$$ax^2 + c = 0, c \neq 0, \quad (2)$$

$$ax^2 + bx = 0, b \neq 0. \quad (3)$$

Таъкид менамоем, ки дар муодилаҳои (1), (2), (3) коэффициенти  $a$  ба сифр баробар нест.

Нишон медиҳем, ки мудилаҳои квадратии нопурра чӣ тавр ҳал карда мешаванд.

**Масъалаи 1.** Мудиларо ҳал кунед:

$$5x^2 = 0.$$

Δ Ҳар ду қисми ин мудиларо ба 5 тақсим намуда,

$$x^2 = 0$$

-ро ҳосил мекунем, аз ин ҷо  $x = 0$ . ▲

**Масъалаи 2.** Мудиларо ҳал кунед:

$$3x^2 - 27 = 0.$$

Δ Ҳар ду қисми мудиларо ба 3 тақсим мекунем:

$$x^2 - 9 = 0.$$

Ин мудиларо чунин навипғган мумкин аст:

$$x^2 = 9,$$

аз ин ҷо  $x_{1,2} = \pm 3$ . ▲

**Масъалаи 3.** Мудиларо ҳал кунед:

$$2x^2 + 7 = 0.$$

Δ Ин мудиларо чунин навипғган мумкин аст:

$$x^2 = -\frac{7}{2}.$$

Ин мудила решаҳои ҳақиқи надорад, чунки дар қимати дилҳоҳи  $x$   $x^2 \geq 0$  мешавад. ▲

**Масъалаи 4.** Мудиларо ҳал кунед:

$$-3x^2 + 5x = 0.$$

Δ Қисми чапи мудиларо ба зарбқунандаҳо ҷудо карда, ҳосил менамоем,

$$x(-3x + 5) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{5}{3}.$$

аз ин ҷо:

**Ҷавоб:**  $x_1 = 0, x_2 = \frac{5}{3}$ . ▲

## *Mашиқҳо*

Муодиларо ҳал кунед (**353–357**):

- 353.** 1)  $x^2 = 0$ ;      2)  $3x^2 = 0$ ;      3)  $5x^2 = 125$ ;  
 4)  $9x^2 = 81$ ;      5)  $4x^2 - 64 = 0$ ;      6)  $x^2 - 27 = 0$ ;  
 7)  $4x^2 = 81$ ;      8)  $0,01x^2 = 4$ ;      9)  $0,04x^2 = 16$ .
- 354.** 1)  $x^2 - 7x = 0$ ;      2)  $x^2 + 5x = 0$ ;      3)  $5x^2 = 3x$ ;  
 4)  $4x^2 = 0,16x$ ;      5)  $9x^2 - x = 0$ ;      6)  $9x^2 + 1 = 0$ ;  
 7)  $x^2 - 3x = 0$ ;      8)  $0,1x^2 - x = 0$ ;      9)  $16x^2 + 3 = 0$ .
- 355.** 1)  $4x^2 - 169 = 0$ ;      2)  $25 - 16x^2 = 0$ ;      3)  $2x^2 - 16 = 0$ ;  
 4)  $3x^2 = 15$ ;      5)  $2x^2 = \frac{1}{8}$ ;      6)  $3x^2 = 5\frac{1}{3}$ ;  
 7)  $3x^2 = 27$ ;      8)  $4x^2 = 64$ ;      9)  $1\frac{9}{16}x^2 = 4$ .
- 356.** 1)  $\frac{x^2 - 1}{3} = 5$ ;      2)  $\frac{9 - x^2}{5} = 1$ ;      3)  $4 = \frac{x^2 - 5}{5}$ ;  
 4)  $3 = \frac{9x^2 - 4}{4}$ ;      5)  $\frac{16 - x^2}{4} = 3$ ;      6)  $5 = \frac{x^2 - 6}{2}$ .
- 357.** 1)  $3x^2 + 6x = 8x^2 - 15x$ ;      2)  $17x^2 - 5x = 14x^2 + 7x$ ;  
 3)  $10x + 7x^2 = 2x^2 + 8x$ ;      4)  $15x + 9x^2 = 7x^2 + 10x$ .

**358.** Дар қадом қиматхои  $x$  қиматхои касрҳои додашуда баробаранд:

$$1) \frac{4x^2 - 3x}{3} \text{ va } \frac{x^2 + 5x}{2}; \quad 2) \frac{3x^2 + 7x}{4} \text{ va } \frac{7x^2 - 5x}{3}?$$

### **§ 24. УСУЛИ ҶУДО КАРДАНИ КВАДРАТИ ПУРРА. ДИСКРИМИНАНТ**

Барои ҳал кардани муодилаҳои квадратӣ *усули ҷудо кардани квадрати пурра* истифода карда мешавад.

**Масъалаи 1.** Муодилаи квадратиро ҳал кунед:

$$x^2 + 2x - 3 = 0.$$

$\Delta$  Ин мудиларо ин тавр табдил медиҳем:

$$x^2 + 2x = 3,$$

$$x^2 + 2x + 1 = 3 + 1,$$

$$(x + 1)^2 = 4.$$

Пас,  $x + 1 = 2$  ва ё  $x + 1 = -2$ , аз ин чо  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -3$ .  $\blacktriangle$

Мудилаи  $x^2 + 2x - 3 = 0$  -ро ҳал карда, онро чунон табдил мудиҳем, ки дар қисми чап квадрати дуаъзогии  $(x + 1)^2$  ҳосил шавад, вале қисми рост номаълумро дарбар намегирад.

**Масъала 2.** Мудиларо ҳал кунед:

$$x^2 + 6x - 7 = 0.$$

$\Delta$  Ин мудиларо чунон табдил медиҳем, ки дар қисми чапаш квадрати дуаъзогӣ ҳосил шавад:

$$x^2 + 6x = 7,$$

$$x^2 + 2 \cdot 3x = 7,$$

$$x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 = 7 + 3^2,$$

$$(x + 3)^2 = 16.$$

Ин табдилотро шарҳ медиҳем. Дар ифодаи  $x^2 + 6x$  ҷамъшавандай якум квадрати адади  $x$  ва  $6x$  дучандай ҳосили зарби  $x$  ва 3 аст. Бинобар ин, барои дар қисми чапи мудила ҳосил кардани квадрати дуаъзогӣ ба ҳар ду қисми мудила  $3^2$  -ро ҷамъ кардан даркор аст.

Мудилаи  $(x + 3)^2 = 16$  -ро ҳал карда,  $x + 3 = 4$  ё  $x + 3 = -4$  -ро ҳосил мекунем, аз ин чо  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -7$ .  $\blacktriangle$

**Масъала 3.** Мудилаи  $4x^2 - 8x + 3 = 0$  -ро ҳал кунед.

$$\Delta \quad 4x^2 - 8x = -3,$$

$$(2x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2x = -3, (2x)^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2x + 4 = -3 + 4,$$

$$(2x - 2)^2 = 1, 2x - 2 = 1 \text{ yoki } 2x - 2 = -1,$$

$$x_1 = \frac{3}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{2}. \quad \blacktriangle$$

**Масъалаи 4.** Муодилаи  $x^2 + 5x - 14 = 0$  -ро ҳал кунед.

$$\Delta \quad x^2 + 5x = 14, \quad x^2 + 2 \cdot \frac{5}{2}x + \frac{25}{4} = 14 + \frac{25}{4},$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{81}{4}, \quad x + \frac{5}{2} = \pm \frac{9}{2},$$

$$x_1 = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} = 2, \quad x_2 = -\frac{9}{2} - \frac{5}{2} = -7. \quad \blacktriangle$$

Дар боло ҳал кардани муодилаҳои квадратӣ бо усули чудо кардани квадрати пурра муюина шуда буданд. Ин усулро барои баровардани формулае истифода мекунем, ки аз рӯи он муодилаи квадратии намуди умумиро ҳал кардан мумкин аст.

Муодилаи квадратии намуди умумии

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad \text{ки дар ин чо } a \neq 0 \text{ аст, дида мебароем.}$$

Ҳар ду қисми муодиларо ба  $a$  тақсим намуда, ҳосил мекунем:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Ин муодиларо чунон табдил медиҳем, ки дар қисми чапи он квадрати дуаъзогӣ пайдо шавад.

$$\begin{aligned} x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a}, & x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a} \cdot x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 &= -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2, \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \end{aligned} \tag{1}$$

Агар  $b^2 - 4ac \geq 0$  бошад, дар он ҳол

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2.$$

Аз ин чо

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ва ё

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}. \quad (2)$$

Формулаи (2)-ро формулаи решашои муодилаи квадратии намуди умумӣ меноманд.

Ифодаи  $D=b^2-4ac$  дискrimинанти муодилаи квадрати  $ax^2+bx+c=0$  аст. Аз формулаи (2) маълум аст, ки муодилаи квадратӣ:

- 1)  $D > 0$  бошад,  $x_1$  ва  $x_2$  – дорои ду решаша гуногун аст,  $x_1 \neq x_2$ ;
- 2)  $D = 0$  бошад,  $x_1 = x_2$  – дорои як решаша аст;
- 3)  $D < 0$  бошад, дорои решаша ҳақиқӣ нест.

**Масъалаи 1.** Муодиларо ҳал қунед:

$$6x^2 + x - 2 = 0.$$

△ Дар ин ҷо  $a=6$ ,  $b=1$ ,  $c=-2$  ва  $D > 0$  яъне, муодила дорои ду решаша мебошад. Аз рӯи формулаи (2) ҳосил меқунем:

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-2)}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{12} = \frac{-1 \pm 7}{12},$$

аз ин ҷо  $x_1 = \frac{-1+7}{12} = \frac{1}{2}$ ,  $x_2 = \frac{-1-7}{12} = -\frac{2}{3}$ .

**Ҷавоб:**  $x_1 = \frac{1}{2}$ ,  $x_2 = -\frac{2}{3}$ . ▲

**Масъалаи 2.** Муодилаи  $4x^2 - 4x + 1 = 0$  -ро ҳал қунед.

△ Bu yerda  $a=4$ ,  $b=-4$ ,  $c=1$  ва  $D=0$ , ya'ni tenglama bitta ildizga ega. Дар ин ҷо  $a=4$ ,  $b=-4$ ,  $c=1$  мебошад, ва  $D=0$ , яъне муодила дорои як решаша аст. Аз рӯи формулаи (2) ҳосил меқунем:

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} = \frac{4 \pm 0}{8} = \frac{1}{2}.$$

**Ҷавоб:**  $x = \frac{1}{2}$ . ▲

Агар дар баробарии (1) қисми рост манғӣ бошад, яъне  $D = b^2 - 4ac < 0$  бошад, баробарии (1) дар ҳсҷ як қимати ҳақиқии  $x$  чой надорад, чунки

қисми рост ғайриманфы аст. Бинобар ин  $a \neq 0$  жана  $D = b^2 - 4ac < 0$  болса, мүодилаи

$$ax^2 + bx + c = 0$$

решаҳои ҳақиқӣ надорад.

**Масъалаи 3.** Исбот намоед, ки мүодилаи  $x^2 - 4x + 5 = 0$  решашои ҳақиқӣ надорад.

△ Дар ин чо  $a=1$ ,  $b=-4$ ,  $c=5$ ,

$$D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -4 < 0.$$

Пас, мүодилаи мазкур решашои ҳақиқӣ надорад. ▲

**Масъалаи 4.** Мүодилаи  $2x^2 + 3x + 4 = 0$  -ро ҳал кунед.

△ Аз рӯи формулаи (2) ҳосил мекунем:

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{4}.$$

Адади дар зери решашоистода манфӣ аст:

$$9 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 9 - 32 < 0.$$

**Ҷавоб:** Мүодилаи решашои ҳақиқӣ надорад. ▲

Дар ин мисол ба набудани решашои ҳақиқӣ  $D = b^2 - 4ac = -23 < 0$ : дискриминантро ҳисоб карда боварӣ ҳосил кардан мумкин аст.

Мүодилаи квадратии нопурраро ба воситаи формулаи (2) ҳал кардан мумкин аст, вале дар ҳалли онҳо аз усулҳои дар § 23 додашуда истифода бурдан қулайтар аст.

### Mашқҳо

**359.** Чунон адади мусбати  $m$  -ро ёбед, ки ифодаи додашуда квадрати сумма ё фарқ бошад.

1)  $x^2 + 4x + m$ ;      2)  $x^2 - 6x + m$ ;      3)  $x^2 - 14x + m$ ;

4)  $x^2 + 16x + m$ ;      5)  $x^2 + mx + 4$ ;      6)  $x^2 - mx + 9$ .

**360.** Муодиларо бо усули чудо кардани квадрати пурра ҳал намоед:

1)  $x^2 + 4x - 5 = 0$ ;      2)  $x^2 + 4x - 12 = 0$ ;

3)  $x^2 + 2x - 15 = 0$ ;      4)  $x^2 - 10x + 16 = 0$ ;

5)  $x^2 - 6x + 3 = 0$ ;      6)  $x^2 + 8x - 7 = 0$ .

Муодилро ҳал кунед (**361–363**):

**361.** 1)  $9x^2 + 6x - 8 = 0$ ;

2)  $25x^2 - 10x - 3 = 0$ .

362. 1)  $x^2 - 5x + 4 = 0$ ;

2)  $x^2 - 3x - 10 = 0$ .

363. 1)  $2x^2 + 3x - 5 = 0$ ;

2)  $5x^2 - 7x - 6 = 0$ .

**364.** Қимати ифодаи  $D = b^2 - 4ac$  -ро ҳисоб кунед:

1)  $a = 3, b = 1, c = -4$ ;

2)  $a = 3, b = -0,2, c = -0,01$ ;

3)  $a = 7, b = -6, c = -45$ ;

4)  $a = -1, b = 5, c = 1800$ .

**365.** Муодилаи квадратиро ҳал кунед:

1)  $2x^2 + 3x + 1 = 0$ ;

2)  $2x^2 - 3x + 1 = 0$ ;

3)  $2x^2 + 5x + 2 = 0$ ;

4)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$ ;

5)  $3x^2 + 11x + 6 = 0$ ;

6)  $4x^2 - 11x + 6 = 0$ .

**366.** Тамоми қиматҳои  $x$  -ро ёбед, ки дар онҳо қимати ифодаи дар зер овардашуда ба сифр баробар аст:

1)  $2x^2 + 5x - 3$ ;

2)  $2x^2 - 7x - 4$ ;

3)  $3x^2 + x - 4$ ;

4)  $3x^2 + 2x - 1$ ;

5)  $x^2 + 4x - 3$ ;

6)  $3x^2 + 12x + 10$ ;

7)  $-2x^2 + x + 1$ ;

8)  $-3x^2 - x + 4$ ;

9)  $6x^2 - 5x + 1$ ?

Муодилаи квадратиро ҳал кунед (**367–368**):

**367.** 1)  $9x^2 - 6x + 1 = 0$ ;

2)  $16x^2 - 8x + 1 = 0$ ;

3)  $49x^2 + 28x + 4 = 0$ ;

4)  $36x^2 + 12x + 1 = 0$ .

**368.** 1)  $2x^2 + x + 1 = 0$ ;

2)  $3x^2 - x + 2 = 0$ ;

3)  $5x^2 + 2x + 3 = 0$ ;

4)  $x^2 - 2x + 10 = 0$ .

**369.** Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки он чанд решা дорад:

1)  $2x^2 + 5x - 7 = 0$ ;

2)  $3x^2 - 7x - 8 = 0$ ;

3)  $4x^2 + 4x + 1 = 0$ ;

4)  $9x^2 - 6x + 2 = 0$ .

Муодиларо ҳал қунед (370–372):

- 370.** 1)  $7x^2 - 6x + 2 = 0$ ; 2)  $3x^2 - 5x + 4 = 0$ ;  
3)  $9x^2 + 12x + 4 = 0$ ; 4)  $4x^2 - 20x + 25 = 0$ ;  
5)  $4x^2 + 12x + 9 = 0$ ; 6)  $x^2 - 3x - 4 = 0$ .
- 371.** 1)  $6x^2 = 5x + 1$ ; 2)  $5x^2 + 1 = 6x$ ;  
3)  $x(x - 1) = 72$ ; 4)  $x(x + 1) = 56$ ;  
5)  $2x(x + 2) = 8x + 3$ ; 6)  $3x(x - 2) - 1 = x - 0,5(8 + x^2)$ .
- 372.** 1)  $\frac{x^2 + 3x}{2} = \frac{x + 7}{4}$ ; 2)  $\frac{x^2 - 3x}{7} + x = 11$ ;  
3)  $\frac{2x^2 + x}{3} - \frac{2 - 3x}{4} = \frac{x^2 - 6}{6}$ ; 4)  $\frac{x^2 + x}{4} - \frac{3 - 7x}{20} = 0,3$ .
- 373.** Муодиларо ҳал қунед:  
1)  $5x^2 - 8x - 4 = 0$ ; 2)  $4x^2 + 4x - 3 = 0$ ;  
3)  $8x^2 - 6x + 1 = 0$ ; 4)  $5x^2 - 26x + 5 = 0$ .
- 374.** Муодиларо бо усули чудо кардани квадрати пурра ҳал қунед.  
1)  $x^2 - 16x + 48 = 0$ ; 2)  $x^2 - 7x - 18 = 0$ ;  
3)  $x^2 - 15x + 56 = 0$ ; 4)  $x^2 + 12x + 27 = 0$ ;  
5)  $x^2 - 11x + 28 = 0$ ; 6)  $x^2 - 11x + 18 = 0$ ;  
7)  $x^2 + 10x + 21 = 0$ ; 8)  $2x^2 - 5x + 2 = 0$ ;  
9)  $x^2 - 21x + 20 = 0$ ; 10)  $x^2 - 6x - 55 = 0$ ;  
11)  $3x^2 - x - 70 = 0$ ; 12)  $x^2 - 100x + 99 = 0$ .

Ду тарафи муодилаи  $ax^2 + bx + c = 0$  -ро ба 4а зарб карда аз сеъзогии  $ax^2 + bx + c = 0$  квадрати пурра чудо кардан мумкин аст

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0,$$

$$(2ax)^2 + 2 \cdot 2ax \cdot b + b^2 + 4ac - b^2 = 0,$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac, \text{ аз ин, } 2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}.$$

$$\text{Дар ин хол, } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

**Мисол.** Квадрати пурраро бо усули болой чудо карда мудилаи  $10x^2 + 13x - 3 = 0$  -ро ҳал кунед.

$$\Delta 10x^2 + 13x - 3 = 0, \quad 40 \cdot 10x^2 + 40 \cdot 13x - 3 \cdot 40 = 0,$$

$$(20x)^2 + 2 \cdot 20x \cdot 13 + 13^2 - 13^2 - 3 \cdot 40 = 0,$$

$$(20x + 13)^2 = 169 + 120, \quad (20x + 13)^2 = (17)^2; \quad 20x + 13 = \pm 17;$$

$$x_1 = \frac{17 - 13}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}; \quad x_2 = \frac{-17 - 13}{20} = \frac{-30}{20} = -\frac{3}{2}.$$

**Ҷавоб:**  $x = \frac{1}{5}, \quad x = -\frac{3}{2}$ . 

**375.** Мудилаиро бо усули нишондодашуда ҳал кунед!

$$1) 12x^2 - 7x + 1 = 0;$$

$$2) 6x^2 + 5x + 1 = 0;$$

$$3) 8x^2 + 7x - 1 = 0;$$

$$4) \frac{x^2}{12} - \frac{1}{12}x - 1 = 0.$$



**№ 4**

*Кубе, ки дарозии тегааш ба 3 см баробар аст, бо ранги сурх ранг карда шудааст. Онро ба Кубчахои 1 см<sup>3</sup> буда, бурида, тақсим карданд. Чанд кубча: се рӯяни сурх дорад? Ду рӯяни сурх дорад? Як рӯяни сурх дорад? Ягонто рӯяни сурх надорад?*

## § 25. ТЕОРЕМАИ ВИЕТ. БА ЗАРБКУНАНДАХО ЧУДО КАРДАНИ СЕАЪЗОГИИ КВАДРАТӢ



Муодилаи квадратии намуди

$$x^2 + px + q = 0 \quad (1)$$

муодилаи квадратии овардашуда номида мешавад.

Дар ин муодила коэффициенти аввалин ба як баробар аст.

Масалан, муодилаи

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

муодилаи квадратии овардашуда мебошад.



Ҳар ду қисми муодилаи квадратии дилҳоҳӣ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

-ро ба  $a \neq 0$  таҳсим намуда, ба намуди (1) овардан мумкин аст.

Масалан, ҳар ду қисми муодилаи  $4x^2 + 4x - 3 = 0$  -ро ба 4 таҳсим намуда, муодилаи

$$x^2 + x - \frac{3}{4} = 0.$$

-ро ҳосил мекунем.

Решаҳои муодилаи квадратии овардашудаи (1)-ро меёбем. Барои ин аз формулаи решаҳои муодилаи квадратии намуди умумии  $ax^2 + bx + c = 0$  яъне формулаи

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (2)$$

истифода мебарем. Муодилаи квадратии овардашудаи

$$x^2 + px + q = 0$$

бо муодилаи намуди умумие мувоғиқ меояд, ки дар он  $a=1$ ,  $b=p$ ,  $c=q$  аст. Бинобар ин барои муодилаи квадратии овардашуда формулаи (2) намуди зеринро мегирад:

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

ва ё

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad (3)$$

Формулаи (3)-ро формулаи решашои мудилиаи квадратии овардашуда меноманд.

Аз формулаи (3) хусусан ҳангоми чуфг будани адади  $p$  истифода кардан қулайтар аст.

Масалан, мудилиаи  $x^2 - 14x - 15 = 0$  -ро ҳал мекунем.

△ Аз рӯи формулаи (3) ҳосил менамоем:

$$x_{1,2} = 7 \pm \sqrt{49 + 15} = 7 \pm 8.$$

**Ҷавоб:**  $x_1 = 15$ ,  $x_2 = -1$ . ▲

Барои мудилиаи квадратии овардашуда теоремаи зерин дуруст аст:



**Теоремаи Виет. Агар  $x_1$  ва  $x_2$  решашои мудилиаи**

$$x^2 + px + q = 0$$

**бошанд, формулаҳои**

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

**дурустанд, яъне суммаи решашои мудилиаи квадратии овардашуда ба коэффициенти дуюм, ки ба аломати муқобил гирифта шудааст, баробар буда, ҳосили зарби решашо ба аъзои озод баробар аст.**

○ Мувофиқи формулаи (3) ҳосил менамоем:

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q},$$

$$x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Ин баробариҳоро чамъ карда,  $x_1 + x_2 = -p$ -ро ҳосил менамоем.

Ин баробариҳоро бо ҳам зарб карда, аз рӯи формулаи фарқи квадратҳо пайдо мекунем:

$$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = q. \quad \bullet$$

Масалан, муодилаи  $x^2 - 13x + 30 = 0$  дорои решашои  $x_1 = 10$ ,  $x_2 = 3$  мебошад; суммаи решашояш  $x_1 + x_2 = 13$ , буда, ҳосили зарби онҳо  $x_1 \cdot x_2 = 30$  мебошад.

Қайд менамоем, ки теоремаи Виет дар ҳолати ду решаш баробар допггани муодилаи квадрати низ дуруст аст, яъне ҳангоми  $x_1 = x_2 = -\frac{p}{2}$  будан.

Масалан, муодилаи  $x^2 - 6x + 9 = 0$  решашои баробар дорад:  $x_1 = x_2 = 3$  суммаи онҳо  $x_1 + x_2 = 6$ , ҳосили зарби онҳо  $x_1 \cdot x_2 = 9$  аст.

**Масъалаи 1.** Яке аз решашои муодилаи  $x^2 + px - 12 = 0$  ба  $x_1 = 4$  баробар аст. Коэффициент  $p$  ва решаш дуюм  $x_2$ -ро ёбед.

△ Аз рӯи теоремаи Виет:  $x_1 \cdot x_2 = -12$ ,  $x_1 + x_2 = -p$  мебошад.

Азбаски  $x_1 = 4$  аст, бинобар ин  $4x_2 = -12$ , аз ин ҷо  $x_2 = -3$ ,

$$p = -(x_1 + x_2) = -(4 - 3) = -1 \text{ мебошад.}$$

**Ҷавоб:**  $x_2 = -3$ ,  $p = -1$ . ▲

**Масъалаи 2.** Муодилаи квадратии овардашудаеро тартиб дихед, ки решашояш  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 4$  мебошанд.

△ Азбаски  $x_1 = 3$ ;  $x_2 = 4$  решашои муодилаи  $x^2 + px + q = 0$  мебошанд, аз рӯи теоремаи Виет  $p = -(x_1 + x_2) = -7$ ,  $q = x_1 x_2 = 12$  аст.

**Ҷавоб:**  $x^2 - 7x + 12 = 0$ . ▲

**Масъалаи 3.** Яке аз решашои муодилаи  $3x^2 + 8x - 4 = 0$  мусбат аст. Муодиларо ҳал накарда, аломати решаш дуюмро муайян қунед.

△ Ҳар ду қисми муодиларо ба 3 тақсим карда, ҳосил мекунем:

$$x^2 + \frac{8}{3}x - \frac{4}{3} = 0.$$

Аз рўи теоремаи Виет  $x_1x_2 = -\frac{4}{3} < 0$ . Мувофиқи шарт  $x_1 > 0$ , Пас,  $x_2 < 0$ . 

Ҳангоми ҳалли баъзе масъалаҳо теоремаи зерини ба теоремаи *Viет чаппа* истифода мешавад.



*Агар барои ададҳои  $p, q, x_1, x_2$  муносабатҳои*

$$x_1 + x_2 = -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q \quad (4)$$

*иҷро гарданд, дар он ҳол ададҳои  $x_1$  ва  $x_2$  решои муодилаҳои  
мешавад.*

Дар ифодаи тарафи чап

$$x^2 + px + q$$

ба ҷои  $p$  ифодаи  $-(x_1 + x_2)$ -ро, ба ҷои  $q$  ҳосили зарби  $x_1 \cdot x_2$ -ро мегузорем.  
Дар натиҷа ифодаи зерин ҳосил мешавад.

$$\begin{aligned} x^2 + px + q &= x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = \\ &= x^2 - x_1x - x_2x + x_1x_2 = x(x - x_1) - x_2(x - x_1) = \\ &= (x - x_1)(x - x_2). \end{aligned}$$

Ҳамин тавр, агар ададҳои  $p, q, x_1$  ва  $x_2$  ба муносабати (4) вобаста бошанд, он гоҳ дар қадом қиматҳои  $x$  баробарии

$$x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$$

иҷро мешавад. Аз ин ҷо маълум мешавад, ки  $x_1$  ва  $x_2$  решоҳои муодилаи  $x^2 + px + q = 0$  будаанд.

Аз теоремаи ба теоремаи Виет чаппа истифода бурда, решоҳои муодилаҳои квадратиро баъзан бо усули интихобӣ низ ёфтани мумкин аст.

**Масъалаи 4.** Бо усули интихобӣ решоҳои муодилаи

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

-ро ёбед.

△ Дар ин чо  $p = -5$ ,  $q = 6$ . Ду адади  $x_1$  ва  $x_2$  -ро чунон интихоб менамоем, ки

$$x_1 + x_2 = 5, \quad x_1 x_2 = 6$$

мешавад.

$6 = 2 \cdot 3$  ва  $2 + 3 = 5$  буданашро мушохида карда, аз рӯи теоремаи нисбат ба теоремаи Виет чаппа ҳосил мекунем, ки  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$  решашои муодилаи  $x^2 - 5x + 6 = 0$  аст. ▲

**Масъалаи 5.** Касри  $\frac{x^2 - x - 12}{x+3}$  -ро содда намоед.

△ Сурати касрро ба зарбкунандаҳо чудо менамоем:

$$\begin{aligned} x^2 - x - 12 &= x^2 - 4x + 3x - 12 = \\ &= x(x - 4) + 3(x - 4) = (x - 4)(x + 3). \end{aligned}$$

Пас,

$$\frac{x^2 - x - 12}{x+3} = \frac{(x-4)(x+3)}{x+3} = x - 4. \quad \blacktriangle$$

Бисёраъзогии  $ax^2 + bx + c$ , ки дар ин чо  $a \neq 0$  аст, сеъзогии квадратӣ номида мешавад.

Ҳангоми ҳал кардани масъалаи 5, сеъзогии квадратии  $x^2 - x - 12$  бо усули гурӯҳандӣ ба зарбкунандаҳо чудо карда шуда буд. Теоремаи зеринро истифода карда, онро ба зарб-кунандаҳо низ чудо кардан мумкин аст:



**Теорема .** Агар  $x_1$  ва  $x_2$  решашои муодилаи квадратии  $ax^2 + bx + c = 0$  бошанд, дар ҳамаи қиматҳои  $x$  баробарии

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2). \quad (5)$$

○ Ифодаи дар қисми рости баробарии (5) бударо табдил медиҳем:

$$\begin{aligned} a(x - x_1)(x - x_2) &= ax^2 - ax \cdot x_1 - ax \cdot x_2 + ax_1 x_2 = \\ &= ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1 x_2. \end{aligned} \quad (6)$$

$x_1$  ва  $x_2$  решашои муодилаи квадрати  $ax^2 + bx + c = 0$  яъне, муодилаи  $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$  мебошад, пас аз рӯи теоремаи Виет

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a},$$

аст, ки аз инчо  $a(x_1 + x_2) = -b$ ,  $ax_1 x_2 = c$ .

Ин ифодаҳоро ба баробарии (6) гузашта, формулаи (5)-ро ҳосил мекунем.

Формулаи (5) ба зарбқунандаҳои ҳаттӣ ҷудо кардани сеъзогии квадратии  $ax^2 + bx + c$ -ро ифода мекунад.

**Масъалаи 6.** Ифодаи  $\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - x - 12}$ -ро содда кунед.

△ Сурат ва маҳрачи касрро ба зарбқунандаҳо ҷудо мекунем.

1) Муодилаи  $2x^2 + 5x - 3 = 0$  дорои решашои:

$$x_1 = \frac{1}{2}, \quad x_2 = -3.$$

мебошад. Мувофиқи теоремаи исботшуда

$$2x^2 + 5x - 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 3) = (2x - 1)(x + 3).$$

2) Муодилаи  $x^2 - x - 12 = 0$  дорои решашои  $x_1 = -3, x_2 = 4$  мебошад.

Мувофиқи теоремаи исботшуда  $x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$ .

Ҳамин тавр,

$$\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - x - 12} = \frac{(2x - 1)(x + 3)}{(x + 3)(x - 4)} = \frac{2x - 1}{x - 4}. \quad \blacktriangle$$

### Mashqlar

**376.** Муодилаи квадратии оварда шударо ҳал кунед:

- |                        |                         |
|------------------------|-------------------------|
| 1) $x^2 + 4x - 5 = 0;$ | 2) $x^2 - 6x - 7 = 0;$  |
| 3) $x^2 - 8x - 9 = 0;$ | 4) $x^2 + 6x - 40 = 0;$ |
| 5) $x^2 + x - 6 = 0;$  | 6) $x^2 - x - 2 = 0.$   |

**377.** (Шифоҳӣ.) Сумма ва ҳосили зарби решаҳои муодилаи квадратии овардашударо ёбед:

1)  $x^2 - x - 2 = 0;$

2)  $x^2 - 5x - 6 = 0;$

3)  $x^2 + 3x + 2 = 0;$

4)  $x^2 + 3x - 4 = 0;$

5)  $x^2 - 7x + 5 = 0;$

6)  $x^2 + 9x - 6 = 0.$

**378.** (Шифоҳӣ.) Яке аз решаҳои муодилаи  $x^2 - 19x + 18 = 0$  ба 1 баробар аст. Решай дуюми онро ёбед.

**379.** (Шифоҳӣ.) Яке аз решаҳои муодилаи  $28x^2 + 23x - 5 = 0$  ба 1 баробар аст. Решай дуюми онро ёбед.

**380.** (Шифоҳӣ.) Муодиларо ҳал накарда, аломати решаҳои онро муайян намоед:

1)  $x^2 + 4x - 5 = 0;$

2)  $x^2 + 5x + 3 = 0;$

3)  $x^2 - 5x + 3 = 0;$

4)  $x^2 - 8x - 7 = 0.$

**381.** Муодилаи квадратии овардашударо нависед, ки дорои решаҳои  $x_1$  ва  $x_2$  мебошад:

1)  $x_1 = 3, x_2 = -1;$

2)  $x_1 = 2, x_2 = 3;$

3)  $x_1 = -4, x_2 = -5;$

4)  $x_1 = -3, x_2 = 6.$

**382.** Бо усули хостагирӣ решашои муодиларо ёбед:

1)  $x^2 + 5x + 6 = 0;$

2)  $x^2 - 7x + 12 = 0;$

3)  $x^2 - 6x + 5 = 0;$

4)  $x^2 + 8x + 7 = 0;$

5)  $x^2 - 8x + 15 = 0;$

6)  $x^2 + 2x - 15 = 0.$

**383.** Сеъзогии квадратиро ба зарбкунандаҳо ҷудо намоед:

1)  $x^2 - 5x + 6;$

2)  $x^2 + 4x - 5;$

3)  $x^2 + 5x - 24;$

4)  $x^2 + x - 42;$

5)  $2x^2 - x - 1;$

6)  $8x^2 + 10x + 3;$

7)  $-6x^2 + 7x - 2;$

8)  $-4x^2 - 7x + 2.$

**384.** Касрро ихтисор намоед:

- |                            |                                |                                |
|----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $\frac{x^2+x-2}{x-1};$  | 2) $\frac{x^2+4x-12}{x-2};$    | 3) $\frac{x+3}{x^2-6x-27};$    |
| 4) $\frac{x-8}{x^2-x-56};$ | 5) $\frac{2x^2-3x-2}{4x^2-1};$ | 6) $\frac{3x^2+8x-3}{9x^2-1}.$ |

**385.** Муодилаи квадратии овардашударо ҳал кунед:

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) $x^2 - 2\sqrt{3}x - 1 = 0;$ | 2) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 = 0;$ |
| 3) $x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0;$  | 4) $x^2 - 4\sqrt{7}x + 4 = 0.$ |

**386.** Ба зарбкунандаҳо чудо намоед

- |                        |                        |                        |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| 1) $x^3 - 3x^2 + 2x;$  | 2) $x^3 + 4x^2 - 21x;$ | 3) $x^3 + 5x^2 - 24x;$ |
| 4) $x^3 - 9x^2 - 22x;$ | 5) $x^3 - 8x^2 + 7x;$  | 6) $x^3 - 5x^2 + 6x.$  |

**387.** Касрро ихтисор намоед:

- |                                 |                                 |                                   |                                  |
|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\frac{x^2+6x-7}{x^2-7x+6};$ | 2) $\frac{x^2-8x-9}{x^2+9x+8};$ | 3) $\frac{x^2-8x+15}{-x^2+5x-6};$ | 4) $\frac{36+5x-x^2}{x^2-x-20}.$ |
|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|

**388.** Ифодаро содда кунед:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $\frac{1}{x^2-7x+12} + \frac{1}{x-3};$  | 2) $\frac{3}{x^2+6x+9} - \frac{1}{x+3};$               |
| 3) $\frac{7}{5x^2+3x-2} - \frac{5}{5x-2};$ | 4) $\frac{5x+1}{x^2+9x-10} : \frac{5x^2+x}{x^2-2x+1}.$ |

## § 26. МУОДИЛАИ БИКВАДРАТӢ

**Масъалаи 1.** Муодиларо ҳал кунед:

$$x^4 - 7x^2 + 12 = 0.$$

△ Ишорати  $x^2=t$ -ро истифода мебарем; дар ин сурат муодила намуди

$$t^2 - 7t + 12 = 0.$$

-ро мегирад. Ин муодиларо ҳал намуда, ҳосил мекунем.

$$t_1 = 4, t_2 = 3.$$

Азбаски  $x^2 = t$  аст, ҳалли муодилаи аввала ба ҳалли ду муодила оварда мешавад:

$$x^2 = 4, x^2 = 3,$$

аз ин чо:

$$x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm \sqrt{3}.$$

**Ҷавоб:**  $x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm \sqrt{3}$ .  $\blacktriangle$



### Муодилаи намуди

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

ки дар ин чо  $a \neq 0$  аст, биквадратӣ номида мешавад.

Ба воситаи гузориши  $x^2 = t$  ин муодила ба муодилаи квадратӣ оварда мешавад.

**Масъалаи 2.** Муодилаи биквадратии зеринро ҳал кунед:

$$9x^4 + 5x^2 - 4 = 0.$$

$\blacktriangle$  Ишорати  $x^2 = t$  -ро истифода кунем, муодила намуди

$$9t^2 + 5t - 4 = 0.$$

-ро мегирад. Ин муодилаи квадратиро ҳал намуда,

$$t_1 = \frac{4}{9}, t_2 = -1.$$

-ро ҳосил мекунем. Муодилаи  $x^2 = \frac{4}{9}$  дорои решоҳои  $x_{1,2} = \pm \frac{2}{3}$  мебошад, вале муодилаи  $x^2 = -1$  решоҳои ҳақиқӣ надорад.

**Ҷавоб:**  $x_{1,2} = \pm \frac{2}{3}$ .  $\blacktriangle$

**Масъалаи 3.** Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{3}{x+2} - \frac{4}{x-3} = 3.$$

△ Махрачи умумии касрхое, ки ба муодила дохиланд ба  $(x + 2)$   $(x - 3)$  баробар аст. Агар  $x + 2 \neq 0$  ва  $x - 3 \neq 0$  бошад, ҳар ду қисми муодиларо ба  $(x + 2)(x - 3)$  зарб карда, ҳосил мекунем:

$$3(x - 3) - 4(x + 2) = 3(x + 2)(x - 3).$$

Ин муодиларо табдил медиҳем:

$$\begin{aligned} 3x - 9 - 4x - 8 &= 3(x^2 - x - 6), \\ -x - 17 &= 3x^2 - 3x - 18, \\ 3x^2 - 2x - 1 &= 0. \end{aligned}$$

Муодилаи ҳосилшударо ҳал намуда, решашои онро меёбем:

$$x_1 = 1; x_2 = -\frac{1}{3}.$$

Азбаски ҳангоми  $x = 1$  ва  $x = -\frac{1}{3}$  будан махрачи касрхои муодилаи аввала ба сифр табдил намеёбанд, ададҳои 1 ва  $-\frac{1}{3}$  решашои ин муодила мешавад. **Ҷавоб:**  $x_1 = 1; x_2 = -\frac{1}{3}$ . ▲

**Масъалаи 4.** Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{3}{x-1} = \frac{3-x}{x-2}, \quad x \neq 1, x \neq 2. \quad (1)$$

△ Мувофиқи шарт  $(x-1)(x-2) \neq 0$  аст. Ҳар ду қисми муодиларо ба  $(x-1)(x-2)$  зарб карда, ҳосил мекунем:

$$1 + 3(x - 2) = (3 - x)(x - 1).$$

Ин муодиларо табдил медиҳем:

$$\begin{aligned} 1 + 3x - 6 &= -x^2 + 4x - 3, \\ x^2 - x - 2 &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Муодилаи квадратии ҳосилшударо ҳал намуда, решашои онро меёбем:

$$x_1 = -1, x_2 = 2.$$

Ҳангоми  $x = -1$  будан, махрачҳои муодилаи аввала ба сифр табдил намеёбанд, пас, адади  $-1$  решай муодилаи аввала аст.

Ҳангоми  $x = 2$  будан, махрачҳои ду касри муодилаи аввала ба сифр баробаранд; бинобар ин адади  $2$  решай муодилаи аввала намебошад.

**Ҷавоб:**  $x = -1$ . 

Дар масъалаи 4 муодилаи аввалай (1) ба муодилаи квадрагии (2) оварда шуд, ки ду решаша дорад. Яке аз инҳо  $x_1 = -1$  решай муодилаи (1) мебошад. Решай дигар  $x_2 = 2$  решай муодилаи (1) намебошад, ки дар ин ҳолат онро *решаша бегона* меноманд.

Ҳамин тавр, ҳангоми муодиларо ба ифодаи номаълумҳо дарбаргиранда зарб кардан, решашои бегона пайдо шуданашон мумкин аст. Бинобар ин ҳангоми ҳал кардани муодилае, ки дар *махрачи каср номаълумро дарбар мегирад, санҷии зарур* аст.

**Масъалаи 5.** Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{x+7}{x+4} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x^2+7x+12} = 0.$$

Ин муодилаҳо ба *муодилаҳои рационали-касрӣ* мисол шуда метавонанд.

 Сеъзогии квадратии  $x^2 + 7x + 12$  -ро ба зарбкунандаҳо чудо мекунем. Муодилаи квадратии  $x^2 + 7x + 12 = 0$  -ро ҳал карда, решашои муодила  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = -4$  -ро меёбем. Бинобар ин,  $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$ . аст.

Ҳар ду қисми муодилаи додашударо ба маҳрачи умумии касрҳо, яъне  $(x + 3)(x + 4)$  зарб мекунем. Дар натиҷа муодилаи

$$(x + 7)(x + 3) - (x + 4) + 1 = 0.$$

ҳосил мешавад. Ин муодиларо табдил медиҳем:

$$x^2 + 10x + 21 - x - 4 + 1 = 0,$$

$$x^2 + 9x + 18 = 0.$$

Ин муодиларо ҳал намуда, решашояшро меёбем:

$$x_1 = -3, x_2 = -6.$$

Ин решашоро месанҷем. Ҳангоми  $x = -3$  будан, маҳрачи касрҳои дуюм ва сеюми муодилаи аввала ба сифр табдил меёбанд; бинобар ин  $x_1 = -3$  –

решай бегона мебошад. Ҳангоми  $x=-6$  будан, маҳрачҳои касрҳои муодилаи аввала ба сифр баробар нестанд. Ба муодилаи аввала  $x=-6$ -ро гузошта, боварӣ ҳосил кардан мумкин аст, ки ин адад решай муодила мебошад.

**Ҷавоб:**  $x=-6$ . 

### Машқҳо

Муодиларо ҳал кунед (389–392):

**389.** 1)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ ;      2)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ ;  
 3)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ ;      4)  $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$ .

**390.** 1)  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ ;      2)  $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ ;  
 3)  $x^4 + x^2 - 20 = 0$ ;      4)  $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$ .

**391.** 1)  $\frac{10}{x-3} - \frac{8}{x} = 1$ ;      2)  $\frac{2}{x-5} + \frac{14}{x} = 3$ ;  
 3)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{20}$ ;      4)  $\frac{40}{x-20} - \frac{40}{x} = 1$ ;  
 5)  $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} = \frac{5}{8}$ ;      6)  $\frac{4}{x-2} + \frac{4}{x+2} = 1,5$ .

**392.** 1)  $\frac{3x+4}{x-6} = \frac{x-2}{4x+3}$ ;      2)  $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{13}{6}$ ;  
 3)  $\frac{x+5}{x+2} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1}$ ;      4)  $\frac{x^2-2x-5}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{x-3} = 1$ ;  
 5)  $\frac{x^2}{x+3} - \frac{x}{-3-x} = \frac{6}{x+3}$ ;      6)  $\frac{x^2}{x-1} - \frac{2x}{1-x} = \frac{3}{x-1}$ .

**393.** Оё муодила решаҳои ҳақиқи дорад:

1)  $x^4 - 5x^2 + 7 = 0$ ;      2)  $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ ?

**394.** Дар қадом қиматҳои ҳқимазҳои ифодаҳои зерин баробаранд:

1)  $\frac{6}{x^2-1} + \frac{2}{1-x}$  va  $2 - \frac{x+4}{x+1}$ ;      2)  $\frac{6}{x+2} - \frac{3}{x-2}$  va  $\frac{14}{4-x^2} + 1$ ?

Гузоришҳои мувофиқро дохил карда, муодиларо ҳал қунед  
**(395–399):**

- 395.** 1)  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0;$       2)  $x^4 - 8x^2 - 9 = 0;$   
 3)  $9x^4 + 23x^2 - 12 = 0;$       4)  $16x^4 - 409x^2 + 225 = 0;$   
 5)  $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0;$       6)  $4x^4 - 17x^2 + 4 = 0;$   
 7)  $4x^4 - 9x^2 + 2 = 0;$       8)  $6x^4 - 5x^2 + 1 = 0.$

- 396.** 1)  $(x+3)^4 - 13(x+3)^2 + 36 = 0;$       Гузории:  $(x+3)^2 = t$   
 2)  $(2x-1)^4 - 13(2x-1)^2 - 12 = 0;$        $(2x-1)^2 = t$   
 3)  $(x-1)^4 - x^2 + 2x - 73 = 0;$        $(x-1)^2 = t$   
 4)  $(x+2)^4 - 2x^2 - 8x - 16 = 0;$        $(x+2)^2 = t$   
 5)  $(x^2 + 6x)^2 + 8(x^2 + 6x) - 9 = 0;$        $(x^2 + 6x) = t$   
 6)  $(x^2 - 16x)^2 - 2(x^2 - 16x) - 63 = 0.$        $(x^2 - 16x) = t$

- 397.** 1)  $(x+1)^2 \cdot (x^2 + 2x) = 12;$       2)  $(x-2)^2 \cdot (x^2 - 4x) + 3 = 0;$   
 3)  $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 3) + 1 = 0;$  4)  $(x^2 - 5x + 2)(x^2 - 5x - 1) = 28;$   
 5)  $x(x+1)(x+2)(x+3) = 0,5625;$   
 6)  $(x-2)(x-3)(x+2)(x-7) + 36 = 0.$

- 398.** 1)  $\frac{x+4}{x-4} + \frac{x-4}{x+4} = 3\frac{1}{3};$       2)  $\frac{x^2 - 2x}{4x-3} + 5 = \frac{16x-12}{2x-x^2};$   
 3)  $\frac{x^2 + 4x}{7x-2} - \frac{12-42x}{x^2 + 4x} = 7;$       4)  $\left(\frac{4x-5}{3x+2}\right)^2 + \left(\frac{3x+2}{5-4x}\right)^2 = 4,25;$   
 5)  $\left(\frac{5x+1}{2x-3}\right)^2 + \left(\frac{3-2x}{5x+1}\right)^2 = \frac{82}{9};$       6)  $\left(\frac{5x-2}{2x+1}\right)^2 + \left(\frac{2x+3}{2-5x}\right)^2 = 3\frac{31}{225};$   
 7)  $\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = -2,5.$

**399.** 1)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) - 3 = 0$ ;      Гузории:  $(x + \frac{1}{x}) = t$ .

2)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 4 = 0$ ;

3)  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$ ;

4)  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0$ ;

5)  $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x - 4) = -5$ ;

6)  $(x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) = 120$ .

- 400.** Барои ҳар як мудилаи зерин: 1) ҳосили ҷаъми шамаи решашо. 2) ҳосили зарби ҳамаи решашо, 3) ҳосили ҷаъми решашои манфи, 4) ҳосили зарби решашои мусбат, 5) фарки решашои калонтарин ва хурдтарин 6) нисбати решашои калонтарин ва хурдтарин-ро ёбед:

1)  $x^4 - 26x^2 + 25 = 0$ ;      2)  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ ;

3)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ ;      4)  $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ ;

5)  $x^4 - 19x^2 + 90 = 0$ ;      6)  $x^4 - 11x^2 + 28 = 0$ .

- 401.** Муодиларо ҳал қунед:

1)  $(x^2 - 8)^2 + 4(x^2 - 8) = 5$ ;

2)  $x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x + 24 = 0$ ;

3)  $(x + 5)^4 - 13(x + 5)^2 \cdot x^2 + 36x^4 = 0$ ;

4)  $5x^4 + 20x^3 - 40x + 17 = 0$ ;

5)  $x^2 + \left(\frac{x}{x-1}\right)x^2 = 8$ .

## § 27. БО ЁРИИ МУОДИЛАХОИ КВАДРАТӢ ҲАЛ ҚАРДАНИ МАСЪАЛАХО

Якчанд масъалаҳоро бо ёрии муодилаҳои квадратӣ ҳал менамоем:

**Масъалаи 1.** Ба шахта санг партофта шуда, садо аз зарбаи он баъди 9 сония шунида шуд. Суръати садоро  $320 \text{ м/с}$ , шитоби қувваи вазниниро  $g=10 \text{ м/с}^2$  фарз карда, чукурии шахтаро ёбед.

△ Барои ёфтани чукурии шахта вақти афиши санг  $t$ -ро муайян кардан кифоя аст, чунки чукурии шахта мувофиқи қонуни афиши  $\frac{gt^2}{2}$  озод ба метр баробар аст.

Мувофики шарт  $g=10 \text{ м/с}^2$ . Пас, чукурии шахта ба  $5t^2$  метр баробар аст.

Аз тарафи дигар, суръати садо  $320 \text{ м/с}$ -ро ба вақги паҳн шудан аз лаҳзаи ба зери шахта задан то лаҳзаи шунидани он, яъне  $(9-t)$  сония зарб зада, чукурии шахтаро ёфтани мумкин аст.

Хулоса, чукурии шахта ба  $320(9-t)$  метр баробар аст.

Ду ифодаи барои чукурии шахта ёфташударо баробар карда, муодилаи  $5t^2=320(9-t)$ -ро ҳосил менамоем. Ин муодиларо ҳал мекунем:

$$t^2 - 64(9-t) = 0,$$

$$t^2 + 64t - 64 \cdot 9 = 0.$$

Решаҳои муодилаи квадратии пайдошударо меёбем:

$$\begin{aligned} t_{1,2} &= -32 \pm \sqrt{32^2 + 64 \cdot 9} = -32 \pm \sqrt{32(32+18)} = \\ &= -32 \pm \sqrt{32 \cdot 50} = -32 \pm \sqrt{16 \cdot 100} = -32 \pm 40, \\ t_1 &= 8, \quad t_2 = -72. \end{aligned}$$

Азбаски вақги афиши санг мусбат аст, бинобар ин  $t=8\text{с}$ .  
Пас, чукурии шахта ба  $5t^2 = 5 \cdot 8^2 = 320(\text{м})$  баробар аст.

**Ҷавоб:** 320 метр. ▲

**Масъалаи 2.** Автобуси тезгард (экспресс) аз автовокзал ба сўи тайёрагоҳ, ки дар масофаи 40 км воқеъ аст, равон шуд. Баъди 10 дақиқа аз паси автобус мусофир таксисавор баромад. Суръати таксӣ назар ба суръати автобус 20 км/соат зиёдтар аст. Агар автобус ва таксӣ ба тайёрагоҳ дар як вақғ омада бошанд, суръати онҳоро ёбед.

△ Бигузор суръати автобус  $x$  км/соат бошад. Дар ин ҳол суръати таксӣ  $(x+20)$  км/соат мешавад. Вақти ҳаракати автобус  $\frac{40}{x}$  соат, вақти ҳаракати таксӣ ба  $\frac{40}{x+20}$  соат баробар аст. Мувофики шарти масъала фарки байни вақти ҳаракати автобус ва таксӣ 10 дақиқа, яъне  $\frac{1}{6}$  соат. Пас,

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x+20} = \frac{1}{6}. \quad (1)$$

Муодилаи ҳосилшударо ҳал менамоем. Ҳар ду қисми муодиларо ба  $6x(x+20)$  зарб карда, ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} 40 \cdot 6 \cdot (x + 20) - 40 \cdot 6x &= x(x + 20), \\ 240x + 4800 - 240x &= x^2 + 20x, \\ x^2 + 20x - 4800 &= 0. \end{aligned}$$

Решаҳои ин муодила:

$$x_1 = 60, \quad x_2 = -80.$$

Дар ҳамин қиматҳои  $x$  маҳраҷҳои касрҳои ба муодилаи (1) дохилшаванд агаҳ сифр баробар нестанд, бинобар ин  $x_1 = 60$  ва  $x_2 = -80$  решашои муодилаи (1) мебошанд.

Азбаски суръати автобус мусбат аст, бинобар ин шарти масъаларо танҳо як решашои менамояд:  $x = 60$ . Бинобар ин, суръати таксӣ ба 80 км/соат баробар аст.

**Ҷавоб:** Суръаги автобус 60 км/соат, суръати таксӣ 80 км/соат. ▲

**Масъалаи 3.** Бароичопкарданидастнависоператориякум назар ба оператори дуюм 3 соат камтар вақғ сарф менамояд. Дар як вақт кор карда, онҳо чопи тамоми дастнависро дар 6 соату 40 дақиқа ба анҷом расониданд. Барои чоп кардани тамоми дастнавис ба ҳар як оператор чиқадарӣ вақт даркор буд?

△ Кори чоп кардани тамоми дастнависро як вохид гуфта фарз мекунем. Бигузор оператори якум барои чоп кардани тамоми дастнавис  $x$  соат вақт сарф кунад, он гоҳ оператори дуюмро лозим меояд, ки  $(x+3)$  соат вақт сарф намояд. Оператори якум дар як соат  $\frac{1}{x}$ -и ҳиссаи корро, оператори дуюм бошад,  $\frac{1}{x+3}$  ҳиссаи онро ичро мекунад. Якчоя кор карда, онҳо дар як соат  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}$  ҳиссаи тамоми корро ичро менамоянд; дар 6 соату 40 дақиқа, яъне дар  $6\frac{2}{3}$  соат бошад, онҳо тамоми корро ичро менамоянд. Бинобар ин

$$6\frac{2}{3}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}\right) = 1.$$

Ин муодиларо дар шакли зер ин навиғган мумкин аст:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3} = \frac{3}{20}. \quad (2)$$

Ҳар ду қисми ин муодиларо ба  $20x(x+3)$  зарб карда, ҳосил мекунем:

$$\begin{aligned} 20(x+3) + 20x &= 3x(x+3), \\ 40x + 60 &= 3x^2 + 9x, \\ 3x^2 - 31x - 60 &= 0. \end{aligned}$$

Решаҳои ин муодила:  $x_1 = 12$ ,  $x_2 = -\frac{5}{3}$ .

Дар ҳамин қиматҳои  $x$  маҳраҷҳои касрҳои ба муодилаи (2) дохилшаванд ба сифр баробар нестанд, бинобар ин  $x_1 = 12$  ва  $x_2 = -\frac{5}{3}$  (2) решаҳои муодилаи (2) мебошанд.

Азбаски мувофиқи шарти масъала  $x > 0$  аст, бинобар ин  $x = 12$ .

Пас, оператори якум барои ичрои кор 12 соат, оператори дуюм 12 соат + 3 соат = 15 соат вақт сарф менамояд.

**Ҷавоб:** 12 соат ва 15 соат. ▲

## *Машқҳо*

- 402.** Ду адади натуралии пай дар пайро ёбед, ки ҳосили зарбашон ба:  
1) 156; 2) 210; 3) 342; 4) 600 баробар аст.
- 403.** Ду адади тоқи пай дар пайро ёбед, ки ҳосили зарбашон ба: 1) 255;  
2) 399 баробар аст.
- 404.** Периметри росткунча ба 1 м, масоҳаташ ба  $4 \text{ дм}^2$  баробар аст.  
Тарафҳои онро ёбед.
- 405.** Бөғи масоҳаташ ба  $2,45 \text{ га}$  баробар, бо девори дарозиаш  $630 \text{ м}$   
иҳота карда шудааст. Агар бөғ шакли росгунчаро дошта бошад,  
дарозӣ ва бари онро ёбед.
- 406.** Масофаи  $400 \text{ км}$  бударо поезд тезгард назар ба поезд боркаш як  
соат тезтар тай намуд. Агар суръати поезд боркаш назар ба суръати  
поезд тезгард  $20 \text{ км/соат}$  камтар бошад, суръати поездҳоро ёбед.
- 407.** Кипғгии саёҳатӣ аз бандари *A* ба равиши ҷараён ба сӯи бандари *B*  
равона шуд ва ним соат истода, боз ба сӯи бандари *A* ҳаракат  
карда, баъди 8 соат боз ба бандари *A* омада расид. Агар масофаи  
байни бандарҳои *A* ва *B* ба  $36 \text{ км}$ , суръати ҷараёни дарё ба  $2 \text{ км/соат}$   
баробар бошад, суръати киштӣ дар оби ором ба чанд баробар аст?
- 408.** Ду гурӯҳи мутахассисон дар соли „тараққиёт ва фаровонӣ“ якҷоя  
мехнат карда, шифохонаи навбунёдро бо асбобҳои замонавӣ  
таҷхизониданд. Барои ҷамъ карда ба кор андохтани асбобҳо  $12 \text{ рӯз}$   
сарф карданд. Агар яке аз гурӯҳҳо нисбат ба гурӯҳи дигар  $10 \text{ рӯз}$   
камтар вакт сарф кунад, ҳар як гурӯҳ алоҳида корро дар чанд рӯз  
ба охир мерасонанд?
- 409.** Аз тунукаи квадратшакл қитъаи бараш  $6 \text{ см}$  бурида гирифтанд.  
Масоҳати қисми бокимонда ба  $135 \text{ см}^2$  баробар аст. Андозаҳои  
ибтидоии тунукаро ёбед.
- 410.** Масоҳати секунҷаи росткунча ба  $180 \text{ см}^2$  баробар аст. Агар яке аз  
катетҳояш назар ба катети дигараш  $31 \text{ см}$  калонтар бошад, катетҳои  
онро ёбед.
- 411.** Масофаи  $30 \text{ км-ро}$  як лижарон назар ба лижарони дигар  $20$  дақиқа  
тезтар тай намуд. Суръати лижарони якум назар ба лижарони дуюм  
 $3 \text{ км/соат}$  зиёдтар аст. Суръаги ҳар як лижарон ба чанд баробар аст?
- 412.** Ду гурӯҳи донипщӯёни бинокор якҷоя кор карда, дар  $6 \text{ рӯз}$  қураи  
гӯсфандонро соҳтанд. Агар барои ичро кардани ҳамин кор ба  
бригадаи якум назар ба бригадаи дуюм  $5 \text{ рӯз}$  зиёдтар вакт даркор  
бошад, ҳар як гурӯҳ алоҳида дар чанд рӯз ин корро ичро карда  
метавонанд?



**№ 5**

*Бисёраъзои  $x^4 + 2006x^2 + 2005x + 2006$  -ро  
ба зарбқунандаҳо чудо кунед.*

*Машқҳо донир ба боби III*

Муодиларо ҳал кунед (413–415):

413. 1)  $x^2 - 12 = 0$ ;      2)  $x^2 - 50 = 0$ ;      3)  $\frac{1}{3}x^2 + 2x = 0$ ;  
4)  $3x - \frac{2}{5}x^2 = 0$ ;      5)  $x^2 - 48 = 0$ ;      6)  $2x - \frac{1}{2}x^2 = 0$ .

414. 1)  $x^2 + 4x - 45 = 0$ ;      2)  $x^2 - 9x - 52 = 0$ ;  
3)  $3x^2 - 7x - 40 = 0$ ;      4)  $5x^2 + 17x - 126 = 0$ .

415. 1)  $4x^2 - 2x - 3 = 0$ ;      2)  $9x^2 - 3x - 4 = 0$ ;  
3)  $4x^2 - 8x - 1 = 0$ ;      4)  $3x^2 + 4x - 1 = 0$ .

416. Муодиларо ҳал накарда, муайян кунед, ки он дорои чанд решай ҳақиқӣ аст:  
1)  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ;      2)  $5x^2 + 7x - 8 = 0$ ;  
3)  $25x^2 - 10x + 1 = 0$ ;      4)  $9x^2 + 30x + 25 = 0$ .

417. Сеъзогии квадратиро ба зарбқунандаҳо чудо кунед:  
1)  $x^2 + 12x + 30$ ;      2)  $x^2 - 10x + 16$ ;      3)  $2x^2 + x - 1$ ;  
4)  $2x^2 - 3x - 2$ ;      5)  $x^2 + 8x + 7$ ;      6)  $2x^2 - 3x + 1$ .

418. Касрро ихтисор намоед  
1)  $\frac{x^2 - 9}{x + 3}$ ;      2)  $\frac{x^3 + 4x^2 + 4x}{x + 2}$ ;      3)  $\frac{16x^2 - 24x + 9}{4x^2 + 5x - 6}$ ;  
4)  $\frac{25x^2 + 10x + 1}{5x^2 - 14x - 3}$ ;      5)  $\frac{x^2 - 25}{x - 5}$ ;      6)  $\frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3}$ .

Муодиларо ҳал кунед (419–420):

419. 1)  $x^4 - 9x^2 + 20 = 0$ ; 2)  $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$ ;  
3)  $2x^4 - 5x^2 + 2 = 0$ ; 4)  $5x^4 - 16x^2 + 3 = 0$ .

420. 1)  $\frac{x}{x-2} + \frac{3}{x} = \frac{3}{x-2}$ ; 2)  $\frac{x^2}{x^2+3x} + \frac{2+x}{x+3} = \frac{5-x}{x}$ ;  
3)  $\frac{y+3}{y^2-y} + \frac{6-y}{1-y^2} = \frac{y+5}{y+y}$ ; 4)  $\frac{y+4}{y-4} + \frac{y}{4-y} = -\frac{4}{y+2}$ .

421. Суръати вертолёти Ми-6 нисбат ба ҳаво ба 300 км/соат баробар аст. Масофаи 224 км бударо вертолёт ду маротиба парвоз намуд: як маротиба ба самти шамол, бори дигар — муқобили самти шамол. Агар ҳангоми муқобили самти шамол парвоз кардани вертолёт назар ба самти шамол 6 дақиқа зиёдгар вақт сарф карда бошад, суръати шамолро ҳисоб намоед (ҳангоми ҳисоббарориҳо микрокалкуляторро истифода баред).
422. Суръати велосипедрон дар нимаи аввали роҳ назар ба нимаи дуюми он 3 км/соат зиёдтар буд. Агар велосипедрон тамоми роҳро, ки 90 км мебошад, дар 5,5 соат тай карда бошад, нимаи дуюми роҳро бо кадом суръат тай намудааст?
423. Дар ниҳолшинонӣ ду гурӯҳ ипғирок намуд. Гурӯҳи якум ҳар рӯз назар ба гурӯҳи дуюм 400-то зиёдтар ва ҳамагӣ 2700 ниҳолро пшнонд. Гурӯҳи дуюм назар ба гурӯҳи якум 2 рӯз зиёдтар кор кард ва 2500 ниҳол шинонд. Ҳар як гурӯҳ чандрӯзӣ кор кард?

### ХУДРО БИСАНЧЕД!

1. Муодиларо ҳал кунед::

1)  $3x^2 = 0$ ; 2)  $(x+1)(x-2) = 0$ ;  
3)  $4x^2 - 1 = 0$ ; 4)  $3x^2 = 5x$ ;  
5)  $4x^2 - 4x + 1 = 0$ ; 6)  $x^2 - 16x - 17 = 0$ ;  
7)  $3x^2 + 5x = 2$ ; 8)  $x^2 - 4x + 5 = 0$ .

**2.** Ба зарбкунандаҳо чудо кунед:

1)  $x^2+x-6$ ;      2)  $2x^2-x-3$ ;      3)  $x^2-6x+9$ .

**3.** Масъаларо ҳал кунед.

Масофаи байни деҳаҳоро, ки 36 км аст, як велосипедрон назар ба велосипедрони дигар 1 соат төзтэр тай менамояд.

Агар суръати велосипедрони якум назар ба суръати велосипедрони дуюм 3 км /соат зиёдтар бош ад, суръати ҳар як велосипедронро ёбед.

Муодиларо ҳал кунед (**424–426**):

**424.** 1)  $3x(x-2)=x-4$ ;      2)  $\frac{x^2-2}{6}-\frac{1-x}{2}=\frac{x-5}{6}$ .

**425.** 1)  $2x(x-2)=(x+1)^2-9$ ;      2)  $5x(x-4)=(x-8)^2-65$ ;

3)  $\frac{(x+2)^2}{3}-\frac{(x+1)^2}{2}=1$ ;      4)  $\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(x-2)^2}{5}=4$ .

**426.** 1)  $(x-5)(x-6)=30$ ;      2)  $(x+2)(x+3)=6$ ;

3)  $(x-1)(x-4)=3x$ ;      4)  $(x-2)(x+8)=6x$ .

**427.** Дар қадом қиматҳои  $x$  ифодаи  $x^2+3x-88$  қимати баробари: 1) 0; 2) 20; 3) -18; 4) -70 -ро мегирад?

**428.** Арап:

1)  $a=3, b=1, c=-4$ ;      2)  $a=5, b=2, c=3$ ;

3)  $a=25, b=-10, c=1$ ;      4)  $a=1, b=0, c=-25$

бошад, муодилаи квадратии  $ax^2+bx+c=0$  чанд решай ҳақиқӣ дорад?

**429.** Муодиларо ҳал кунед:

1)  $\frac{12x+4}{x^2+2x-3}=\frac{3x-2}{x-1}-\frac{2x+3}{x+3}$ ;

2)  $\frac{5}{x^2-4}-\frac{8}{x^2-1}=\frac{2}{x^2-3x+2}-\frac{20}{x^2+3x+2}$ ;

3)  $\frac{x+34}{x^2-8x+7}=\frac{2x-3}{x-7}-\frac{x+5}{x-1}$ .

- 430.** Устохона дар мұхлати муайян 5400 чуфт пойафзол истексол карданаш даркор буд. Дар амал ҳар рұз назар ба пешбинишуда 30 чуфтій зиёдтар пойафзол истексол карда, супоришро 9 рұз пештар аз мұхлат ичро намуд. Супориш дар чанд рұз бояд ичро мешуд.
- 431.** Ду сайёх аз деҳаи  $A$  ба сүи деҳаи  $B$  велосипедсавор бо роҳдор гуногун равона шуданд. Сайёхи якум 30 км, дуюм 20 км масофаро тай карданаш даркор буд. Суръати ҳаракати Сайёхи якум аз суръаги ҳаракати сайёхи дуюм 3 км/соат зиёдтар буд. Вале сайёхи якум ба деҳаи  $B$  назар ба сайёхи дуюм 20 дақика пештар омада расид. Ҳар як сайёх ба роҳ чиқадарй вакт сарф кардан?
- 432.** Ду гурӯхи коргарон таъмири қитъай роҳро дар 4 соат анчом доданд. Вале яке аз гурӯххо нисфи тамоми қитъаро, баъд турухы дуюм қисми бөкимондаашро таъмир мекард, таъмир дар 9 соат ба охир мерасад. Ҳар як гурӯх тамоми қитъай роҳро алоҳида-алоҳида дар чанд вакт таъмир карданаш мумкин аст?



### Машқ (тест)-ҳои санчиши доир ба боби III

1. Муодиларо ҳал кунед:  $x^2 = 64$ .
 

А) $x_{1,2} = \pm 8$ ;	Б) $x = -8$ ;
Б) $x = 8$ ;	Г) $x = 32$ .
2. Муодиларо ҳал кунед:  $x^2 - 11 = 0$ .
 

А) $x = \sqrt{11}$ ;	Б) $x = -\sqrt{11}$ ;
Б) $x_{1,2} = \pm\sqrt{11}$ ;	Г) $x = \frac{11}{2}$ .
3. Муодиларо ҳал кунед:  $3x^2 = 48$ .
 

А) $x = 4$ ;	Б) $x_{1,2} = \pm 4$ ;
Б) $x = -4$ ;	Г) $x = 8$ .
4. Муодиларо ҳал кунед:  $x^2 = 5x$ .
 

А) $\emptyset$ ;	Б) $x = 0$ ;
Б) $x = 2,5$ ;	Г) $x_1 = 0, x_2 = 5$ .
5. Муодиларо ҳал кунед:  $x^2 + 9x = 0$ .
 

А) $x_1 = 0, x_2 = -9$ ;	Б) $x_{1,2} = 9$ ;
Б) $x_{1,2} = \pm 3$ ;	Г) $x_1 = 9, x_2 = 0$ .

- 6.** Муодилаи квадратиро ҳал кунед:  $x^2 + x - 6 = 0$ .
- A)  $x_1 = -3, x_2 = 2$ ;      B)  $x_{1,2} = \pm 6$ ;  
B)  $x_1 = 3, x_2 = -2$ ;      Г)  $x_1 = -2; x_2 = -3$ .
- 7.** Муодилаи квадратиро ҳал кунед:  $x^2 + 7x + 6 = 0$ .
- A)  $x_1 = 1, x_2 = -1$ ;      B)  $x_1 = -7, x_2 = -6$ ;  
Б)  $x_1 = -6, x_2 = -1$ ;      Г)  $x_1 = -1, x_2 = -5$ .
- 8.** Муодилаи квадратиро ҳал кунед:  $x^2 + x + 1 = 0$ .
- A)  $x_1 = 0, x_2 = 1$ ;      B)  $\emptyset$ ;  
Б)  $x_{1,2} = \frac{\sqrt{-3}}{2}$ ;      Г)  $x_{1,2} = \pm\sqrt{-3}$ .
- 9.** Муодилаи квадратиро ҳал кунед:  $x^2 - 7x + 10 = 0$ .
- A)  $x_1 = -2, x_2 = 2$ ;      B)  $x_1 = 5, x_2 = 1$ ;  
Б)  $x_1 = -5, x_2 = 2$ ;      Г)  $x_1 = 2, x_2 = 5$ .
- 10.** Муодилаи квадратиро ҳал кунед:  $6x^2 - 5x + 1 = 0$ .
- A)  $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{2}$ ;      B)  $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{3}$ ;  
Б)  $x = \frac{1}{6}$ ;      Г)  $x = -\frac{1}{3}$ .
- 11.** Муодилаи квадратиро ҳал кунед:  $12x^2 + 7x + 1 = 0$ .
- A)  $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{4}$ ;      B)  $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = -\frac{1}{4}$ ;  
Б)  $x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{1}{4}$ ;      Г)  $x = \frac{1}{7}$ .
- 12.** Муодиларо ҳал кунед:  $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ .
- A)  $x_{1,2} = \pm 4, x_{3,4} = 1$ ;      B)  $x_1 = 1, x_2 = 4$ ;  
Б)  $x_{1,2} = \pm 1, x_{3,4} = \pm 2$ ;      Г)  $x_{1,2} = \pm 1$ .

**13.** Муодиларо ҳал кунед:  $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$ .

A)  $x_{1,2} = -\sqrt{5}$ ,  $x_{3,4} = 1$ ;      B)  $x_{1,2} = 5$ ;      C)  $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$ ;      D)  $\emptyset$ .

**14.** Масофаи 60 км-ро велосипедрони якум нисбат ба велосипедрони дуюм 1 соат тезтар тай кард. Агар суръати велосипедрони якум нисбат ба дуюм 5 км/соат камтар бошад, суръати хар як велосипедронро муайян кунед.

A) 20 км/соат, 25 км/соат;      Б) 10 км/соат, 15 км/соат;  
B) 15 км/соат, 20 км/соат;      Г) 12 км/соат, 17 км/соат.

### **Масъалаҳои таърихӣ**

Муодила ва системаи муодилаҳои аз асари „Ал-ҷабр вал-муқобала“-и *Ал-Хоразмӣ* гирифташударо ҳал кунед (**1—31**):

**1.**  $x^2 + 10x = 39$ .

**2.**  $x^2 + 5x = 24$ .

**3.**  $x^2 + 10x = 56$ .

**4.**  $x^2 + (10-x)^2 = 58$ .

**5.**  $\left(\frac{x}{3} + 1\right)\left(\frac{x}{4} + 1\right) = 20$ .

**6.**  $4x(10-x) = x^2$ .

**7.**  $\frac{25}{9}x^2 = 100$ .

**8.**  $x^2 + 21 = 10x$ .

**9.**  $3x + 4 = x^2$ .

**10.**  $\frac{x}{3} \cdot \frac{x}{4} = x + 24$ .

**11.**  $\frac{10-x}{x} + \frac{x}{10-x} = 2\frac{1}{6}$ .

**12.**  $100 + x^2 - 20x = 81x$ .

**13.**  $30x = 100 + x^2$ .

**14.**  $4x \cdot 5x = 2x^2 + 36$ .

**15.**  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6}$ .

**16.**  $\sqrt{x^2 - x} + x = 2$ .

**17.**  $13^2 - x^2 = 15^2 - (14-x)^2$ .

**18.**  $(10-x)^2 - x^2 = 40$ .

**19.**  $(10-x)^2 + x^2 + (10-x) - x = 54$ .

**20.**  $\frac{1}{2} \cdot \frac{5x}{10-x} + 5x = 50$ .

**21.**  $x^2 + 20 = 12x$ .

**22.**  $\left(\frac{x}{3} + 1\right)\left(\frac{x}{4} + 2\right) = x + 13$ .

**23.**  $x^2 + x = \frac{3}{4}$ .

$$24. \left(x - \frac{x}{3} - \frac{x}{4} - 4\right)^2 = x + 12.$$

$$26. \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} x^2 = \frac{1}{7} x.$$

$$28. (x^2 - 3x)^2 = x^2.$$

$$30. 10x = (10-x)^2.$$

$$25. \left(x - \left(\frac{x}{3} + 3\right)\right)^2 = x.$$

$$27. \frac{x^2 - 4x}{3} = 4x.$$

$$29. \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} x^2 = \frac{4}{5} x.$$

$$31. \begin{cases} x + y = 10, \\ xy = 21. \end{cases}$$

Масъалаи Абу Комил. Муодиларо ҳал кунед:

$$\frac{x}{10-x} + \frac{10-x}{x} = \sqrt{5}.$$

Масъалаи Эвклид. Муодиларо ҳал кунед:  $(1-x):x = x:1$

Масъалаҳо аз катибаҳои Бобулистон

Суммаи масоҳати ду квадрат ба  $25\frac{5}{12}$  квадрати дуюм нисбат ба  $\frac{2}{3}$  қисми тарафи квадрати якум 5 воҳид зиёд. Тарафҳои квадратро ёбед.

Масъалаи Умарӣ Хайём (1048-1131):

$$\text{Муодилаи } \frac{1}{x^2} + 2 \cdot \frac{1}{x} = 1\frac{1}{4} \text{-ро ҳал кунед.}$$

### Усули Ал-Хоразмӣ ҳалли муодилаи квадратӣ

Масъалаи аз китоби „Ал-ҷабр вал-муқобала“-й Ал-Хоразмӣ гирифта шударо дида мебароем.”Агар баягон квадрат 10-то решай баробар чизро ҷаъм кунем адади 39 ҳосил мешавад”.Ҳалли ин масала аз ҳалли муодилаи  $x^2 + 10x = 39$  иборат аст. Ал-Хоразмӣ қоиди ҳалли ин муодиларо ин тавр фаҳмондааст:

- 1) Шумораи решашоро ба 2 тақсим кун, дар ин масъала 5 ҳосил мешавад ( $10 : 2 = 5$ );
- 2) Онро ба ададаи ба худаш баробар зарб зан 25 ҳосил мешавад ( $5 \cdot 5 = 25$ );
- 3) Натиҷаро ба 39 ҷаъм кун, 64 ҳосил мешавад ( $25 + 39 = 64$ );
- 4) Аз он решай квадрати ҳисоб кун, 8 ҳосил мешавад ( $\sqrt{64} = 8$ )
- 5) Аз он нисфи шумораи решашоро тарҳ кун, яъне 5-ро тарҳ кун 3 ҳосил мешавад ( $8 - 5 = 3$ ).

Ҳамин адад решай квадративу ҷустуҷӯкарда мебошад”.

Дар даврви ҳозира усули ҳалли Ал-Хоразмӣ дар намуди кӯтоҳ намули зеринро мегирад:

$$x = \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 + 39} - \frac{10}{2} = \sqrt{25 + 39} - 5 = \sqrt{64} - 5 = 8 - 5 = 3.$$

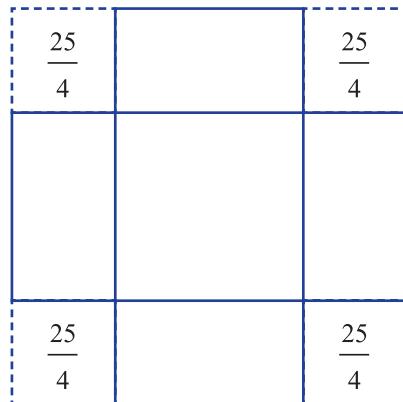
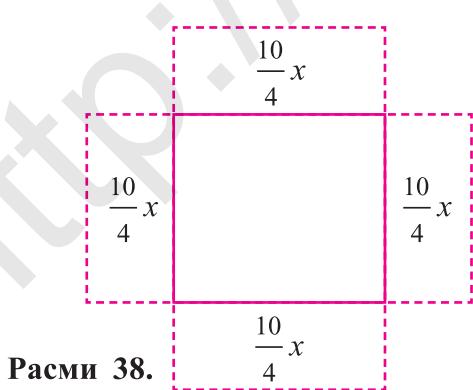
**Ҷавоб:**  $x = 3$ .

(Ал-Хорзмӣ ба муодилаи решай  $x = -13$  аҳамият намедиҳад).

Дар китоби “Ал-Ҷабр вал-муқобала” усули геометрии ҳалли ин муодила низ оварда шудаст (расми 38). Дар ин усул квадрати тарафаш ба  $x$  (масоҳаташ  $x^2$ ) баробарбуда дида мешавад. Uning tomonlarida eni  $\frac{10}{4}$  ga teng 4 ta to‘g‘ri to‘rtburchak yasaladi. Батарафҳои он 4 то росткунҷаи бараш ба  $\frac{10}{4}$  баробар соҳта мешавад шакли ҳосилшуда ба 4 ифодаи мувофиқ меояд ин шакл ба квадратҳои тарафаш ба  $(x+5)$  баробар пурра карда мешавад, яъне ба қуллаҳои шакл 4 то квадрати тарафҳояш ба  $\frac{10}{4}$  ҳамроҳ мешавад. Шакли ҳосилшуда ба ифодаи  $x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$  мувофиқ аст, аммо мувофиқи шарт аз сабаби  $x^2 + 10x = 39$  будан, масоҳати квадрати камони ҳосилшуда  $39 + 4 \cdot \left(\frac{10}{4}\right)^2 = 64$ . аст. Ҳамин тавр  $(x+5)^2 = 64$ , аз ин чо  $x+5=8$  ва  $x=3$  аст.

Пас Ал-Хоразмӣ барои ҳалли муодилаи квадрати усули геометрии ба квадрати пурра чудо карданро медиҳад.

Барои муодилаи  $x^2 + px = q$  усули Ал-Хоразмӣ бо таври зерин навишта мешавад.



$$x^2 + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)x + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2 = q + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2; \quad \left(x + 2 \cdot \frac{p}{4}\right)^2 = q + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2,$$

$$x_{1,2} + 2 \cdot \frac{p}{4} = \pm \sqrt{q + 4 \cdot \left(\frac{p}{4}\right)^2},$$

$$\text{аз ин чо } x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{4}\right)^2 + q}.$$



## Маълумотхон таъриҳӣ

Абӯабдуллоҳ Муҳаммад ибни Мӯсо ал-Хоразмӣ (783–850) яке аз олимони машҳури мост. У бо китоби худ „Ал-қитоб ал-муҳтасар фи ҳисоб ал-ҷабр вал-муқобала“ (муҳтасар: „Ал-ҷабр вал-муқобала“) ба фанни алгебра асос гузоштааст.

Нусхай арабии ин асар, ки соли 1342 нусхабардорӣ шудааст дар китобхонаи Бодлейани Оксфорд нигоҳ дошта мешавад.

Ал-Хоразмӣ мақсади худро аз навиштани китоб чунин баён мекунад: „...Ман „Китоби муҳтасар дар бораи ҳисоби „Ал-ҷабр вал-муқобала“-ро таълиф намудам, ки масъалаҳои содда ва мураккаби арифметикаро дар бар гирифта, ҳангоми тақсими мерос, гузоштани васиятнома, тақсимоти молу мулк, дар корҳои адлия, савдо ва ҳар гуна шартномаҳо, ҳамчунин чен кардани замин, гузаронидани ҷӯйбор, муҳандисӣ ва дигар корҳои ба он монанд барои одамон зарур аст“. Дар Алгебра „бо се намуди адад (микдор) коргузорӣ ҷараён мегирад“ – мегуяд Ал-Хоразмӣ. Онҳо: решা (адади номаълум  $x$  дар муодила), квадрат ( $x^2$ ) ва ададҳои содда (аъзоҳои озоди муодила).

Ал-Хоразмӣ муносибати ин се миқдорро омӯхтааст. Ў муодилаҳоро ба синфҳои зерин тақсим кардааст:

- 1)  $ax^2 = bx$  — квадратҳо ба решашо баробар аст;
- 2)  $ax^2 = c$  — квадратҳо ба ададҳо баробар аст;
- 3)  $bx = c$  — решашо ба ададҳо баробар аст;
- 4)  $ax^2 + bx = c$  — ба квадратҳо ва решашо ададӣ баробар аст;
- 5)  $ax^2 + c = bx$  — ба квадратҳо ва адади решашо баробар аст;
- 6)  $bx + c = ax^2$  — ба решашо ва адади квадратҳо баробар аст;

Ал-Хоразмӣ дар асари худ „Ал-ҷабр вал-муқобала“ усулҳои ҳалли геометрии муодилаҳои 4-, 5-, 6-ро медиҳад.

Олим бо ёрии амалҳои ал-ҷабр вал муқобала (чойивазқунӣ) исбот мекунад, ки ҳар гуна муодилаи квадратӣ ба яке аз 6 намуди муодилаҳои дар боло инъикосёфта меорад.



### Масъалаҳои амалӣ-татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо

- 433.** 1) Ба ҷоҳ санг партофта шуд. Садои санги ба қаъри ҷоҳ расида ба мушоҳидачӣ баъд аз 4 сонияи партофтани шунида шуд. Суръати садоро дар як сония ба 330 метр, роҳи тайкардаи чисми озодафтанд дар сония  $s = \frac{gt^2}{2}$ ,  $g \approx 10\text{m}/\text{s}^2$  гуфта, чуқури ҷоҳро ёбед.
- 2) Тири паррондашудаи суръати дар 1сония 300 метр баъд аз ҷанд сония дар баландии 250 метр мешавад? (Муқовимати ҳаворо ба ҳисоб нагиред).

△ 1) Санг дар  $t$  сония ба қаъри ҷоҳ афтода масофаи  $s = \frac{gt^2}{2}$  -ро тай кард. Садо аз қаъри ҷоҳ дар  $(4-t)$  сония баромада масофаи  $330(4-t)\text{м}$  -ро тай кардааст.  $\frac{gt^2}{2} = 330(4-t)$ . Аз ин муодила  $t \approx 3,78\text{с}$ ;  $4-t \approx 0,22\text{ с}$ ;  $s \approx 330 \cdot 0,22 = 72,6(\text{м})$ . **Ҷавоб:**  $\approx 72,6\text{м}$ .

2) Баъд аз  $t$  сония чисм аз замин дар баландии 300  $t$  м мешавад.  $300t - \frac{10t^2}{2} = 2500$  ёки  $t^2 - 60t + 500 = 0$ , аз ин ҷо  $t=10$  ёки  $t=50$ .

**Ҷавоб:** 10 с ва 50 с. ▲

- 434.** Дар ду зарфи ғунҷоиши ҳар якаш 30 литр якҷоя 30 литр спирт ҳаст. Ба зарфи 1-ум то пур шудан об рехта, аз ин омехта то зарфи 2-юм лабриз шудан рехтанд. Баъд аз зарфи 2-юм ба 1-ум 12 литр омехта рехтанд. Дар охир спирти дар зарфи 2-юм буда нисбат ба зарфи 1-ум 2 литр кам шуд. Аввал дар як зарф ҷо қадарӣ спирт буд?

△ Аввал дар зарфи 1-ум  $x$  литр, дар зарфи 2-юм  $(30-x)$  литр спирт ҳаст, гӯем. Баъд аз об рехтан дар зарфи 1-ум, дар 1литр омехта  $\frac{x}{30}$  литр спирт мешавад. Аз ин ба зарфи 2-юм  $x$  литр рехта шавад (чунки дар зарфи 2-юм  $x$  -литр "ҷои ҳоли ҳаст"), дар таркиби омехтаи

зарфи 2-юм  $\frac{x}{30} \cdot x = \frac{x^2}{30}$  литр спирт, ва бо спирти дар зарфи 2-юм будаи  $(30-x)$  якчоя  $\left(30 - x + \frac{x^2}{30}\right)$  литр спирт мешавад. Дар таркиби омехтаи зарфи 2-юм  $\left(30 - x + \frac{x^2}{30}\right) : 30 = 1 - \frac{x}{30} + \left(\frac{x}{30}\right)^2$  л спирт мешавад. Аз зарфи 2-юм ба 1-ум 12 л резем, дар ин омехта  $12 \cdot \left(1 - \frac{x}{30} + \left(\frac{x}{30}\right)^2\right)$  л спирт ва бо спирти зарфи 1-ум якчоя  $\left(x - \frac{x^2}{30}\right)$  литр мешавад.  $\left(x - \frac{x^2}{30}\right) + 12 \cdot \left(1 - \frac{x}{30} + \left(\frac{x}{30}\right)^2\right)$  литр мешавад.

Баъд аз зарфи 2-юм ба 1-ум 12 л омехта рехтан дар зарфи 2-юм 18л омехта монд ва дар таркиби ин омехта  $18 \cdot \left(1 - \frac{x}{30} + \left(\frac{x}{30}\right)^2\right)$  л спирт ҳаст. Мувофиқи шарти масъала, ин микдор аз спирти зарфи 1-ум 2 л кам аст. Пас, муодилаи зерин ҳосил мешавад:

$$18 \cdot \left(1 - \frac{x}{30} + \left(\frac{x}{30}\right)^2\right) + 2 = \left(x - \frac{x^2}{30}\right) + 12 \cdot \left(1 - \frac{x}{30} + \left(\frac{x}{30}\right)^2\right), \text{ аз ин чо}$$

$$6 \cdot \left(1 - \frac{x}{30} + \left(\frac{x}{30}\right)^2\right) + 2 = x - \frac{x^2}{30}, \text{ ниҳоят } x^2 - 30x + 200 = 0.$$

**Ҷавоб:** 20 л ва 10 л. ▲

- 435.** Чунин адади чоррақамаро ёбед, ки ракамҳои ҳазорӣ ва даҳӣ баробар, раками садӣ аз рақами воҳид якто зиёд буда, ин адад квадрати ягон гуна адад бошад. (Нишондод и муодилаи  $x^2 = 1010a + 101b + 100$ -ро ҳосил кунед, дар ин чо  $x^2$ -адади номаълум,  $a$ -ҳазорӣ,  $b$ -рақами воҳид аст).
- 436.** Зарф бо кислота пур карда шудааст. Аз зарф 2л кислота гирифта, 2л об рехтанд. Аз омехта боз 2л гирифтанд ва 2л об рехтанд. Аз омехтаи нав боз 2л гирифтанд ва 2л об рехтанд. Дар натиҷа ҳачми оби дар зарф буда аз ҳачми кислотаи дар зарф буда 3л зиёд шуда монд. Ҳозир дар зарф чанд л кислота ва чанд л об ҳаст?

**△** Фарз мекунем ҳацми зарф  $v$  л аст. Агар аз зарф 2л кислотаро гирифта 2л об резем, кислота  $\frac{v-2}{v}$  зарфро ишғол мекунад. Аз омехта 2л гирен, дар зарф  $(v-2) \cdot \frac{v-2}{v}$  літр кислота мемонад, ба он 2 літр об резем кислота  $\frac{(v-2)^2}{v^2}$  қисми зарфро ишғол мекунад. Дафъяи 3-юм (2л омехта гирифта, 2л об резем) кислота  $\left(\frac{v-2}{v}\right)^3$  қисми зарфро ишғол мекунад. Ҳамин тавр, миқдори кислотай зарф  $v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3$  ва миқдори оби зарф  $v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 + 3$  мешавад.

Дар ин ҳол мудилаи зерин ҳосил мешавад

$$v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 + v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 + 3 = v, \text{ аз ин чо}$$

$$v^3 - 9v^2 + 24v - 16 = 0, (v-1)(v-4)^2 = 0.$$

мувофиқи шарт  $v > 2$ , пас  $v = 4$ .

$$\text{Пас, } v \cdot \left(\frac{v-2}{v}\right)^3 = 4 \cdot \left(\frac{4-2}{4}\right)^3 = \frac{1}{2} \text{ л.}$$

**Ҷавоб:** 0,5 л кислота ва 3,5 л об. **▲**

- 437.** Аз қишлоқи  $A$  ба қишлоқи  $B$  мошини боркашон ба роҳ баромад. Баъд аз 1 соат аз  $A$  ба  $B$  мошини сабукрав ба роҳ баромада ба  $B$  бо мошини боркаш дар як вақт расида омад. Агар ин мошинаҳо аз қишлоқҳои  $A$  ва  $B$  дар як вақт рӯ ба рӯи яқдигар ба роҳ мебаромаданд, пас аз 1 соату 12 дақиқа онҳо вомехўрданд. Мошини боркашон барои аз  $A$  ба  $B$  омадан чӣ қадар вақт сарф кард?

- 438.** Бори дар вагон бударо ду гурӯҳи коргарон фаровардани шуданд. Вақтҳои алоҳидаи барои фаровардани бор сарф кардан гурӯҳҳои 1-ум ва 2- юмро чамъ кунем ба 12 соат баробар мешавад. Фарқи ин вақтҳо бошад ба 45% -и вақти ҳар ду гурӯҳ дар якчоягӣ фарварда баробар аст. Ҳар як гурӯҳ алоҳида-алоҳида борро дар чанд соат мефарорад?

△ Гурӯхи якум танҳо худаш борро дар  $x$  соат, гурӯхи дуюм бошад дар  $y$  соат мефарорад, гӯем. Мувофиқи шарти масъала,  $x + y = 12$  (соат). Гурӯхи 1-ум дар 1 соат ҳамагӣ  $\frac{1}{x}$  қисми кор, гурӯхи 2-юм бошад  $\frac{1}{y}$  қисми корро ичро мекунад. Онҳо якҷоя дар 1 соат ҳамагӣ  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$  қисми корро ичро мекунанд. Якҷоя кор

карда онҳо барои ичрои кор  $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$  соат вақт сарф мекунанд.

Фарз мекунем гурӯхи 1-ум сусттар кор мекунад, яъне  $x > y$ . Дар ин ҳол мувофиқи шарт  $(x - y)$  соат 45% -и  $\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$  -ро ташкил медиҳад

$$x - y = \frac{45}{100} \cdot \frac{xy}{x+y}.$$

Ба чои  $y$ -и ин мудодила  $y=12-x$ -ро гузошта, нисбат ба  $x$  мудодилаи квадратиро ҳосил мекунем

$$x - 12 + x = \frac{9}{20} \cdot \frac{x(12-x)}{12},$$

аз ин ҷо  $3x^2 + 124x - 960 = 0$ .

Решаҳои ин мудодила  $x_1 = -48$ ,  $x_2 = \frac{20}{3}$ . Мувофиқи шарти масъала  $x > 0$ . Пас,

$$x = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ (соат),}$$

$$y = 12 - x = 12 - 6\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3} \text{ (соат).}$$

**Ҷавоб:**  $6\frac{2}{3}$  соат,  $5\frac{1}{3}$  соат. ▲

- 439.** Ду мөшини пахтанинӣ якҷоя пахтаи майдонро нисбат ба вақти танҳо мөшини пахтанини 1-ум сарф карда 8 рӯз пештар, нисбат ба вақти танҳо мөшинаи пахтанини 2-юм сарф карда 2 рӯз пештар

чида мегиранд. Ҳар як мошина пахтаи майдонро дар чанд рӯз чида гирифтанаш мумкин?

440. Ду усто барои соҳтани ҷиҳоз мувофиқи талаб ба кор шурӯъ карданд. Аввал устои якум 1 соат кор кард, баъд ҳар ду 4 соат якҷоя кор карда, 40%-и талабро ичро намуданд. Агар ҷиҳозро танҳо худи устои якум созад нисбат ба устои дуюм 5 соат зиёд вақт сарф мекунад. Ҳар як усто ҷиҳозро дар чанд соат тайёр мекунад?
441. Поезд дар миёнаҳои шаҳрҳои  $A$  ва  $B$  20 дақиқа истода монд. Машинист барои мувофиқи ҷадвал ба  $B$  расидан суръаташро 12 км/соат зиёд намуд. Масофаи байни шаҳарҳо 240 км бошад, суръати аввалии поездро ёбед.
442. Ду трактори қувваҳои ҳар хела дошта 3 рӯз якҷоя кор карда  $\frac{5}{8}$  қисми майдонро шудгор карданд. Агар бо трактори якум тамоми майдонро нисбат ба дуюмаш 4 рӯз тезтар шудгор кардан мумкин бошад, тамоми майдонро ҳар як трактор алоҳида-алоҳида дар чанд рӯз шудгор мекунад?
443. Поезд 80 км роҳро тай карданаш лозим буд. Дар миёнаҳои роҳ 30 дақиқа истода монд. Барои дер намондан суръаташро 2км/соат зиёд намуд. Поезд барои тай кардани роҳ чӣ қадар вақт сарф кард?

△ **Усули 1.** Поезд тамоми роҳро дар  $x$  соат ҳаракат карданаш лозим буд, то нисфи роҳ дар як соат бо суръати  $\frac{840}{x}$  км ҳаракат кард, баъд дар як соат бо суръати  $\left(\frac{840}{x} + 2\right)$  км ҳаракат карда, нисфи роҳро дар  $\frac{420}{\frac{840}{x}+2} = \frac{210x}{420+x}$  соат тай мекунад. Нисфи якуми роҳро дар  $\frac{x}{2}$  соат тай мекунад. Ба монанди ҳамин муодилаи  $\frac{210x}{420+x} = \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$ .

ҳал кунем ,  $x=21$  соат ҳосил мешавад.

**Усули 2.** Суръати аввалии поезд дар як соат  $x$  км, суръати баъдина дар як соат  $(x+2)$  км, 420 км-ро дар  $\frac{420}{x}$  соат, 420 км-и боқимондаро дар  $\frac{420}{x+2}$  соат тай мекунад. Ҳамин тавр муодилаи  $\frac{420}{x} - \frac{420}{x+2} = \frac{1}{2}$ . ҳал кунем  $x=40$  км/соат ҳосил мешавад.

Барои тай кардани тамоми роҳ поезд  $\frac{840}{40} = 21$  соат вақт сарф кардааст.

**Усули 3.** Поезд нисфи якуми роҳро дар  $x$  соат, нисфи дуюми роҳро дар  $\left(x - \frac{1}{2}\right)$  соат тай мекунад. Суръати поезд дар нимаи аввалай роҳ дар 1 соат  $\frac{420}{x}$  км, суръати поезд дар нимаи дуюми роҳ дар 1 соат  $\frac{420}{x - \frac{1}{2}} = \frac{840}{2x - 1}$  км. Муодилаи  $\frac{840}{2x - 1} - \frac{420}{x} = 2$  ҳал карда  $x=10,5$  соат  $2x = 21$  соатро ҳосил мекунем.

**Ҷавоб:** 21 соат. ▲

444. Ададе ба ҳосили зарби се адади бутуни пайдар пай баробар аст. Агар ин ададро ба ҳар яки ин ададҳо тақсим карда, ҳосили тақсимро ҷамъ кунем 74 ҳосил мешавад. Ин ададро ёбед.
445. Ҳосили ҷамъи тарафҳо ва диагоналҳои бисёркунчаи барҷаста ба 15 баробар аст. Шумораи тарафҳои бисёркунчаро ёбед.
446. Дарозии тарафҳои секунҷаи росткунҷа а) бо ададҳои натуралии пай дар пай б) бо ададҳои натуралии пай дар пай ифода кардан мумкин аст ё не?

- △ а) Тарафҳояш ададҳои бутуни пай дар пай  $x, x + 1, x + 2$  бошад, он гоҳ  $x$  ва  $x + 1$  катетҳо,  $(x + 2)$  бошад гипотенуза мешавад,  $x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2$  аз ин ҷо  $x = 3$  ёки  $x = -1$  ( $x = -1 < 0$  ҷавоб шуда наметавонад)  $x = 3; x + 1 = 4; x + 2 = 5$ . Тарафҳояш бо ададҳои натуралии пай дар пай 3,4,5 баробар буда, секунҷаи росткунҷа шуда метавонад.
- б) Тарафҳояш адаҳои ҷуфтӣ пай дар пай  $2x, 2x + 2, 2x + 4$  бошад, он гоҳ  $(2x)^2 + (2x + 2)^2 = (2x + 4)^2; x = 3; 2x = 6; 2x + 2 = 8; 2x + 4 = 10$ . Росткунҷаи тарафҳояш бо ададҳои пай дар пай ҷуфтӣ 6,8,10 ифода карда шуда, секунҷаи росткунҷа мебошад.
- в) Тарафҳояш бо ададҳои тоқи пай дар пай  $2x + 1; 2x + 3; 2x + 5$  ифода карда шуда бошад.  $(2x + 1)^2 + (2x + 3)^2 = (2x + 5)^2; x = \frac{5}{2}$

ёки  $x = -\frac{3}{2}$ .  $x$ -адади натуралий нест. Пас, секунцаи росткунчаи тарафхояш бо агадхой токи пай дар пай ифода шуда мавчуд нест. ▲

- 447.** Дар яке аз ду маҳлулҳо 800 г дар дигараш 600 г намак ҳаст. Аз ин ду маҳлул маҳлули 10 кг-мӣ ҳосил карданд. Миқдори фоизҳои намаки маҳлули якум аз миқдори фоизи маҳлули дуюм 10% зиёд бошад, дар маҳлули омехта аз ҳар як маҳлул чанд кг-мӣ ҳаст?

△ Маҳлули якум  $x$  кг бошад, маҳлули дуюм  $(10-x)$  кг мешавад. Миқдори фоизи намаки маҳлули якум  $\frac{0,8 \cdot 100}{x} = \frac{80}{x}$ , аз они маҳлули дуюм  $\frac{0,6 \cdot 100}{10-x} = \frac{60}{10-x}$  фоиз мешавад. Мувофиқи шарти масъала

$$\frac{80}{x} - \frac{60}{10-x} = 10.$$

Муодиларо ҳал карда  $x = 20$  ёки  $x = 4$  –ро ҳосил мекунем.  $x = 20$  шарти масъаларо қонеъ намегардонад, чунки  $x < 10$  аст.  $x = 10 - 4 = 6$ .

**Ҷавоб:** массаи маҳлули якум 4 кг; массаи маҳлули дуюм 6 кг.

*Санҷииши ҷавоб:* 800 г намак  $\frac{0,8 \cdot 100\%}{4} = 20\%$ -и маҳлули 4 кг-ро, 600 г

намак  $\frac{0,6 \cdot 100\%}{6} = 10\%$ -и маҳлули 6 кг-ро таш  $20\% - 10\% = 10\%$ . ▲

- 448.** Массаи порчай металли якум 880 г, массаи порчай металли дуюм ба 858 г баробар аст. Ҳаҷми порчай 1-ум аз ҳаҷми порчай 2-ум  $1 \text{ см}^2$  камтар аст. Зичии порчай металли 1-ум аз 2-ум  $1 \text{ см}^3$  зиёд бошад, зичии ҳар як порчай металлиро ёбед.

△ Зичии ҳар як порчай металлии дуюм  $d = 1 \text{ см}^3$ , зичии порчай металлии якум  $(d + 1) = 1 \text{ см}^3$ . Ҳаҷми порчай металлии якум

$\frac{880}{d+1} \text{ см}^3$ , ҳаҷми порчай металлии дуюм  $\frac{858}{d} \text{ см}^3$ . Мувофиқи шарти масъала

$$\frac{880}{d+1} + 10 = \frac{858}{d} \quad \text{ёки } 5d^2 + 16d - 429 = 0,$$

Аз ин чо  $d = 7,8$  ёки  $d = -11$  ( $d = -11 < 0$  җавоби масъала шуда наметавонад).

**Җавоб:** зичии порчаи металли дуюм  $7,8 \text{ г/см}^3$ , якумаш бошад  $7,8+1=8,8 \text{ г/см}^3$  аст.

*Санчиши җавоб:* Ҳаҷми металли порчаи якум  $\frac{880}{8,8} = 110 \text{ (см}^3)$ , порчаи

дуюмаш  $\frac{858}{7,8} = 110 \text{ (см}^3)$ ;  $110 \text{ см}^3 - 100 \text{ см}^3 = 10 \text{ см}^3$ . ▲

- 449.** Дар ду зарф обҳои аз яқдигар 1 кг фарқунанда ҳаст. Ба обҳои зарфҳо гармии 88 калория дода шуд. Оби массаи калон дошта нисбат ба оби массаи хурд дошта  $\frac{4}{5}$  градус камтар гарм шуданаш маълум бошад, массаи оби ҳар як зарфро ёбед.

$\Delta 1)$  Массаи обҳоро  $x$  кг ва  $(x+1)$  кг гўем. Оби массаи кам дошта  $\frac{88}{x}$  градус, оби массаи зиёд дошта  $\frac{88}{x+1}$  градус гарм мешавад. Фарки ҳароратҳои обҳои массаҳои гуногун доштаи ду зарф ба  $\frac{4}{5}$  градус баробар аст. Мувофиқи шарти масъала мудодилаи

$$\frac{88}{x} - \frac{88}{x+1} = \frac{4}{5} \text{ -ро ҳосил мекунем.}$$

Мудодиларо ҳал карда  $x=10$  ёки  $x=-11$  ( $x=-11 < 0$  җавоб шуда наметавонад) ҳосил мекунем.

**Җавоб:** 10 кг ва 11 кг.

*Санчиши җавоб:* 10 кг об бо гармии 88 калория  $\frac{88}{10} = 8,8$  градус

гарм шудааст, 11 кг об бошад бо гармии 88 калория  $\frac{88}{11} = 8$  градус

гарм шудааст  $8,8 - 8 = 0,8 = \frac{4}{5}$  (градус). ▲

- 450.** Масофаи байни шаҳрҳои  $A$  ва  $B$  бо роҳи оҳан 66 см, бо роҳи обӣ 80,5 км аст. Поезд пас аз 4 соат ба роҳ баромаданикиштӣ ба роҳ баромад 15 дақиқа пештар ба шаҳри  $B$  расида омад. Агар суръати

поезд нисбат ба суръати кишті 30 км/соат зиёд бошад, суръати ҳар яки онхоро ёбед.

△ Суръати поездро дар як соат бо  $x$  км, суръати киштиро дар як соат бо  $(x-30)$  км ишора мекунем. Поезд  $\frac{66}{x}$  соат, кишті бошад  $\frac{80,5}{x-30}$  соат роҳ гаштааст.  $4$  соат +  $15$  дақиқа =  $4\frac{1}{4}$  соат =  $\frac{17}{4}$  соат.

Мувофики шарти масъала мудодила тартиб медиҳем

$$\frac{80,5}{x-30} - \frac{66}{x} = \frac{17}{4}.$$

Ин мудодиларо ҳал қунем, ҷавобҳои зерин ҳосил мешавад. Суръати поезд 44 км/соат, суръати кишті 14 км/соат.

*Санҷиши ҷавоб:* Кишті масофаи 80,5 км дар  $\frac{80,5}{14} = 5\frac{3}{4}$  соат, поезд

масофаи 66 км-ро дар  $\frac{66}{44} = 1\frac{1}{2}$  соат тай мекунад.  $5\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{4}$  соат. ▲

**451.**  $\frac{2}{3}$  қисми майдони киштро бо ду трактори қувваҳои гуногун дошта якчоя дар 4 рӯз шудгор мекунанд. Бо трактори 1-ум нисбат ба трактори 2-юм танҳо худаш заминро 5 рӯз тезтар шудгор мекунанд. Майдони киштро ҳар як трактор алоҳида-алоҳида дар чанд рӯз шудгор мекунад?

△ *Усули 1.* Корро 1 воҳид гуфта қабул мекунем. Тамоми заминро бо трактори дуюм фарз мекунем дар  $x$  рӯз шудгор мекунад. Он гоҳ бо трактори якум дар  $(x-5)$  рӯз шудгор карда ба охир мерасонад.

Бо трактори 1-ум дар 1 рӯз  $\frac{1}{x-5}$  қисм, бо трактори 2-юм  $\frac{1}{x}$  қисм,

бо ҳардуяш якчоя  $\frac{2}{3} : 4 = \frac{1}{6}$  қисми заминро шудгор мекунанд.

Бо ду трактор дар 1 рӯз якчоя  $\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x}$  ёки  $\frac{1}{6}$  қисми заминро шудгор мекунанд. Пас,

$$\frac{1}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{6}.$$

Решаҳои ин муодила  $x=15$  ёки  $x=2$  аст. Мувофиқи мазмуни масъала  $x>5$  бояд бошад. Барои ҳамин ҳам  $x_2=2$  ҷавоби масъала шуда наметавонад.

**Усули 2.** Бо ду трактор якҷоя тамоми майдонро дар  $4 : \frac{2}{3} = 6$  рӯз шудгор кардан мумкин аст. Танҳо трактори дуюм тамоми майдонро дар  $x$  рӯз шудгор кунад, дар як рӯз  $\frac{1}{x}$  қисми майдонро, дар 6 рӯз  $\frac{6}{x}$  қисми майдонро шудгор мекунад. Трактори якум танҳо худаш дар  $(x-5)$  рӯз тамоми майдонро шудгор кунад, дар як рӯз  $\frac{1}{x-5}$  қисм, дар 6 рӯз  $\frac{6}{x-5}$  қисмро шудгор мекунад. Ҳар ду трактор якҷоя дар 6 рӯз тамоми майдонро шудгор мекунад, яъне

$$\frac{6}{x} + \frac{6}{x-5} = 1.$$

**Ҷавоб:** Майдони кишт танҳо бо трактори якум дар 10 рӯз, танҳо бо трактори 2-юм дар 15 рӯз шудгор карда мешавад.

**Санҷиии ҷавоб:** 1) Майдони киштро бо трактори якум нисбат ба трактори дуюм  $15 \text{ рӯз} - 10 \text{ рӯз} = 5 \text{ рӯз}$  тезтар шудгор карда мешавад.  
 2) Трактори якум дар 1 рӯз  $\frac{1}{10}$  қисм, дар 4 рӯз  $\frac{4}{10}$  қисми, дуюмаш дар 1 рӯз  $\frac{1}{15}$  қисм, дар 4 рӯз  $\frac{4}{15}$  қисмро шудгор мекунад. Ду трактор якҷоя дар 4 рӯз  $\frac{4}{10} + \frac{4}{15} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$  қисми майдонро майдонро шудгор мекунад.▲

- 452.** Барои ичрои кори дар нақша буда гурӯҳи 1-ум 3,5 рӯз кор кард ва қисми боқимондаи корро гурӯҳи 2-юм дар 6 рӯз ба охир расонд. Кори дар нақша бударо танҳо гурӯҳи 2-юм нисбат ба гурӯҳи 1-ум 5 рӯз дертар ичро мекунад. Ҳар як гурӯҳ алоҳида-алоҳида кори дар нақша бударо дар чанд рӯз ба ичро мерасонанд?

- 453.** Кишти барои тай кардани масофаи 69 км ба равиши чараён ва 34 км ба бозгашт 5 соат вакт сарф намуд. Агар суръати чараён 3 км/соат бошад, суръати киштиро дар оби ором ёбед.
- 454.** Аз қишлоқи *A* ба равиши чараён сол партофта шуд. Баъд аз 4 соати солро партофтан аз ҳамин қишлоқ ба равиши чараён қаиқи матордор ба ҳаракат даромада, 15 км шино карда, ба сол расида гирифт. Қаиқи матордор аз сол дар 1 соат 12 км зиёд шино кунад, суръати сол (чараёни дарё)-ро ёбед.
- 455.** Хочагии фермерӣ ба 200 га замин дар муддати муайян картошка кишт карданаш лозим буд. Аммо хочагии фермерӣ ҳар рӯз аз нақша 5 га зиёд картошка кишт карда, корро 2 рӯз пешз мӯҳлат ба охир расонд. Кишти картошка чанд рӯз давом кардааст?
- 456.** Ҳосили зарби адади дурақамаи рақами даҳиаш аз рақами воҳидаш 4 то кам, бо адади дар натиҷаи ҷои рақамҳои худи ҳамин ададро иваз кардан ҳосилшуда 2 воҳид хурд, ба 2627 баробар аст. Адади дурақамаро ёбед.
- 457.** Даҳии адади дурақама аз воҳиди он 4 маротиба зиёд аст. Аз ин адад 2-ро тарҳ карда, ба адади рақамҳояш бо тартиби чаппа навишташудаи адади номаълум 2-ро ҷамъ карда ва натиҷаҳоро зарб занем 2400 ҳосил мешавад. Адади дурақамаро ёбед.
- 458.** Се гурӯҳи коргарон якҷоя дар муддати муайян биноро таъмир намуданд. Агар биноро танҳо гурӯҳи якум таъмир кунад, аз муддат 10 рӯз зиёд, танҳо гурӯҳи дуюм таъмир кунад, аз муддат 20 рӯз зиёд, факат гурӯҳи сеюм кунад, аз муддат 6 маротиба зиёд вакт сарф мешавад. Ҳар як гурӯҳ дар алоҳидагӣ, биноро дар чанд рӯз таъмир мекунанд?
- 459.** Ба ҳавз қубур гузаронида шудааст. Ҳавзи холиро қубури дуюм нисбат ба қубури якум се соат дертар бо об пур мекунад. Агар аз ду қубур ба ҳавз об доҳил шуда, аз қубури сеюмаш об баромада истад, ҳавз дар 36 соат бо об пур мешавад. Қубурҳои якум ва дуюм алоҳида-алоҳида ҳавзро дар чанд соат пур мекунад. Қубури сеюм ҳавзи бо об пурро дар чанд соат аз об холи мекунад.
- 460.** Нархи чиҳоз 12000 сӯм буд. Нархи ин чиҳоз баъди ду маротиба пай дар пай бо як хел фоиз арzon карда шудан 9720 сӯм шуд. Ҳар дафъа нархи чиҳоз чанд фоиз арzon шудааст?

- 461.** Дар давоми 2 сол шумораи аҳолии шаҳр аз 2 миллион ба 2 миллиону 205 ҳазор расид. Фоизи миёнаи афзоиши аҳолии шаҳрро ёбед
- 462.** Ду пиёдагард аз дехаҳои  $A$  ва  $B$  ба муқобили якдигар ба роҳ баромаданд. Баъд аз воҳӯрӣ маълум шуд ки якаш аз дигараш 2 км зиёд роҳ тай кардааст. Пас аз воҳӯрӣ пиёдагарди якум 40 дақиқа роҳ гашта ба дехаи  $B$  ва пиёдагарди дуюм 1,5 соат роҳ гашта ба дехаи  $A$  расида омад. Масофаи дехаҳои  $A$  ва  $B$ -ро ёбед.
- 463.** Ҳар як иштирокчи мусобиқаи шоҳмот бо дигар иштирокчиён як маротибаги шоҳмот бози кард. Ҳамагӣ 120-то бози гузаронда шуда бошад, дар мусобиқа чанд нафар шоҳмотбоз иштирок кардааст?
- 464.** Ҳатмкунандагони синфи 11-ум ба якдигар расмҳояшонро иваз карданд. Агар 1190 дона расм иваз карда шуда бошад, дар синф чанд нафар хонанда таҳсил гирифтааст.
- 465.** Аз ду шаҳре, ки масофаи байнашон 900 км аст, ду поезд муқобили якдигар ба роҳ баромаданд. Поездҳо дар нисфи роҳ воҳӯрданд. Агар поезди якум аз поезди дуюм 1,5 соат дертар ба роҳ баромада ва суръаташ аз поезди дуюм 10 км /соат зиёд бошад, суръати ҳар як поездро ёбед.
- 466.** Поезд масофаи 220 км роҳро дар вақти муайян тай карданаш лозим буд. Баъди аз ду соати ҳаракат қардан 10 дақиқа истода монд, пас суръаташро 5 км/соат зиёд намуд ва ба манзил дар вақташ омада расид. Суръати аввалай поездро ёбед.

**§ 28. ТАҲЛИЛИ МАЪЛУМОТҲО.  
ТАСВИРИ МАЪЛУМОХО**

Ба меёрҳои қабул карда шуда (ба стандартҳо) мувофиқ омадан ва наомадани аломатҳои сифатӣ ва микдорӣ нишонаҳои (тартиб, масса, ченакҳо, ранг, маза,...) маҳсулотҳои фирмай гуногун ва компанияҳои кор карда баромадаро чӣ хел карда медонем? чӣ хел назорат мекунем?, аз санчиш мегузаронем?

Шумораи маҳсулоти тайёркардашуда (масалан шир, дон, маҳсулоти гуштӣ, нӯшакиҳои гуногун, либосҳо, доруҳои муолиҷавӣ, асбобҳои электрикӣ ва ҳоказо) беҳад зиёд бошад, ҳар яки онҳоро яктоғӣ аз саҷиҷӣ, назорат гузаронидан аз ҷиҳати иқтисодӣ мақбул нест. Дар ин ҳолат аз маҷмуи маҳсулотҳо якчанд маҳсулот бо таври *тасодуфӣ* интихоб карда шуда, ҳар яки онҳо аз санчиш гузаронида мешавад.



**Маҷмӯи тамоми объектҳои зарурии омӯхташавандаро сармаҷмӯъҳо меноманд.** Объектҳои аз сармаҷмӯъ интихоб карда шуда, маҷмӯи интихобӣ (қӯтоҳ интихоб) номида мешавад. Объект гуфта чиро омӯхтан лозим бошад, ҳамон фахмида мешавад.

**Масъалаи 1.** Фарз мекунем фирма дар лампочкаҳо кор карда мебарояд. Ҷанд фоизи онҳо нуқсондор мебошад? Инро чӣ хел санцидан мумкин аст?

△ Имконияти санчиши дар гирифтан ва гар нагирифтани ҳар як лампочкаи садҳо ҳазор кор карда баромадаи фирма мавҷуд нест. Аз ҳамин сабаб дар ин ҳолат бо таври тасодуфӣ якчанд лампочкаҳоро интихоб карда мегиранд. Ҳар як лампочкаи интихоб шуда аз санчиш гузаронида мешавад.

Дар натиҷаи санчиш фирма оид ба маҳсулоти кор карда баромадааш ба хулосаи муайян меояд.

Масалан, 1000 дона лампочка аз санчиш гузаронида шуд, аз онҳо 10-тояш нуқсондор баромад, дар ин ҳол ба хулосаи  $\frac{10}{1000} = 0,01$  қисми (яъне 1%) ҳамаи лампочкаҳо нуҳсондор аст, меоянд. ▲

Дар ин масъала ҳамаи лампочкаои кор карда баромадаи фирма сармаҷмӯъ аст. 1000 лампочкаи барои санчиш тасадуфган интихоб карда шуда, маҷмӯи интихобиро ташкил медиҳад.

**Масъалаи 2.** Массаи миёнаи кӯсакҳои кушода шудаи пахтазорро муайян кунед.

Δ Ҳама кӯсакҳои кушодашударо ҷамъ карда массаи ҳар яки онҳоро муайян қардан маънӣ надорад. Барои донистани массаи миёнаи кӯсак, якчанд кӯсакҳоро аз ҷойҳои гуногуни пахтазор бо таври тасодуфӣ аз ғӯзапояҳои интихоб кардашуда канда мегиранд. Массаи кӯсакҳои интихобкардашуда чен када мешавад ва миёнаи арифметикаи онҳо ҳиоб карда мешавад. Қимати миёнаи арифметикӣ ба сифати массаи кӯсаки дар пахтазор кушодашуда ҷабул карда мешавад. ▲

Дар ин масъала, тамоми кӯсакҳои пахтазор сармаҷмӯъ, маҷмӯи интихобӣ бошад, кӯсакҳои аз ҷойҳои гуногуни пахтазор барои муайян қардани массаи онҳо канда гирифта шуда мебошад.



Натиҷаҳои санчишӣ (ченқунӣ, мушоҳид) бо таври тасодуфӣ интихоби  $n$  дона объекто  $x_1, x_2, \dots, x_n$  гӯем. Адади  $n$  ҳаҷми интихобӣ номида мешавад. Одатан аъзоҳои интихобӣ вариантҳо, ном дорад. Вариантҳоро бо тартиби афзуншавӣ менависем:

$$x_1^* \leq x_2^* \leq x_3^* \leq \dots \leq x_n^*. \quad (1)$$

Муносибати (1)-ро қатори вариатсионӣ меноманд.

**Масъалаи 3.** Ҳангоми ченқунии дарозии пилла қиматҳои зерин бо (см) ҳосил шуд:

3,40; 3,34; 3,24; 3,40; 3,62; 3,45; 3,43; 3,35; 3,50; 3,56.

Қатори вариатсионии ба ин қиматҳо мувофиқро тартиб дихед.

Δ Қимати аз ҳама хурттарин ба 3,24 қимати аз ҳама калонтарин ба 3,62 баробар аст. Ададҳоро бо тартиби афзуншавӣ ҷойгир карда, қатори вариатсионии зеринро ҳосил мекунем.

3,24; 3,34; 3,35; 3,40; 3,40; 3,43; 3,45; 3,50; 3,56; 3,62. ▲

**Масъалаи 4.** Бо тарзи тасодуфӣ 10 бех ғӯза интихоб карда шуд. Ғунчаҳои ҳар яки онҳоро шуморида натиҷаи зеринро ҳосил қарданд. 15, 11, 10, 15, 17, 15, 16, 16, 17, 18. Қатори вариатсионии ба қиматҳо мувофиқро созед.

△ Аз агадхой додашуда хурдтаринаш ба 10 ва калонтаринаш ба 18 баробар аст. Агадхоро бо тартиби афзуншавй навишта чатори вариатсионии зериро ҳосил меқунем:

10; 11; 15; 15; 15; 16; 16; 17; 17; 18. ▲

Дар интихоби  $x_1, x_2, \dots, x_k$  вариантаи  $x_1 n_1$  маротиба ..., вариантаи  $x_k n_k$  маротиба такрор (аз назар гузаронида) шуда бошад. Адаҳои  $n_1, n_2, \dots, n_k$  басомадҳо номида мешавад. Равшан аст, ки,  $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$

. Нисбатҳои  $W_1 = \frac{n_1}{n}, W_2 = \frac{n_2}{n}, \dots, W_k = \frac{n_k}{n}$  басомадҳои нисбӣ номида мешавад.

Равшан аст ки,  $W_1 + W_2 + \dots + W_k = 1$ . Чадвалҳои зериро месозем (1 ва 2-чадвалҳо):

*чадвали 1*

Натиҷаи басомад	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
Басомад	$n_1$	$n_2$	...	$n_k$

*чадвали 2*

Натиҷаи басомад	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
Басомади нисбӣ	$W_1$	$W_2$	...	$W_k$

Чадвалҳои 1 ва 2-ро мувофиқан тақсимоти оид ба басомад ва басомади нисбии интихоби  $x_1, x_2, \dots, x_k$  меноманд.

Барои масъалаи 4 чадвали басмад ва чадвали басомади нисбӣ (мувофиқан, чадвалҳои, 3 ва 4) дар зер дода шудааст.

*чадвали 3*

Натиҷаи басомад	10	11	15	16	17	18
Басомад	1	1	3	2	2	1

Натичаи басомад	10	11	15	16	17	18
Басомади нисбىй	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$

**Масъалаи 5.** Дар мохи "Бехатарии ҳаракат" ходими НАД суръати 30-то автомобилро чен кард. Маълумотҳо дар чадвали басомадҳо оварда шудааст.

Натичаҳои ченкунӣ (км/соат)	60	62	65	66	68	71	73	75
Басомадҳо	2	2	5	7	6	4	3	1

Ин маълумотҳоро дар ҷадвал тасвир қунед.

△ Дар ҳамвории координатӣ нуқтаҳои координатаҳояш  $(60; 2), (62; 2), (65; 5), \dots, (75; 1)$ -ро тасвир карда, онҳоро бо порчаҳо пайдарпай пайваст мекунем (расми-39).

Хати шикастай ҳосилшударо *полигони басомадҳо* меноманд. ▲



Агар ҳаҷми интихобӣ қалон бошад, барои ёфтани тақсимот оид ба басомадҳо интихобӣ ба *синфҳо* чудо карда мешавад. Ченакҳои (бузургий, дарозӣ,...) синфҳо як хел шуданаш лозим ҳаст.

**Мисол.** Ҳангоми ходимони НАД дар мохи "бехатарии ҳаракат" 100 то автомобилро аз назорати техникий гузаронидан, дар байни 6

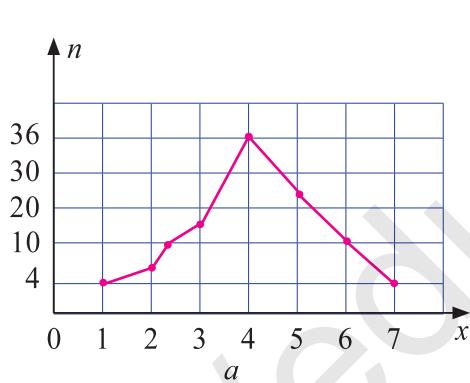
мохи гузашта чанд километр роҳи тай кардаи онҳоро ҳам муайян намуданд. Ин маълумотҳо аз рӯи тақсимоти оид ба басомадҳо дар қадвали зерин оварда шудааст. Интихобӣ ба 7 синф ҷудо карда шудааст.

Ченакҳои (дарозии) синфҳо як хел.

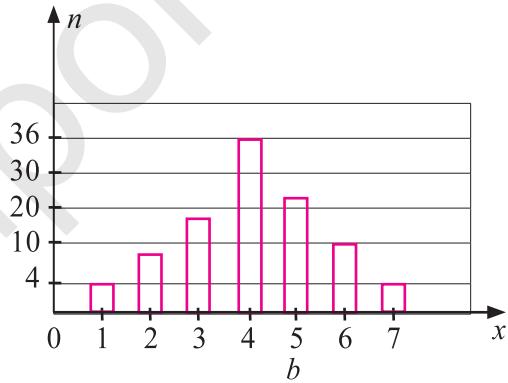
Синфҳо	8001–9000	9001–10000	10001–11000	11001–12000	12001–13000	13001–14000	14001–15000
Рақами тартибии синф	1	2	3	4	5	6	7
Басомадҳо	4	6	18	36	22	10	4

$$n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 = 100 \text{ буданаш равшан аст.}$$

Маълумотҳои ҷадвалро ба намуди полигони басомадҳо ёки диаграммаи стунӣ тасвир кардан мумкин аст. (Расми 40 *a*, *b*).



Расми 40.



### Машқҳо

**467.** Ададҳои ғунчаҳои бо тарзи тасодуфӣ 30 бех ғӯза дар ҷадвали зерин оварда шудааст:

15	17	15	10	18	11	15	17	16	16
17	10	14	15	16	15	14	13	15	13
16	17	16	14	12	14	15	14	17	13

(Маълумотҳо аз китобҳои М.Султанов "Вариатсион статистика", нашриёти "Ҷӯёнӣ", Т., 1977 гирифта шудааст.)

- 1) Җадвали басомади интихобро тартиб дихед  
 2) Полигони басомади интихобро созед.
- 468.** Роҳбари синф аз ҳар мактаб 30 нафар талабагони синф рӯзи дамгири оид ба чанд соат телевизор тамошо карданаш маълумот ҷамъ намуд, онҳо дар ҷадвал акс ёфтааст.

3	2	5	4	5	3	6	0	2	1	3	3	4	3	3
3	1	3	4	4	2	4	3	2	5	2	4	2	0	4

Дар асоси маълумотҳо; 1) ҷадвали басомадҳоро тартиб дихед; 2) полигони басомадҳоро созед.

- 469.** Басомади ҷенакҳои пойафзали 100 нафар ҷавонони ба хизмати ҳарбӣ даъватшуда дар ҷадвали зерин дода шудааст.

Ҷенак	38	39	40	41	42	43	44	45
Басомад	4	4	19	27	23	14	6	3

Аз рӯи маълумоҳои додашуда: 1) Җадвали басомадҳои нисбиро тартиб дихед; 2) полигони басомадҳоро созед; 3) полигони басомадҳои нисбиро созед;

- 470.** Ҷенакҳои пойафзали 50 нафар духтарони хонандагони синфи 8 дар ҷадвали зерин дода шудааст.

Ҷенак	34	35	36	37	38	39	40
Басомад	5	7	10	15	7	4	2

Дар асоси маълумотҳо. 1) Җадвали басомадҳои нисбиро тартиб дихед; 2) полигони басомадҳоро созед; 3) полигони басомадҳои нисбиро созед;

- 471.** Ҷенакҳои либоси (кастюм, шим) 20 нафар хонадагони синфи 8 дар ҷадвали зерин дода шудааст.

38	42	40	44	40	48	46	42	44	46
48	46	44	50	46	44	48	44	48	44

Дар асоси маълумотҳо. 1) Җадвал басомадҳо; 2) ҷадвали басомадҳои нисбиро тартиб дихед; 3) полигони басомадҳо; 4) полигони басомадҳои нисбиро созед;

- 472.** Тест аз 10-то сўпориш иборат аст. Натиҷаи санчиши тестии 30 нафар хонандагони синф (адади ҷавобиҳо дуруст) дар ҷадвали зерин дода шудааст

5	8	2	6	5	9	7	6	10	9	8	7	9	3	7
7	3	7	8	9	10	5	7	7	5	5	7	5	4	5

Мувофиқи маълумотҳо 1) ҷадвали басомадҳоро тартиб дихед; 2) полигони басомадҳоро созед.

- 473.** Дар 1 дақиқаю 30 сония чанд маротиба “нишастан-хестан” 150 нафар ҷавонони иштирокчиёни маҳфили спорти мушоҳида карда шуд. Адади “нишастан-хестан” аз 40-то то 74-ро ташкил намуд. [40;74]. Ин порча ба порчаҳои дарозии ҳар якаш ба 5 баробар буда ба қисмҳо ҷудо карда шуд. Адади мушоҳидаҳои ҳар як фосила ҳисоб карда шуд ва ҷадвали басомадҳои зерин тартиб дода шуд.

Шумораҳои “нишасту хест”	Басомад
аз 40 то 44	11
аз 45 то 49	20
аз 50 то 54	28
аз 55 то 59	36
аз 60 то 64	24
аз 65 то 69	19
аз 70 то 74	12
Ҳамагӣ	150

Мувофиқи маълумотҳо 1) полигони басомадҳо; 2) диаграммаи стунӣ созед.

## § 29. ҚИМАТИ МИЁНА. МОДА. МЕДИАНА.

Бо мағҳуми қиммати миёна шумо шинос ҳастед. Агар вариантаҳои  $x_1, x_2, \dots, x_n$  бошад қиммати миёнаи интихоб гуфта адади

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

-ро меноманд.

Агар дар интихоби вариантаи  $x_1, n_1$  маротиба, вариантаи  $x_2, n_2$  маротиба вариантаи  $x_k, n_k$  маротиба такрор шуда (мушоҳида шуда) бошад, адади

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + \dots + n_k x_k}{n_1 + \dots + n_k}$$

Қимати миёнаи интихоб шуда номида мешавад. Ададҳои  $n_1, n_2, \dots, n_k$  мувофиқан басомадҳои вариантаҳо мебошад.

**Масъалаи 1.** Хочагӣ ба 100га майдон чигит кишт карда, аз ҳар як га майдон аз як навъи пахта 33 сентнер ҳосил бардошт. Аз ҳар як га 50га майдони дигар худди аз ҳамин нав ба 30 ср ҳосил ғундоштанд. Хочагӣ ба ҳисоби миёна чӣ қадар ҳосил ғундошт?

ΔDar ин ҷо  $x_1 = 33, n_1 = 100; x_2 = 30, n_2 = 50$ .

$$\bar{x} = \frac{100 \cdot 33 + 50 \cdot 30}{100 + 50} = \frac{3300 + 1500}{150} = \frac{4800}{150} = 32 \text{ (ср).}$$

**Ҷавоб:** 32(ср).▲

**Масъалаи 2.** Варзишгар 7 маротиба ба баландии ҷаҳида ба натиҷаҳои зерин соҳиб шуд (Бо ҳисоби метр)

2,1; 1,97; 2,44; 1,85; 1,97; 1,96; 2,06.

Варзишгар бо ҳисоби миёна ба қадом баландӣ ҷаҳидааст?

ΔDar ин ҷо вариантаи 1,97 ду маротиба, вариантаҳои боқимонда 1 маротиба қайд карда шудааст.

$$\bar{x} = (2,1 + 2 \cdot 1,97 + 2,44 + 1,85 + 1,96 + 2,06) : 7 = 14,35 : 7 = 2,05 \text{ (м).}$$

**Ҷавоб:** 2,05 метр.▲

Қимати миёнаро адади ифодакунандаи маркази қатори маълумотҳо гуфтан мумкин аст.

*Мода. Масъалае, ки ба мағуми мода меорад дидар мебароем.*

**Масъалаи 3.** Ҳамшираи мактаб қади 10 нафар хонандагони синфи 8-умро ҷен карда натиҷаи зеринро ҳосил кард (бо см):

166; 168; 170; 165; 164; 168; 169; 163; 168; 162.

Қадом вариантаҳо бисёр такрор шудааст?

△ Қатори вариатсионӣ тартиб медиҳем.

162; 163; 164; 165; 166; 168; 168; 168; 169; 170.

Дар ин қатори вариатсионӣ, ки қадди хонандагонро ифода мекунад, 1,68см 3 маротиба, вариантаҳои дигар 1 ёки 2 маротиба қайд карда шудааст. Барои ин қатори вариатсиони адади 168 мода мешавад. ▲



Кимати аломати аз ҳамма бисёрчуашавандай қатори вариатсионии ки омухташудаистода, мода номида мешаванд ва бо ҳарфи  $M_0$  ифода карда мешавад.

Мода ва қимати миёна ба якдигар барбар шуданаш, ҳам мумкин, баробар нашуданаш ҳам мумкин. Дар масъалаи болии баландии миёна хонандагон  $\bar{x} = (2 \cdot 163 + 164 + 165 + 166 + 3 \cdot 168 + 169 + 170) : 10 = 1664 : 10 = 166,4$  (см) аст. Дар ин масъала мода ва қиати миёна баробар намешавад. Яъне  $168 \neq 166,4$ .

**Масъалаи 4.** Баҳоҳои аз фани “Алгебра” гирифтаи Али дар журнал 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5 аст. Мода ва қимати миёна ёфта шавад.

△  $M_0 = 4$ , чунки вариантаи 4 бисёр вомехӯрад.

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5}{2 + 3 + 2} = \frac{28}{7} = 4.$$

$$M_0 = \bar{x} = 4.$$

Модай интихобӣ мавҷуд нашуданаш ҳам мумкин. Масалан, ҳангоми муайян кардани массаи 5-дона харбузрои аз полиз кандашуда (50кг) натиҷаҳои 3, 8, 4, 4, 5, 5, 2, 4, 9 ҳосил шуд. Ин интихобӣ мода надорад. ▲

Медиана.

Agar аъзоҳои қатори вариатсионӣ тоқ бошад аъзои дар мобайни қатор чойгиршуда медиана номида мешавад ва бо  $M_e$  ишора карда мешавад

Масалан, барои қатори 20, 23, 24, 27, 29, 31, 34 медианай 27 мешавад, чунки адади 2 дар мобайни қатор чойгир шудааст. Аз он тарафҳои чап ва рост 3-тоги аъзоҳои қаторҳо чойгир шудааст

Акнун чуфт будани адади вариантаҳоро диде мебароем.



Дар қатори 12, 14, 17, 21, 23, 29, 32, 37- 8-то аъзо ҳаст ; дар ин ҳол медианаи қатори вариатсиони бо миёнаи арифметикии ду аъзои дар мобайн истода баробар мешавад.

$$M_e = \frac{21+23}{2} = \frac{44}{2} = 22.$$

*Васеъгӣ.*



Фарқи байни аъзои калонтарини  $x_n^*$  -и қатори вариатсиони ва ва аъзои хурдтарин  $x_1^*$  яъне фарқи  $x_n^* - x_1^*$  сеъгии интихоби фарқи  $x_1, x_2, \dots, x_n$  номида мешавад.

Одатан он бо ҳарфи  $r$  ишора карда мешавад.

Васеъгии интихоби яке аз ченакҳои ифодакунанда то чи андоза буданиададҳои  $x_1, x_2, \dots, x_n$  аст.

Масалан, барои қатори

$$5, 6, 8, 16, 18, 19 \quad (1)$$

дарози  $r = 19 - 5 = 14$  аст. Дар қатори

$$10, 10, 12, 13, 13, 14 \quad (2)$$

дарози  $r = 14 - 10 = 4$  мебошад. Дар айни ҳол, ҳар ду қатор ҳам 6-тогӣ аъзо дошта, қимати миёна-ашон баробар аст ( $\bar{x} = 12$ ).

Нобаробарии  $14 > 4$  аъзоҳои қатори (2) нигоҳ карда нисбатан ба қимати миёна пароканда чойгиршавиашро, дар қатори (1) тағирёбии калон мавҷуд буданашро мефаҳмонад.

### *Mашқҳо*

**474.** Ҷадвали басомади тӯпҳои ба дарвозаи рақиб дохил кардаи чамоаи футбол мактаб дар 10 бозӣ аз зерин иборат аст:

$x$ – адади тӯпҳо	0	1	2	3
$n$ – басомад	4	2	3	1

Аз рўи маълумотҳо додашуда: 1) қатор вариатсионӣ тартиб дихед; 2) Миёнаи арифметикии мода, медиана ва дарозии қаториро ёбед; 3) полигонӣ басомадҳоро созед; 4) чадвали басомади нисбиро тартиб дихед; 5) диограммаи ба чадвали басомади нисби мувофиқиро созед.

1) қимати миёна; 2) мода; 3) медиана; 4) дарозии интихобиро ёбед (**475–477**):

- 475.** 1) 12, 14, 9, 13, 15;                            3) 15, 13, 13, 14, 16, 14;  
              2) 16, 14, 13, 17;                            4) 5, 8, 13, 12, 12.

- 476.** 1) 6, 8, 10, 11, 10;                            3) 8, 10, 12, 11, 14;  
           2) 3, 6, 8, 4, 9;                            4) 6, 3, 2, 7, 5, 7.

- 477.** 1)  $-3, 4, 5, -4, 1, 2, 4, -3, -2, 3, -3, 2;$   
 2)  $-3, -3, 4, 4, 4, 6, 6, -3, -2, 4, 5, -4.$

- 478.** Ҳайати ҳакамон аз 9 нафар иборат, рақси ду раққосаро аз рүй шкалаи 10 балл баҳогузорӣ намуданд. Натиҷаи мушоҳида дар ҷадвали зерин оварда шудааст:

Рақами тартибии раккоса	Рақами тартибии ҳакамхо ва натижаҳо								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	8,8	9,6	8,9	9,2	8,7	8,9	8,9	8,8	8,7
2	9,1	8,2	9,0	8,9	9,0	9,1	9,0	9,1	9,0

1) қимати миёна; 2) мода; 3) медиана; 4) дарозии баҳоҳо ба ҳар як раққоса гузаштаро ёбед.

- 479.** Маълумотҳо оид ба стажи меҳнатии 40 нафар муаллимони мактаб дар ҷадвали зерин басомадҳои зерин оварда шудааст:

Стажи меҳнатӣ	1	2	4	5	7	9	10	12	15	18	20	22	23	25
Шумораи муалли- мон	3	1	4	3	4	2	3	1	2	6	3	3	3	2

1) қимати миёна; 2) мода; 3) медиана; 4) дарозии интихобиро ёбед; 5) полигони басомадҳоро созед.

- 480.** Камераҳои мушоҳидаро аз назар гузаронида тасодуфанд 50-то автомошина интихоб карда шуд ва суръати (км/соат) ҳар яки онҳо муайян карда шуд. Натиҷа дар ҷадвал оварда шудааст:

62	54	56	73	78	63	68	70	66	54
58	65	55	57	69	67	61	64	53	56
58	76	57	48	57	68	82	78	72	75
65	67	64	54	58	62	67	80	87	69
74	78	70	76	46	60	63	68	74	67

Муайян кунед;

- 1) васегии интихоби;
  - 2) васегии интихобиро 5 гуфта, интихобиро ба синфҳо (гӯруҳҳо) (45-49; 50-54; 55-59;...) чудо карда ва ҷадвали басомадҳоро тартиб дихед;
  - 3) қимати миёна, мода ва медианаро ҳисоб кунед
  - 4) полигонӣ басомадҳоро созед;
  - 5) ҷадвали басомадҳои нисби созед
  - 6) диаграммаи ба ҷадвали басомадҳои нисби мувофиқиро созед
  - 7) ҷанд фоизи суръати автомиబилҳо аз 70 км/соат зиёд аст.
- 481.** Натиҷаи (то санчиши 1 метр) 40нафар иштирокчиёни дар мусобиқаҳои найзаро ҳаво додан дар ҷадвали зерин оварда шудааст:

28	31	31	38	43	38	34	52	36	38
35	48	34	45	41	35	42	42	42	41
27	32	29	33	49	37	48	40	47	39
26	25	37	40	28	37	37	44	44	43

- 1) маълумотҳоро бо синфҳо (гурухҳо) (25-29; 30-34; ...) чудо кунед;
- ва ҷадвали басомадҳоро тартиб дихед;
- 2) полигонӣ басомадҳоро созед;
- 3) қимати миёна, мода ва медианаи интихобиро ёбед.

## § 30. БО УСУЛИ ИНТИХОЙ ҲАЛ КАРДАНИ МАСЪЛАҲОИ КОМБИНАТОРИКА

Бисёр масъалаҳои ҳаёти якчанд хел доштанаш мумкин аст. Аз даруни ҳалҳо гирифтани ҳалли мақбул табии аст. Ҳангоми ҳисоб кардани шумораи ҳалҳо “канор намудан”, “гум нашудани” ҳамаи вариантҳо (усулҳо, имкониятҳо) аз усули интихобӣ (шуморидан) истифода бурда мешавад. Моҳияти ин усул аз он иборат аст, ки ҷараёни ҳалли мисолҳоро осон меқунад.

**Масъалаи 1.** Аз рақамҳои 2, 3, 5 истифода бурда, ҷандто адади дурақама ҳосил кардан мумкин аст?

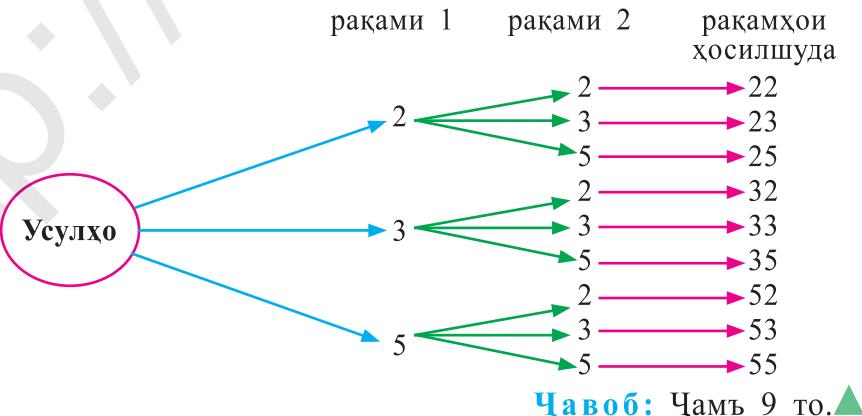
△ Барои дар канор намонидани ягон ҳал онҳоро такроран ба навиштан роҳ надодан, масалан ададҳои бо тартиби афзуншавӣ менависем. Аввал ададҳои бо рақами 2, баъд бо 3 ва 5 сар мешударо ба масъала мувоғиқ карда интихобан менависем:

22, 23, 25; 32, 33; 35, 52, 53, 55.

**Ҷавоб:** 9-то адади дурақама ҳосил кардан мумкин. ▲

Боз як усули ҳалли масъалаи 1-ро дида мебароем

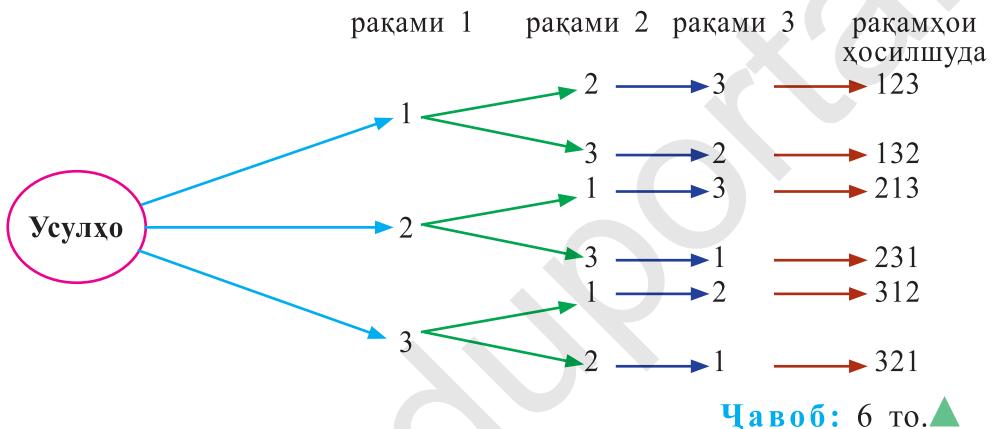
△Нақшай зеринро месозем!



Ин нақша бо дарахт монанд аст, аз ҳамин сабаб вариантҳои (усулҳо, имтихобҳо) ҳамин гуна нақшашо мумкин буда дарахти номида мешавад. Барои тартиб додани ададҳои ду рақама аз рақамҳои 2, 3, 5 аввал рақами якум интихоб карда мешавад, ин 3 усул дорад, аз ҳамин сабаб аз усули “решай” дарахт 3 шох баромадааст. Баъд рақами 2-юм интихоб карда мешавад, ин ҳам 3 усул дорад, барои ҳамин ҳам аз ҳар як 3 рақами ба рақами якум шудан даъвогар 3 тогӣ шох баромадааст. Дар натиҷа 9-то ададҳои дурақамаи гуногун ҳосил карда мешавад.

**Масъалаи 2.** Аз рақамҳои 1, 2, 3 онҳоро такрор накарда, ҳамагӣ чандто ададҳои серақамаи гуногун тартиб додан мумкин аст?

△ Дарахти варианта месозем:

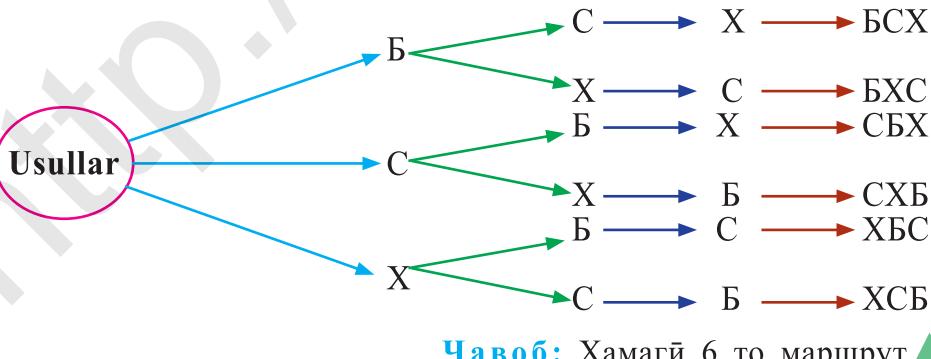


**Ҷавоб:** 6 то. ▲

**Масъалаи 3.** Фирмаи сайёҳӣ ба шаҳрҳои Бухоро, Самарқанд, Хива сайёҳат ташкил карданист. Ҳаммагӣ чандто варианта мавҷуд аст?

△ Ишоратҳо доҳил меқунем Бухоро – Б, Самарқанд – С, Хива – X.

Дарахти варианта месозем :



**Ҷавоб:** Ҳамагӣ 6 то маршрут. ▲

**Масъалаи 4.** Аз рақамҳои 1, 2 ва 3; 2) 0, 1, 2 ва 3 истифода бурда ҳамаи ададҳои дурақамаро нависед. Шумораи ададҳо  $N$  ба чанд баробар аст?

△ Яке аз воситаҳои ҳалли масъалаҳои комбинаторикӣ ҷадвал вариантҳо мебошад. Ҳангоми бо ёрии ин восита ҳисобкунӣ ба “гум” шудани комбинатсияҳои элементарӣ роҳ дода намешавад. Масъалаҳоро бо ёрии ҷадвали вариантҳо ҳал мекунем. Ҷадвали зеринро месозем;

рақами 1		рақами 2		
		1	2	3
1	11	12	13	
2	21	22	23	
3	31	32	33	

$$N = 3 \cdot 3 = 9.$$

**Ҷавоб:** 1)  $N = 9.$

рақами 1		рақами 2			
		0	1	2	3
1	10	11	12	13	
2	20	21	22	23	
3	30	31	32	33	

$$N = 3 \cdot 4 = 12.$$

**Ҷавоб:** 2)  $N = 12.$  ▲

### Машқҳо

482. Алишер, Баҳром, Салим барои тамошо кардани бозии футбол 3 чипта харид карданд. Мувофиқи чиптаҳо онҳо ҷойҳои 1; 2; ва 3-и қатори 1-умро ишғол карданашон лозим аст. Онҳо дар ин 3-то ҷой бо чанд усул нишастанашон мумкин аст? Дарахти вариантҳои ба масъала мувофиқро созед.
483. Аз рақамҳои 0, 4, 5 рақамҳо тақрор шуданаш ҳам мумкин аст, ҳамагӣ чандто ададҳои 3-рақамаи гуногун тартиб додан мумкин аст? Дарахти вариантҳои ба масъала мувофиқро созед.
484. Аз рақамҳои 4, 5, 8 рақамҳо тақрор шуданаш мумкин, чандто адади 3-рақама тартиб додан мумкин аст?
485. Дар дӯкон себ, нок, ва ангур ҳаст, Ирода ва Насиба холаҳо яке аз ин меваҳоро интихоб карданист. Ҳамагӣ чанто варианти интихоб мавҷуд? Дарахти вариантҳоро созед.
486. Аз рақамҳои 2, 4, 6, 8 ададҳои чоррақамаи гуногун тартиб дихед рақамҳо тақрор намешавад. Аз ин ададҳо чантояш 1) ба 4; 2) ба 8 тақсим мешавад?

- 487.** Аъзамхон ба модараш ва хоҳараш барои тақдим ду гулдаста харид карданист. Дар дӯкони гул гулдастаҳои атиргули сафед, атиргули сурх, чиннигул мавҷуд аст. Аъзамхон дуто гулдастаро бо чанд усул интихоб карданаш мумкин? Дарахти вариантҳоро созед.
- 488.** Аличон харгӯшро бо сабзи карам ва лаблабу парвариш меқунад. Вай аз ин сабзавотҳо дутояшро интихоб карданаш лозим аст. Аличон онро бо чанд усул бароварда метавонад?
- 489.** Дар шифри сейф 3 то ҳарф – *A*, *B*, *C* ҳаст. Бо воситтаи ин ҳарфҳо ҳамагӣ чанто шифр тартиб додан мумкин аст. Ду ҳолатро? 1) Ҳарфҳо тақрор намешаванд; 2) ҳарфҳо тақрор мешаванд аз назар гузаронед
- 490.** Дар табакча 2-то себ, 2-то нок ва 2-то шафттолу ҳаст Нодира ва Нозима аз ин меваҳо 3-тояшро бо чанд усул интихоб меқунанд?
- 491.** Шашто бачаҳо бо 3-то қайиқи дутогӣ ҷой дошта сайр кардан меҳоҳанд. Бачаҳоро ба ин қайиқҳо бо чанд усул интихоб карданаш мумкин? Дарахти вариантҳоро созед.

### § 31. ҚОИДАИ АСОСИИ КОМБИНАТОРИКА ВА ТАТБИҚИ ОН БАРОИ ҲАЛЛИ МАСЪАЛАҲО

Хонандай азиз! Шумо дар синфи 6-ум оид ба қоидаҳои чамъ ва зарби комбинаторика ба мағҳумҳои ибтидой шинос ҳастед.

**Масъалаи 1.** Аз Самарқанд ба Тошканд бо 4 хел роҳ омадан мумкин: самолёт, поезд, автобус ва мосини сабукрав (такси). Аз Тошкент ба Ҳӯҷакент бо 3 хел воситай нақлиёт поезд, автобус, такси омадан мумкин аст. Аз Самарқанд ба Ҳӯҷакент бо чанд хел усул омадан мумкин аст (расми 41).



Расми 41.

△ Аз Самарқанд ба Тошкент бо 4 роҳ омадан мумкин аст. Бо яке аз роҳҳо ба Тошкент омадем гўем, акнун аз Тошкент ба Хўчакент имконияти бо 3 роҳ рафтани ҳаст. Ҳамин тавр аз Самарқанд бо воситаи Тошкент ба Хўчакент рафтани, ҳамагӣ  $4 \cdot 3 = 12$  усул дорад. Ин усулҳоро навиштан мумкин аст. Ишоратҳои самолёт (С), поезд (П), автобус (А), такси (Т)-ро дохил мекунем. Масалан навишти СП аз Самарқанд ба Тошкент бо воситаи самолёт ва аз Тошкент ба Хўчакент бо воситаи поезд рафтаниро мефаҳмонад. Ҳамаи усулҳои (вариантҳо, роҳҳо, имкониятҳо) аз Самарқанд бо воситаи ишораҳо чунин мешавад:

СП	ПП	АП	ТП
СА	ПА	АА	ТА
СТ	ПТ	АТ	TT

Ҳамагӣ адади усулҳо  $4 \cdot 3 = 12$  то

**Ҷавоб:** 12 –то ▲



Умуман аз шахри *A* ба шахри *B* рафтани *m*-то усул ва аз *B* ба шахри *C* рафтани *n*-то усул дошта бошад, дар ин ҳол аз *A* ба *C* рафтани ҳамагӣ *m · n* усул дорад, яъне аз *A* ба *C* бо *m · n* усул омадан мумкин аст.

Ин қоида қоидай ҳосили зарб ва он қоидай асосии комбинаторика ба ҳисоб меравад.

**Масъалаи 2.** Дар супермаркети “Макро” 5-то пиёлаи гуногун, 6-то табакчаҳои гуногун ва 4 –то қошуқҳои чойии гуногун ҳаст. Наргиза хола ҷуфти ду зарфи гуногунро бо чанд усул хариданаш мумкин аст?

△ 1) Панҷ усули интихоби пиёла ва 6 усули интихоби табакча мавҷуд аст. Дар ҳар интихоби як пиёла 6-то усули интихоби табакча мавҷуд. Аз ин ҷо мувоғики қоидай зарб интихоби ҷуфти пиёла ва табакча  $5 \cdot 6 = 30$  усул дорад. Ҳамин тавр мулоҳаза ронда 2) пиёла ва қошуқро бо  $5 \cdot 4 = 20$  усул 3) табакча ва қошуқро бо  $6 \cdot 4 = 24$  усул интихоб кардан мумкин буданашро муайян мекунем. Ҷуфти ду зарфи гуногунро бо  $30 + 20 + 24 = 74$  усул интихоб кардан мумкин.

**Ҷавоб:** 74-то усул. ▲

**Масъалаи 3.** Дар чандто адади серақама фақат якто рақами 7 ҳаст ?

△ Рақами 7 дар чойҳои 1-ум, 2-ум, 3-ум (хонаи садиҳо, даҳиҳо, воҳидҳо) шуданаш мумкин.

Агар рақами 7 дар чои якум истода бошад, чойҳои 2-ум ва 3-умро бо ёрии истифодаи 9-то рақам ( $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9$ ) бо  $9 \cdot 9 = 81$  усул пур кардан мумкин аст.

Агар рақами 7 дар чои 2-ум бошад, дар ин ҳол дар чои 1-ум ба ғайр аз рақамҳои 0 ва 7 дилҳоҳ рақам истоданаш мумкин. Имконияти ишғолқунии чойи 1-ум  $10 - 2 = 8$  аст. Дар чои 3-ум ба ғайр аз рақами 7, рақами дилҳоҳ истода метавонад, пас шумораи имкониятҳо  $8 \cdot 9 = 72$ -то мешавад.

Агар рақами 7 дар чои 3-ум истода бошад, дар ин ҳолат барои чои 1-умро ишғол кардан 8 та, чои 2-умро ишғол кардан 9-то имконият ҳаст. Ҳамин тавр, дар навишти даҳӣ ададҳои серақамаи фақат якто рақами 7 дошта ҳамагӣ  $81 + 72 + 72 = 225$  мебошад.

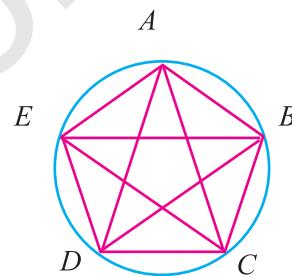
**Ҷавоб:** 225 то. ▲

**Масъалаи 4.** Панҷ нуқтаи дар давра қайд карда шуда бо ҳарфҳои A, B, C, D, E ишора карда шудааст. Ҳар як нуқта бо ҳар як нуқтаҳои дигар пайваст карда шавад, ҷандто порча ҳосил мешавад (расми 42).

**Усули 1.** Шумораи нуқтаҳо кам буданашро ба назар гирифта, шакли мувофиқро сохта, порчаҳоро бевосита шуморидан мумкин, онҳо 10-то. Аммо агар адади нуқтаҳои қайд кардашуда зиёд бошад (масалан 100-то,...) шакли мувофиқ кашидан ва порчаҳои дар он бударо бевосита шуморидан душвор аст. Дар ин ҳолат роҳи дигарро пеш гирифтан лозим аст.

**Усули 2.** Аз ҳар як 5 нуқтаи дар давра гирифташуда 4-тогӣ порча гузаронида мешавад. Шумораи порчаҳо  $5 \cdot 4 = 20$  – то, аммо ҳангоми ҳисоб кардани шумораи порчаҳо ҳар як порча ду маротиба шуморида мешавад. Аз ин ҷо, мо 20-ро ба 2 тақсим карданамон лозим, яъне  $20 : 2 = 10$ .

**Усули 3.** Нуқтаи A-ро бо 4-то нуқтаи боқимонда пайваст кунем, 4-то порча ҳосил мешавад.  $AB, AC, AD, AE$ . Аз нуқтаи B ҳам 4-то порча гузаронидан мумкин, аммо мо порчай ( $AB = BA$ )-ро шуморидем. Аз нуқтаи B аввал ба ҳисоб гирифта нашуда 3-то порча гузаронидан мумкин аст. Ҳамин тавр аз нуқтаи B 2-то ва аз D 1-то порчаҳои



Расми 42.

нав гузаронидан мумкин, 4 –то порчай аз нүктаи Е гузаронида шуда порчаҳои аввал ҳисоб карда шуда ( $EA=AE, EB=BE, EC=CE, ED=DE$ )

5-нүктаи дар давра қайд карда шударо пайваст пайвасткунанда ҳамагӣ  $4+3+2+1+0=10$ -то аст.▲

**Масълаи 5.** Аз рақамҳои 3, 4, 5, 6, 8, 9 1) рақамҳо тақрор нашавад 2) рақамҳо тақрор шавад чандто адади серақама тартиб додан мумкин аст.

△ 1) Рақамҳои додашуда 6-то. Дилҳоҳи онҳо рақам якуми адади серақама шуданаш мумкин. Аз ин ҷо имконияти интихоби рақами якуми адади серақама 6-то мешавад. Дар ин ҳол рақами 2-ум 5-то ва монанди ҳамин интихоби рақами 3-ум 4-то аст.

Пас, рақамҳо тақрор нашавад, ҳамагӣ шумораи ададҳои серақама  $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ -то мешавад.

**Ҷавоб:** 120 то. ▲

△ 2) Рақамҳо тақрор шавад, имконияти интихобӣ рақамҳои дар ҷойҳои 1-ум, 2-юм ва 3-юм истода 6-тогӣ мешавад, чунки шумораи рақамҳои додашуда 6-то. Дар ин ҳол шумораи рақамҳои серақама  $6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^3 = 216$ -то мешавад.

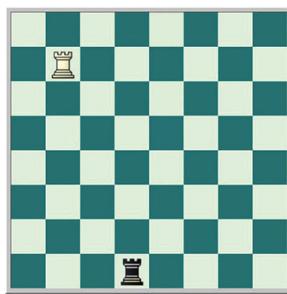
**Ҷавоб:** 216 то. ▲

### Машқҳо

- 492.** Хоҳари Наргиза ба он аз супермаркети "Корзинка-Ҷӯз" харидани се навъи меваҳоро гуфт. Дар супермаркет 6 хел себ, 4 хел нок, ва 5 хел ангур аст. Наргиза аз ҳар навъи меваҳо 1 кг-ми харид карда, ҷанто маҷмӯаҳои гуногунро тартиб дода мешавад?
- 493.** Дар ҷанто адади 4-рақам якто рақами 5 ҳаст?
- 494.** Дар давра а) 10-то; б) 100-то; в)  $n$ -то нүкта қайд карда шудааст. Ҳар як нүкта бо нүктаҳои дигар пайваст карда шавад, дар ҳар як ҳолат ҷандтогӣ порча ҳосил мешавад?
- 495.** 1) 3; 2) 4; 3) 5; 4) 6; 5) 8; 6) 15 нафар дӯстон бо якдигар даст дода воҳӯрданд. Дар ҳар як ҳолат адади даст дода воҳӯрдан ҷандто мешавад?
- 496.** 10 нафар рафиқон дар мусобиқаи шахмат иштирок карданд. Дар ин мусобиқа ҳар як иштирокчи бо дигараш як партия шахмат бозӣ карданд. дар ин мусобиқа ҳамагӣ ҷанту партия шахмат бозӣ карда мешавд?

*Гуед-ки, дар масалаҳоии 494–496-монандӣ дар чист?*

- 497.** Аз рақамҳои 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ҳамагӣ: 1) рақамҳо тақрор нашавад; 2) рақамҳо тақрор шуданаш мумкин бошад, чандто адади се рақама тартиб додан мумкин аст?
- 498.** Бо ёрии рақамҳои 1, 2, 3, 4, 5 ҳамагӣ чандто ададҳои а) ду рақама; б) се рақама; в) чор рақама навиштан мумкин аст? Ҳолатҳои рақамҳо тақрор нашудан ва тақрор шуданро алоҳида дида бароед.
- 499.** Барои медалҳои тилло, нуқра ва биринчи дар мусобиқаи чемпионатии ҷаҳон оид ба футбол 16 ҷамоа иштирок карда истодаанд. Медалҳо дар байни ҷамоаҳо бо чанд усул тақсим шуданаш мумкин аст?
- 500.** Дар як мамлакат 4 шаҳар шаҳрҳои  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ва  $D$  ҳаст. Аз шаҳри  $A$  ба  $B$  бо 6 роҳ, аз  $B$  ба  $C$  бо 4 роҳ, аз  $A$  ба  $D$  бо 2 роҳ, аз  $D$  ва  $C$  бо 3 роҳ рафтан мумкин аст. Аз  $A$  ба  $C$  бо чанд роҳ рафтан мумкин аст?
- 501.** Агар дар навишти адади натуралӣ фақат рақамҳои тоқ иштирок кунад ин ададҳоро "форам" меноманд. Чандто чунин ададҳои 1) серақама; 2) ҷоррақама мавҷуд?
- 502.** Чандто ададҳои шашрақамаи дар навишт ақаллан якто рақами ҷуфт дошта мавҷуд аст?  
*Нишиондод:* Шумораи ададҳои дар навишташ рақамҳои тоқ иштирок кардаи 6-рақама  $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6 = 15\,625$ -то. Ҳамаи ададҳои шашрақамаи 900 000-то. Ададҳои шашрақамаи шарти масъаларо қонеъкунанда  $900\,000 - 15\,625 = 884\,375$ -то.
- 503.** 4-то хати ҳархеларо ба 4-то конверти гуногун бо чанд усул ҷойгир кардан мумкин аст?
- 504.** 5 нафар хонандаро 2-тогӣ иштирок дар "Мусобиқаи дониш" бо чанд усул интихоб кардан мумкин аст?
- 505.** Дар доска 12-то асп, 8-то феъл ва 7-то сифат навишта шудааст. Барои соҳтани ҷумла аз ҳар як се нутқ якторӣ гирифта шудааст. Инро бо чанд усул баровардан мумкин аст?
- 506.** дар таҳтаи шахмат ухҳои сафед ва сиёҳро барои якдигарро "бурида нагирифтан" бо ҷанед усул ҷойги ро кардан мумкин аст (расми 43)?



Расми 44.

- 507.** Дар тахти шахмат фарзинҳои сафедва сиёҳро барои яқдигарро "бурида нагирифтан" бо чанд усул ҷойгир кардан мумкин аст?
- 508.** Дар тахтаи шаҳмат шоҳҳои сафед ва сиёҳро, қоидаҳои бозиро вайрон накарда, бо чанд усул гузоштан мумкин аст?
- Нишиондод:* З-то ҳолатро дидা бароед:
- 1) шоҳи сафед дар гӯшаи тахта истодааст;
  - 2) шоҳи сафед дар канори тахта (лекин дар гӯша нест) истодааст;
  - 3) шоҳи сафед дар канори тахта нест.
- 509.** Дар ошхонаи мактаб нони сафед, нони сиёҳ ва се хел колбаса ҳаст. Аз онҳо чанд хел бутерброд тайёр кардан мумкин аст? Ҳамаи вариантҳоро нависед.
- 510.** Байротки баъзе мамлакатҳо аз 3-то рахҳои вертикали ёки аз 3-то роҳҳои горизонталии се ранга иборат аст. Аз маътоҳои рангҳои сафед, зард ва кабуддошта чанд намуди чунин байрақҳоро дӯхтан мумкин аст.
- 511.** Ба ҷойҳои холии муодилаи  $\bigcirc + \square + \triangle = 10$  рақамҳои 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 навиштан мумкин бошад, муодила чанд хел ҳал дорад. Рақамҳо тақрор шуданаш мумкин ду олатро бинед (масалан 1) 1, 1, 8; 1, 8, 1; 8, 1, 1 хелҳои гуногун, 2) ҳолати ҳалли ягона доштан).
- 512.** Ҷомадони Нодир бо код күшода мешавад. Ин код аз 3 раҷами гуногун иборат буда, ҳар як рақам аз 3 калон намебошад. Дар код адади 13 иштирок намекунад (масалан, дар рӯйхати кодҳо 0, 13, 213... нест). Нодир кодро аз хотир фаромӯш карда бошад, барои ёфтани код бо таври максималии чанд ҳолатро дида баромаданаш лозим?
- 513.** Дар хонаҳои бисӣёрошёна қулфи дарҳои "роҳрав"ҳо бо код күшода мешавад. Код ададҳои ҷоррақамаи аз рақамҳои 0 ва 1 тартиб дода шудааст. (0000 ва 1111 код намебошад) зиёд дар чанд ҳолат мекӯшод?
- Нишиондод:* Аввал кодҳои якто рақами 1 дошта, баъд 2-то 1 дошта ва ниҳоят сето 1-доштаро санҷидан лозим аст.
- 514.** 20 кг биринчро сангҳои 1кг, 2 кг ва 5 кг-миро истифода бурда бо воситаи тарозуи палладор бо чанд усул баркашидан мумкин аст?
-  Ин корро ин тавр иҷро кардан мумкин аст.
- 1) факат бо ёрии сангҳои 1кг-ми 1 усул;

- 2) фақат бо ёрии сангҳои 2кг-ми 1 усул;  
 3) фақат бо ёрии сангҳои 5кг-ми 1 усул;  
 4) бо сангҳои 1 кг ва 2 кг-ми 9 усул:

санги 1 кг-ми	18	16	14	12	10	8	6	4	2
санги 2 кг-ми	1	2	3	4	5	6	7	8	9

- 5) бо сангҳои 1 кг ва 5 кг-ми 3-то усул:

санги 1 кг-ми	15	10	5
санги 5 кг-ми	1	2	3

- 6) бо сангҳои 2 кг ва 5кг-ми 1 то усул; 5то санги 2 кг-ми ва 2-то санги 5 кг-ми;  
 7) бо сангҳои 1 кг, 2 кг ва 5 кг -ми 13-то усул:

	Шумораи усулҳо												
Сангҳо, кг	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1 кг	1	3	5	7	9	11	13	8	6	4	2	3	1
2 кг	7	6	5	4	3	2	1	1	2	3	4	1	2
5 кг	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3

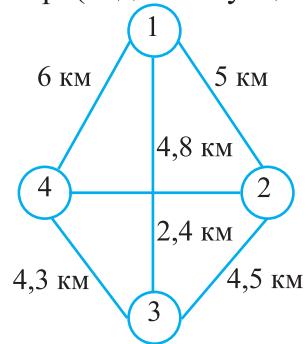
Ҳамин тавр, ҳамагӣ  $1+1+1+9+3+1+13=29$  -то усул.

**Ҷавоб:** 29-то усул.▲

- 515.** Ба фирма 4-то дӯкон тааллуқ дорад. Инкасатор (ходими пулҳои дӯконҳоро ҷамъ карда ба банк супуранда) аз дукони 1-ум саркарда ҳама дӯконҳоро даврзада боз ба дукони 1-ум бамегардад. Аз маршрутҳои мавҷудбуда аз ҳама кӯтоҳтаринашро ёбед (рами 44).

**Нишиондод:** барои ҳар як маршрут коди 5 рақама тартиб дихед. Рақамҳои 1-ум ва ва охирини код, рақами 1 бошад. Масалан дарозии маршрути 12431:

$$5+2,4+4,3+4,8=16,5 \text{ (км).}$$



Расми 44.

## Машқҳо доир ба боби IV

516. Интихоби зерин дода шудааст:

18, 19, 17, 18, 14, 13, 17, 19, 18, 18, 20, 22, 19, 15, 24,  
14, 18, 15, 13, 17, 20, 22, 21, 19, 18, 16, 13, 13, 15, 14.

1) ҷадвали басомадҳоро тартиб дихед; 2) қимати миёна; 3) модда;  
4) медиана; 5) васеъгиро ёбед; 6) полигони басомадҳоро созед.

517. 1) қатори вариатсиониро тартиб дихед; 2) қимати миёна; 3) модда;

4) медиана; 5) васеъгии интихобҳоро ёбед:

-5, -4, -3, -2, 0, 3, 6, 6, 5, 5, 5, 7, 8, 8, 6, 7.

518. Аз рӯй маълумотҳои ҷадвал 1) қимати миёна; 2) модда; 3)

медиана; 4) васеъгиро ёбед; 5) полигони басомадҳоро созед 6)

ҷадвали нисбии басомадҳоро тартиб дишед ва диограммаи ба  
он мувофиқро созед:

Натиҷаҳои мушоҳида	7	8	9	10	12	14	15
Басомад	6	7	8	9	10	6	4

519. 20 нафар хонандагони синфи 8 дар мусобиқаи давидан ба 100  
метр чунин натиҷаҳоро нишон доданд (бо сонияҳо):

14,3	16,1	14,7	16,9	24,1	22,4	19,8	14,2	17,4	14,5
20,8	19,9	15,4	18,4	20,2	18,3	20,1	18,4	18,3	16,2

1) қатори вариатсионии интихоб; 2) ҷадвали басомадҳоро тартиб  
дихед; 3) қимати миёна; 4) модда; 5) медиана; 6) васеъгиро  
ҳисоб кунед; 7) полигони басомадҳоро созед.

520. баҳоҳои аз фанни "Алгебра" дар давоми ду чоряк гирифтаи яке  
аз хонандай синфи 8 чунин аст:

4, 3, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 4, 4, 3, 2, 3, 4.

1) қимати миёна, 2) модда, 3) медианай интибириро ёбед, 4) ҷадвали  
басомадҳоро тартиб дихед, 5) полигони басомадҳоро созед.

## ХУДРО БИСАНЧЕД!

1. Дар мусобикаи футбол 18-то чамоа иштирок доранд. Агар хар як чамоа дар майдони худ ва майдони рақиб бози кунад, дар чемпионат ҳамагӣ чандто бозӣ гузаронида мешавад?
2. Дар синфи 8 аз 12 -то фан дарс мегузарад. рӯзӣ душанбе аз рӯй ҷадвал 5 соат дарс буда, аз фанҳои гуногун дарс гузашта мешавад. Рӯзӣ душанбе ҷадвалро бо чанд усул сохтан мумкин аст?
3. Дар 5-то стул 3 нафар хонанда бо чанд усул нишастваш мумкин?
4. 5-то китобҳои гуногуни оид ба математикаро ба 5 ҷои ҷевон бо чанд усул гузоштани мумкин аст?
5. 1) қимати миёна, 2) модда, 3) медиана, 4) васеъгии интихобиро ёбед, 5) ҷадвали басомадҳоро тартиб дихед, 6) полигонӣ басомадҳоро созед.

−3, −5, −3, −6, 1, 4, 7, 4, 9, 4.

6. Ҷадвали басомадҳои интихобӣ дода шудааст:

Натиҷаҳои мушоҳида	2	1	5	4	0	−2	3	−1
Басомад	3	2	1	5	1	2	4	2

- 1) қимати миёна, 2) модда, 3) медианаи интихобиро ёбед, 4) полигони басомадҳоро созед, 5) ҷадвали нисбии басомадҳоро тартиб дихед.

521. Агар: 1) рақамҳо такрор нашавад, 2) рақамҳо такрор шуданаш мумкин бошад, аз рақамҳои 0, 1, 2, 3, 4, 5 ҳамагӣ чандто адади 4 рақама тартиб додан мумкин аст?
522. Аз рақамҳои 0, 3, 4, 5, 6, 7 ҳамагӣ чандто адади 4 рақамаи тоқ тартиб додан мумкин аст?

- 523.** Одатдан қулахой секунча бо ҳарфхой калони лотинй ишора карда мешавад. Дар алифбои лотирӣ 26 то ҳарф ҳаст. Куллахой секунчаро бо чанд усул ишора кардан мумкин аст?
- 524.** Ба 8 то стул 3 нафар талабаро бо чанд усул шинондан мумкин?
- 525.** Номери телефони мижоз хафт рақама буда, бо 218 сар мешавад. Стасияи телефонии, ки ин мичоз ба он аъзо ҳаст, ба чанд мичоз хизмат расонда метавонад?
- 526.** 5 нафар шамшербозонро 2 нафарашро барои иштирок ба мусобиқа бо чанд усул интихоб кардан мумкин?

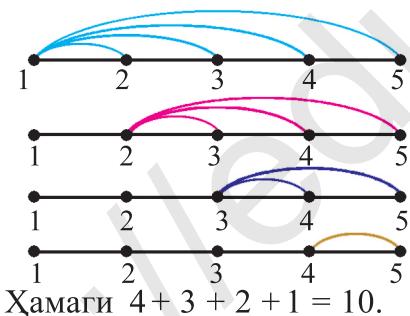
*Ҳали Алӣ:* Аз 5 нафар шамшербоз якташро интихоб кардан 5 то, 4 нафар мемонад. Яке аз онҳоро бо 4 усул интихоб кунад мешавад. Аз ин ҷо  $5 \cdot 4 = 20$ .

**Ҷавоб:**  $5 \cdot 4 = 20$  ҳел усул.

*Ҳали Нозима:* 5 нафар шамшезбозро „номеронида“ аз онҳо гуруҳо ду каса тартиб медиҳанд: 12; 13; 14; 15; 23; 24; 25; 34; 35; 45.

**Ҷавоб:** бо 10 усул интихоб кардан мумкин аст.

*Ҳали Мубина:*



- 4 то ҷуфти: 12; 13; 14; 15;  
 3 то ҷуфти: 23; 24; 25;  
 2 то ҷуфти: 34; 35;  
 1 то ҷуфти: 45.

**Ҷавоб:** 10 ҳел усул.

Ҳали қадомаш дуруст аст? Ҳали қадомаш ба шумо мақул? Аз қадом ҷиҳат маъқул?

- 527.** Яке аз ҳамсинни шумо „Ман ҳозир як ҳаваскор бача ҳастам, калон шавам шоир мешавам“, гуфта бо нияти нек шеър эҷод мекардааст. Ва яке аз шеърҳои он "Лола" ном дошта сатри 1-ум бо "Дар кӯҳ фасли навбаҳор Лола шукуфон" сар мешавад. Сатирҳои оянда аз ҷой иваз кардани калимаҳо ҳосил шҳудааст.

- 528.** Дар хати рост: 1) 4 то; 2) 6 то нуқта қайд карда шудааст. Дар ҳар як ҳолат чандто порча ҳосил мешавад?
- 529.** Дар таомномаи кафеи „Райхон“ 3 хел сомса, 4 хел таоми якум, 5 хел таоми 2-юм ҳаст. Ба 3 намуди таом буюртма бо чанд усул додан мумкин аст?
- 530.** 2 то себ, 2 то нок, 2 то шафттолу ҳаст. 3 нафар рафиқон ҳар яке 2 тоги меваӣои гуногнро байни ўам таҷсим карда гирифтанист. Иро ҳамаги бо чанд усул ичро кардан мумкин аст?



### Машқҳои санчишӣ -тестҳо оид ба боби IV

- Қимати миёнаи интихобиро ёбед:  $-3, -2, -1, 0, 1, 4, 5, 7, 8, 6$ .  
A)  $2,5$ ;      B)  $11$ ;      C)  $2\frac{7}{9}$ ;      D) вучуд надорад
- Медианаҳои интихобиро ёбед:  $-1, 0, 2, 6, 6, 5, 10$ .  
A)  $6$ ;      B)  $5$ ;      C)  $5,5$ ;      D)  $4,5$ .
- Медианаи интихобиро ёбед:  $10, 7, 6, 5, 4, 9$ .  
A)      B)  $7$ ;      C)  $6,5$ ;      D)  $6,25$ .
- Васеъгии интихобиро ёбед:  $120, 100, 140, 170, 95$ .  
A)  $120$ ;      B)  $312,5$ ;      C)  $70$ ;      D)  $75$ .
- Моддаи интихобиро ёбед:  $-1, 0, 2, 2, 4, 5, 5, 7$ .  
A)  $2$  ва  $5$ ;      B)  $2$ ;      C)  $5$ ;      D)  $3$ .
- Аз рӯй маълумотҳои дар ҷадвал додашуда қиммати миёнаи интихобро ёбед:

Ратичаи мушоҳида	5	6	11	7	13	12
Басомад	3	4	3	5	3	2

- A)  $9,5$ ;      B)  $8,5$ ;      C)  $10$ ;      D)  $7$ .

- 7.** Ададҳои шашрақамаи ба 5 тақсимшавандა чандто?  
А)  $18 \cdot 10^4$ ;      Б)  $9 \cdot 10^4$ ;      С)  $5 \cdot 6$ ;      Д)  $6 \cdot 5^4$ .
- 8.** Рақамҳои 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 тақрор шуданаш мумкин бошад чандто адади 5 -рақама тартиб додан мумкин?  
А)  $8^5$ ;      Б)  $5^8$ ;      С)  $8^2 \cdot 5^3$ ;      Д)  $5^4 \cdot 8$ .
- 9.** Ду хати рости параллел дода шудааст, дар яке аз онҳо 4 то дар дигаш 3 то қайд карда шудааст. Чандто секунчаҳои қуллаҳояш дар ин нуқтаҳо ҷойгир шуда мавҷуд ҳаст?  
А) 30;      Б) 33;      С) 40;      Д) 32.
- 10.** 3 нафар хонандаро ба 6 то стул бо чанд усул шинондан мумкин?  
А) 120;      Б) 130;      С) 100;      Д) 480.
- 11.** Ҷамоаи футбол аз 11 кас иборат аст. Сардори ҷамоа ва ёрдамчии онро бо чанд усул интихоб карда гирифтан мумкин аст?  
А) 110;      Б) 55;      С) 22;      Д) 121.
- 12.** Аз қишлоғи Бөғистон ба Тошкенд бо 2 роҳ, аз Тошкен ба Урганҷ 4 роҳ рафтан мумкин. Роҳҳои аз Бөғистон ба Урганҷ рафтан чандто?  
А) 8;      Б) 10;      С) 6;      Д) 12.
- 13.** Яке аз хонандаҳо 7-то китоби математикаи шавқовар, дигараш 9-то китоби бадеъ дорад, онҳо бо чанд усул як китоби якеро бо як китоби дигар иваз карданашон мумкин?  
А) 63;      Б) 49;      С) 81;      Д) 126.
- 14.** 9 нафар дустони Отабек онро бо рӯзӣ таваллудаш табрик кард. Отабек бо ҳамсинфҳо рафиқонаш ҳам бо яқдигар даст дода салом карданд. Ҳамаги шумораи даст дода салом кардан чанто?  
А) 45;      Б) 90;      С) 10;      Д) 50.



## Масъалаҳои тартиби ва алоқа бо фанҳо

- 531.** Қади 50 нафар ҷавонони ба хизмати ҳарбӣ даъваткардашуда бо сантиметр чен карда шуда, дар ҷадвали зерин қайд карда шудааст:

159	156	160	154	155	154	158	163	158	180
156	157	155	158	159	158	159	154	167	158
158	156	175	156	164	162	168	157	159	162
164	169	158	167	172	166	175	177	183	182
172	170	172	166	171	174	162	167	169	173

1) маълумотҳоро бо синф(бо гурӯҳ)ҳо ҷудо кунед: 154–158, 159–163, 164–168, 169–173, 174–178, 179–183.

Ба ҳар як гурӯҳ аз маълумоҳо ҷантояш таалуҷ дорад муаян кунед

2) диаграммаи сутунӣ созед;

3) палигонӣ басоматҳоро созед.

- 532.** Шумораи қусакҳои кушодаи тасодуған 30 бех ғуза гирифташуда дар ҷадвали зерин дода шудааст:

7	4	7	6	4	4	4	4	3	5	7	4	3	3	4
3	6	5	4	7	6	4	4	3	4	3	4	4	3	5

Аз рӯй маълумотҳо:

1) ҷадвали басомадҳоро созед;

2) полигони басомадҳоро созед.

- 533.** Яке аз асарҳои бо забои ўзбекӣ навишта шудаи нависандай ўзбери интихоб кунед (Масалан: X.Тухтабоев "Sariq devni minib", А.Қодирӣ "O'tkan kunlar"). Ҳарфҳои ду саҳифаи тасодуғӣ интихоб шударо шуморед. Ҳарфҳои алифбои ўзбекӣ дар саифаҳои шумо интихоб карда ҷан моротиба такрор мешавад, муайян кунед: Таксимоти ҳарфҳоро 1) аз рӯй басомадҳо 2) аз рӯй басомадҳои нисби тартиб дихед; 3) полигонӣ басомадҳоро созед.

- 534.** Дар байни хонандагони синфи 8-ум Мусобиқаи ғазалҳои Алишер Навоиро аз ёд ифоданок гуфтан шуда гузашт. Дар он 10 нафар духтарон ва 9 нафар писарон иштирок карданд.

$x$  – шумораи ғазалхонҳои аз ёд кардаи духтарон,

$y$  – шумораи ғазахлҳои аз ёд кадаи писарон бошад, тақсимоти басомадҳои адаҳои  $x$  ва  $y$  дар ҷадвали зерин дода шудааст:

$x$ – шумораи ғазалҳо	4	5	6	8	12
$n$ – баландӣ	3	2	3	1	1

$y$ – шумораи ғазалҳо	4	5	6	8	9
$n$ – баландӣ	2	4	1	1	1

Аз рӯй ҷадвалҳо:

1) моддаҳо; 2) медианаҳо миқдорҳои  $x$  ва  $y$ -ро ёбед; 3) палигони басомадҳои.

Δ Тақсимоти вариантҳои миқдорҳои  $x$  ва  $y$ -ро дар намуди қатори зерин ҳам навиштан мумкин аст.

$$x: 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 8, 12 \quad (1)$$

$$y: 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 8, 9 \quad (2)$$

Дар интиҳоби (1) ду одда ҳаст:  $M_{0_1} = 4$  ва  $M_{0_2} = 6$ . (2)

Дар интиҳоби (2) бошад якто  $M_0 = 5$ .

Қатори (1) шумораи аъзоҳои ҷуфт дорад аз ҳамин сабаб медианаи он ба миёнаи арифметикии ду аъзои мобайни баробар аст:

$$M_e = \frac{5+6}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$$

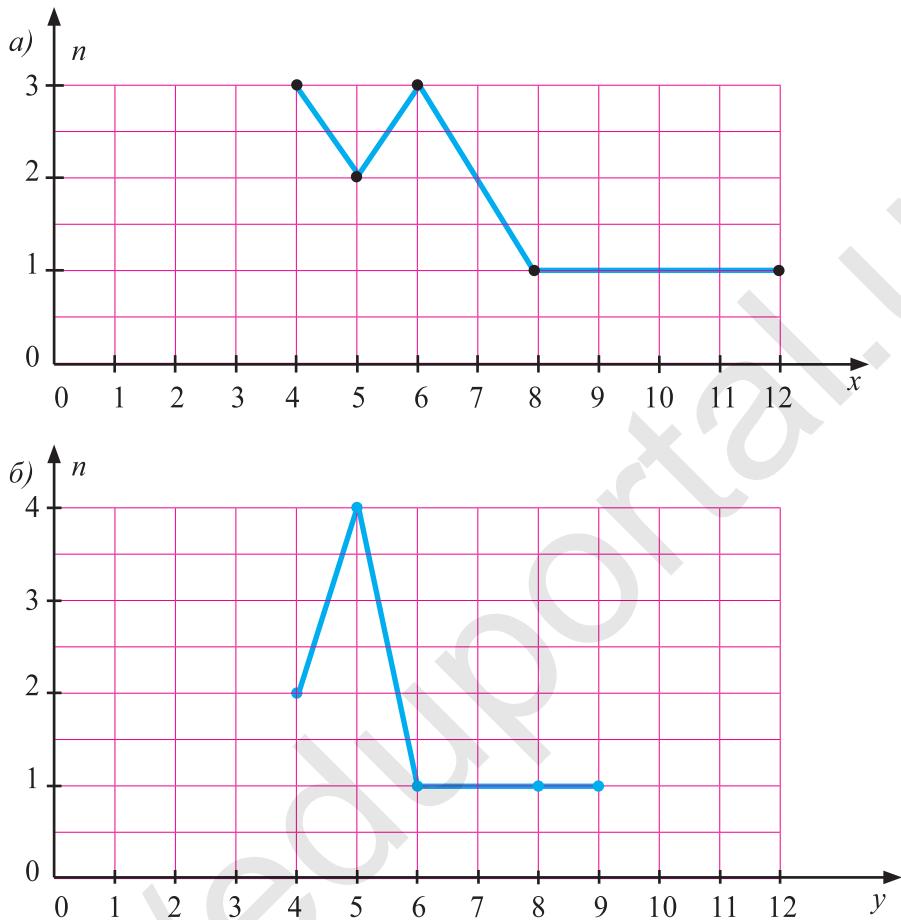
Дар қатори (2) шумораи аъзоҳо 9-то, дар ин ҳал медианаи он ба аъзои мобайни баробар  $M_e = 5$ .

Медиана қатори варианташонро бо ду қисми баробар ҷудо мекунад, дар чап ва рости медиана шумораи элементҳои қатори варантсонӣ як хел, ба якдигар баробар мешавад.

**Ҷавоб:** 1) баҳор қатори (1)  $M_{0_1} = 4$ ;  $M_{0_2} = 6$ ; ба қатори (2) бошад  $M_0 = 5$ ;

2) Баҳор қатори (1)  $M_e = 5,5$ , ба қатори (2) бошад  $M_e = 5$ ;

3) Палигони басомад ҳои миқдорҳои  $x$  ва  $y$  дар расми 45-  $a$ ,  $b$  дода шудааст. ▲



**Расми 45.**

- 535.** Барои ҳар як синфи 8-ум, ба натиҷаҳои I ва II.  
 1) ҷадвали басомадҳоро тартиб дихед. 2) палигонӣ басомадҳоро созед; 3) полигонҳоро мӯчииса кунед ва хулоса баоред. Маълумотҳоро бо ёрии муаллим аз журнали синфи гиред. Ҷӣ хел ҳал кардани маъсаларо баён кунед.
- 536.** Барои ҳар як хонандагони сирфҳои 1) 5-ум, 2) 8-ум, 3) 11-ум и мактабатон а) қиматм миёнаи ҳад  
 б) қимати миёнаи массаро ёбед. Маълумотҳоро аз ҳамшираи мактаб гиред. Палигонӣ басомадҳои мувоғикро созед.

- 537.** Аз рӯй натиҷаи мушоҳида 1 рӯз дар мактаб чанд грамм ба ҳисоби иёна бўр истифода бурда мешавад, муайян кунед. Дар 1 рӯз, дар 1 моҳ дар мактабҳои республикаамон чанд тонна бўр истифода бурда мешавад. Шумораи мактабҳои олӣ, лицей ва мактабҳоро (барои осон шудани ҳисоб кунед) 10000-то гуфто гиред.
- 538.** Дар 3 кг майдон харбуза кишт карда шудааст. Онҳо пўхта расиданд. Аз 1га ба ҳисоби миёна чанд тонна харбуза гирифта мешавад, баҳо дихед . Ин корро чӣ гуна ба амал татбиқ карда мешавад, инро қадам ба қадам баён кунед.
- 539.** Борти автомошинаҳора аз рӯй хати давлат гузаронидан аз 3-то рақам, 3-то ҳарфҳо ва коде, ки барои шаҳр ёки вилоят пешбинӣ карда шудаистистифода мебаранд. Масалан коди 01-и дар номери автомашина буда -мошина дар шаҳри Тошкент аз рӯйхат гузаштагиашро ифода мекунад. Чӣ хел фикр мекунед. Дар Тошкент аз ҳама зиёд чанто мошин аз рӯйхат гузаштана мумкин?

Дар номеронидан 24 -то ҳарф иштирок мекунанд. Номер 6-то "чой"-ро ишғол мекунад. Дар "чой" 1-ум аз 10-то рақам дилҳоҳ якеш, дар "чой"-2юм аз 10-то рақам якеш, дар "чой"-3юм аз 9-то рақам дилҳоҳ якеш меистад. Номери ( номери 3-то рақами якхела дошта дода намешавад, ин гуна рақамҳо дар аукцион фурухта мешавад). Ҳарфҳои 1-ум, 2-юм ва 3-юм аз 24 ҳарф дилҳоҳаш шуданаш мумкин. Аз ин ҷо шумораи мошинҳои дар Тошкент аз рӯйхат мегузашта ҳамаги  $10 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 = 24^3 \cdot 900 = 12\,441\,600$  то аст.

Дар ин ҳисобкуни ҳарфҳои дар номери адади 3 рақама "якто ҳарф-адади 3-рақама – 2-то ҳарф" ёки "адади 3-рақама - 3-то ҳарф" вучуд доштанаш фарқ надорад.

**Ҷавоб:** 12 441 600-то.

- 540.** Аз рақамҳои 2, 4, 7, 9 такрорнакада, чандто адади 4-раҷама тартиб додан мумкин? Аз онҳо чандтояш ба 2, 4, 11 тақсим мешавад?
- 541.** 4-то рафиқи ба рӯзӣ таваллудатон таклифкарدارо ба 4-то стул бо чанд усул шинондан мумкин?
- 542.** Дар табақ 8-то чормағз ҳаст. Аббос 3-то чормағзи дилҳоҳи онҳоро бо чанд усул гирифтанаш мумкин аст?
- 543.** Дар зал 2-то ҷои холӣ ҳаст. Аз 3 нафар шахс 2-тояш ба ин ҷоиҳо бо чанд усул шинонданаш мумкин?

**544.** Ҳисоб кунед:

$$1) \frac{27}{32} \cdot \frac{8}{162} \cdot \frac{72}{69};$$

$$2) \frac{38}{147} \cdot \frac{91}{152} : \frac{65}{264};$$

$$3) \left( \frac{5}{8} + \frac{7}{12} \right) \cdot \left( 3\frac{23}{58} - 2\frac{9}{58} \right);$$

$$4) \left( \frac{3}{4} + \frac{2}{9} \right) \cdot \left( 2\frac{23}{56} - 3\frac{15}{56} \right);$$

$$5) 34,17 : 1,7 + (2\frac{3}{4} + 0,15) : \frac{4}{5} - 23\frac{3}{8}; \quad 6) 5,86 - 3\frac{5}{6} \cdot \frac{15}{23} + \frac{15}{28} : 4\frac{2}{7};$$

$$7) \frac{12\frac{4}{5} \cdot 3\frac{3}{4} - 4\frac{4}{11} \cdot 4\frac{1}{8}}{11\frac{2}{3} \cdot 2\frac{4}{7}}; \quad 8) \frac{5\frac{1}{7} \cdot 5\frac{1}{4} + 5\frac{5}{8} \cdot 3\frac{1}{5}}{10\frac{5}{13} \cdot 1\frac{1}{26}}.$$

**545.** Яке аз ду адади  $a$  баробар буда, дуюмаш аз он 7 воҳид зиёд аст. Дучандаи ҳосили зарби ин ададҳоро ёбед. Қимати ҳосили зарбро ҳангоми  $a = \frac{1}{2}$ ; 2 ҳисоб кунед.

**546.** Ҳосили чамъи ду адад бо 30 баробар буда, яке аз ададҳо  $a$  аст. Ҳосили зарби дучандаи ин ададҳоро нависед. Қимати ин ҳосили зарбро ҳангоми  $a = -2$  ҳисоб кунед.

**547.** Адади натуралӣ аз  $a$  садӣ, в даҳӣ ва с воҳид тартиб дода шудааст. Формулае нависед, ки воҳидӣ ин ададро ифода кунад. Ин ададро чаппа навишта, воҳидӣ онро муайян кунед.

**548.**  $a$  килограмм ва  $c$  грамм чанд граммро ташкил медиҳад? Адади граммҳоро бо ҳарфи  $x$  ишора карда, ҷавобашро бо формула нависед.

Амалҳоро ичро кунед (**549–552**):

**549.** 1)  $\left( \frac{c-d}{c^2+dc} - \frac{c}{d^2+cd} \right) : \left( \frac{d^2}{c^3-cd^2} + \frac{1}{c+d} \right);$

2)  $\left( \frac{2n}{k+2n} - \frac{4n^2}{k^2+4nk+4n^2} \right) : \left( \frac{2n}{k^2-4n^2} + \frac{1}{2n-k} \right);$

3)  $\left( \frac{b^2}{b+x} - \frac{b^3}{b^2+x^2+2bx} \right) : \left( \frac{b}{b+x} - \frac{b^2}{b^2-x^2} \right);$

4)  $\left( \frac{2q}{2q+m} - \frac{4q^2}{4q^2+4mq+m^2} \right) : \left( \frac{2q}{4q^2-m^2} + \frac{1}{m-2q} \right).$

**550.** 1)  $1+a-\frac{a-1}{a}+\frac{a-1}{2a}-\frac{3a}{2};$

2)  $\frac{m+1}{m^2+m+1}-\frac{2}{1-m}+\frac{3m^2+2m+4}{1-m^3};$

3)  $\frac{m+n}{3}-m+2n;$

4)  $m+n-\frac{2m-n}{5}-\frac{m+n}{2}.$

**551.** 1)  $\frac{a^3+2a^2}{a^2-1} \cdot \frac{(a+1)^3(a-1)}{a^2(a+2)}; \quad 2) \quad \frac{(a^2+ab)^2}{a^2-b^2} : \frac{(a+b)^2}{(ab-b^2)^2}.$

**552.** 1)  $1,5 \cdot \left( 2b - \frac{3b}{7} \right) - 1\frac{5}{7} \cdot (3b-5) + \frac{9b^2-16}{4-3b};$

2)  $\frac{x+3a}{x+a} - \frac{x}{x-a} + \frac{2a^2-ax+x^2}{a^2x^2} : \frac{x^2-a^2}{a^2x^2}.$

**553.** Агар  $x > \frac{1}{2}$  ва  $y > 4$  бошад, он гоҳ

1)  $4x+3y > 14;$       2)  $2xy-3 > 1;$       3)  $x^2y > 1;$       4)  $x^3+y^2 > 16$

исбот кунед.

**554.** (Шифохъ.) Адади бутуни калонтаринеро ёбед, ки нобаро-бариро қонеъ намояд.

1)  $n \leq -7$ ;      2)  $n < -3,6$ ;      3)  $n \leq 4,8$ ;      4)  $n \leq -5,6$ .

**555.** (Шифохъ.) Адади бутуни калонтаринеро ёбед, ки нобаро- бариро қонеъ намояд.

1)  $n > -12$ ;      2)  $n \geq -5,2$ ;      3)  $n \geq 8,1$ ;      4)  $n \geq -8,1$ .

**556.** Нобаробариҳоро ҳал қунед:

1)  $x + 4 > 3 - 2x$ ;      2)  $5(y+2) \geq 8 - (2-3y)$ ;

3)  $2(0,4+x) - 2,8 \geq 2,3 + 3x$ ;      4)  $7(x + 5) + 10 > 17$ ;

5)  $\frac{3-x}{2} + \frac{x}{4} > 7$ ;      6)  $\frac{x}{6} - \frac{2-x}{3} \leq 5$ .

**557.** Арап

1)  $0 \leq x \leq 7,2$ ;      2)  $-5\frac{1}{3} \leq x \leq 0$ ;      3)  $4 < \frac{1}{3}x < 5$ ;

4)  $11 < 3x < 13$ ;      5)  $-3,1 < x \leq 4$ ;      6)  $12 < 5x < 21$

бошад, X қадом қимати бутунро соҳиб шуда метавонад?

**558.** Системаи муодилаҳоро ҳал қунед:

1)  $\begin{cases} 5x - 2 \geq 6x - 1, \\ 4 - 3x > 2x - 6; \end{cases}$

2)  $\begin{cases} 7(x+1) - 2x > 9 - 4x, \\ 3(5 - 2x) - 1 \geq 4 - 5x; \end{cases}$

3)  $\begin{cases} 12x - 3(x+2) \geq 7x - 5, \\ 13x + 6 \leq (x-5) \cdot 2 + 3; \end{cases}$

4)  $\begin{cases} \frac{4x-5}{7} < \frac{3x-8}{4}, \\ \frac{6-x}{5} - 1 < \frac{14x-3}{2}. \end{cases}$

**559.** Системаи нобаробариҳоро ҳал қунед:

1)  $\begin{cases} \frac{2x-5}{4} - 2 \leq \frac{3-x}{4}, \\ \frac{5x+1}{5} > \frac{4-x}{4}; \end{cases}$

2)  $\begin{cases} \frac{10x-1}{3} - \frac{2-5x}{4} < \frac{5-3x}{6}, \\ \frac{2x+1}{2} \geq \frac{3+7x}{4} - \frac{5+4x}{5}. \end{cases}$

**560.** Муодилаҳоро ҳал қунед:

1)  $|x-2|=3,4$ ;      2)  $|3-x|=5,1$ ;      3)  $|2x+1|=5$ ;

4)  $|1-2x|=7$ ;      5)  $|3x+2|=5$ ;      6)  $|7x-3|=3$ .

**561.** Нобаробариҳоро ҳал қунед:

- 1)  $|x-2| \leq 5,4$ ;      2)  $|x-2| \geq 5,4$ ;      3)  $|2-x| < 5,4$ ;  
4)  $|3x+2| \geq 5$ ;      5)  $|2x+3| < 5$ ;      6)  $|3x-2,8| \geq 3$ .

**562.** Аз решаш бароред:

- 1)  $\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}$ ;      2)  $\sqrt{5\frac{4}{9}}$ ;      3)  $\sqrt[3]{\frac{8b^6}{343a^9}}, a \neq 0$ ;      4)  $\sqrt[4]{\frac{16x^8}{81y^4}}, y > 0$ .

**563.** Содда қунед:

- 1)  $(3\sqrt{20} + 7\sqrt{15} - \sqrt{5}) : \sqrt{5}$ ;      2)  $(\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{56}) : \sqrt[3]{7}$ ;  
3)  $2\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{6} - 3\sqrt{\frac{2}{3}}$ ;      4)  $7\sqrt{1\frac{3}{4}} - \sqrt{7} + 0,5\sqrt{343}$ .

**564.** Қимати муодиларо содда қунед:

- 1)  $\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-1/3}$  va  $\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{-1/2}$ ;      2)  $(2\sqrt{0,5})^{0,3}$  va  $(2\sqrt{0,5})^{0,37}$ .

**565.** Муодиларо содда қунед:

- 1)  $\frac{\sqrt[6]{a^3\sqrt{a^{-1}}}}{a^{-\frac{2}{9}}}$ ;      2)  $\frac{\sqrt[4]{x^3}\sqrt[3]{x}}{x^{\frac{1}{3}}}$ ;      3)  $(16a^{-4})^{-\frac{3}{4}}$ ;      4)  $(27b^{-6})^{\frac{2}{3}}$ .

**566.** Зарбқунандаро аз тахти аломати решаш бароред:

- 1)  $\sqrt{9a^2b}$ , дар ин чо  $a < 0$ ;  
 $a > 0, b > 0$ ;  
2)  $\sqrt{25a^2b^3}$ , дар ин чо  
 $a < 0, b > 0$ ;  
3)  $\sqrt{8a^3b^5}$ , дар ин чо  $a < 0, b < 0$ ;  
4)  $\sqrt{12a^3b^3}$ , bunda  $a < 0, b < 0$ .

**567.** Зарбқунандаро аз тахти аломати решаш бароред:

- 1)  $x\sqrt{5}$ , дар ин чо  $x \geq 0$ ;  
2)  $x\sqrt{3}$ , дар ин чо  $x < 0$ ;  
3)  $-a\sqrt{3}$ , дар ин чо  $a \geq 0$ ;  
4)  $-a\sqrt{5}$ , дар ин чо  $a < 0$ .

**568.** Хисоб кунед:

$$1) \sqrt[3]{1000} \cdot (0,0001)^{0,25} + (0,027)^{\frac{1}{3}} \cdot 7,1^0 - \left( \frac{10}{13} \right)^{-1};$$

$$2) \left( 2\frac{10}{27} \right)^{-\frac{2}{3}} : \frac{1}{\sqrt[11]{\frac{1}{9}}} + (6,25)^{\frac{1}{2}} : (-4)^{-1};$$

$$3) \left( 1\frac{61}{64} \right)^{-\frac{2}{3}} \cdot (0,008)^{\frac{1}{3}} : (-2)^{-2}.$$

**569.** Қимати ифодаро ёбед:

$$1) \left( \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^2 b^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}} - \frac{1}{a-b} \right) \cdot \frac{a - 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b}{a}, \text{ дар ин чо } a=3, b=12;$$

$$2) \frac{m+2\sqrt{mn}+n}{n} \cdot \frac{\sqrt{mn}+n}{m-n} - \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}, \text{ дар ин чо } m=5, n=20.$$

**570.** Муодиларо ҳал кунед:

$$x^{\frac{1}{2}} = 2; \quad 2) x^{-\frac{1}{2}} = 3; \quad 3) x^{-3} = 8; \quad 4) x^{\frac{5}{2}} = 0; \quad 5) x^{-\frac{1}{3}} = 27.$$

**571.** Оё нүктаҳои 1)  $A(\sqrt{5}; -5\sqrt{5})$ ; 2)  $B(-5\sqrt{2}; 5\sqrt{2})$ ; 3)  $C(0,1; 250)$

ба графики функцияи  $y = -\frac{25}{x}$  тааллук дорад ё не?

**572.** Графики функцияро созед:

$$1) y = \frac{4}{x}; \quad 2) y = -\frac{6}{x}.$$

Аз рўи график фосилаҳои афзуншавӣ ё

ток будани онро муайян кунед.

**573.** Ифодаро содда кунед:

$$1) \frac{\sqrt{ab} \sqrt[4]{a}}{(a+2)\sqrt[4]{a^{-1}b^2}} - \frac{a^2+4}{a^2-4};$$

$$2) \left( \frac{\sqrt{a}}{b+\sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{a}}{b-\sqrt{ab}} \right) \cdot \frac{b-a}{2\sqrt{ab}};$$

$$3) \left( \frac{a-b}{\frac{3}{a^4} + \frac{1}{a^2} \frac{1}{b^4}} - \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}{\frac{1}{a^4} + \frac{1}{a^2}} \right) \cdot \frac{\frac{1}{a^4} + \frac{1}{b^4}}{\left(a^{-1}b\right)^{\frac{1}{2}}};$$

$$4) \left( \frac{\frac{3}{a^2} + \frac{3}{b^2}}{a-b} - \frac{a-b}{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}} \right) \cdot \frac{a-b}{\sqrt{ab}}.$$

Ифодаро содда кунед: (**574–575**):

$$574. \quad 1) \sqrt{5+\sqrt{21}}; \quad 2) \sqrt{4+\sqrt{7}}; \quad 3) \sqrt{5+2\sqrt{6}}; \quad 4) \sqrt{8-2\sqrt{15}}.$$

$$575. \quad 1) \frac{1}{\sqrt{5}} \left[ 4(a+1) + (\sqrt[3]{a\sqrt{a}} - 1)^2 - \left( \frac{\sqrt[6]{ab^2} + \sqrt{a}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}} + \sqrt[3]{a} \right)^3 \right]^{\frac{1}{2}}, \text{ дар ин чо } 0 < a \leq 1;$$

$$2) \frac{a^{-1}b^{-2}-a^{-2}b^{-1}}{a^{-\frac{5}{3}}b^{-2}-b^{-\frac{5}{3}}a^{-2}} - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}};$$

$$3) \frac{a^{-2} \cdot b^{-3} - a^{-1} \cdot b^{-2}}{a^{-\frac{9}{2}} \cdot b^{-\frac{11}{2}} - a^{-\frac{11}{2}} \cdot b^{-\frac{9}{2}}}.$$

Муодиларо ҳал кунед: (**576–577**):

$$576. \quad 1) x^2=7; \quad 2) x^2=11; \quad 3) x^2+6x=0; \\ 4) x^2+5x=0; \quad 5) x^2=8x; \quad 6) x^2=12x.$$

$$577. \quad 1) 1,5x - 4x^2 = 6,3x - x^2; \quad 2) 11y - 15 = (y+5)(y-3);$$

$$3) 3x(x+2) = 2x(x-2); \quad 4) \frac{1}{4}(3x^2 + 1) - \frac{40x+3}{6} = \frac{x-3}{12};$$

$$5) \frac{y^2-5}{4} - \frac{15-y^2}{5} = \frac{y^2-4}{3}; \quad 6) \frac{2x^2-1}{4} = \frac{1+1,5x^2}{5}.$$

**578.** Агар

- 1)  $(y-3)^2 > (3+y)(y-3)$  бошад, он гоҳ  $y < 3$  аст;
- 2)  $(3a+b)^2 < (3a-b)^2$  бошад, он гоҳ  $ab < 0$  -ро исбот кунед.

**579.** Агар  $x < \frac{a+b}{2}$ ,  $y < \frac{a+c}{2}$ ,  $z < \frac{b+c}{2}$  бошад, он гоҳ  $x+y+z < a+b+c$  буданашро исбот кунед.

- 580.** Баландин параллелепипеди ростқунча аз 15 см калонтар, бараң аз 2 см калонтар ва дарозиаш аз 0,3 м калонтар аст. Испот кунед, ки ҳацми ин параллелепипед аз  $0,9 \text{ дм}^3$  калонтар аст.
- 581.** Испот кунед, ки дар қимати дилхөхи у ифодаи зерин мусбат мешавад,  
1)  $(y-3)(y-1)+5$ ; 2)  $(y-4)(y-6)+3$ .
- 582.** Мачмұй қиматҳои  $k$ -ро ёбед, ки дар онҳо мудилаи  $4y^2 - 3y + k = 0$  решашои ҳақиқіттің надорад.
- 583.** Дар кадом қимагҳои  $k$  адади  $-2$  решай мудилаи  $(k-2)x^2 - 7x - 2k^2 = 0$  мебошад.
- 584.** Мудиларо ҳал кунед:
- 1)  $3x^2 + 8x + 5 = 0$ ;
  - 2)  $5x^2 + 4x - 12 = 0$ ;
  - 3)  $\frac{6}{4x^2 - 1} - \frac{x}{2x - 1} = \frac{5}{2x + 1}$ ;
  - 4)  $\frac{5}{x - 1} + \frac{3x - 3}{2x + 2} = \frac{2x^2 + 8}{x^2 - 1}$ ;
  - 5)  $\frac{30}{x^2 - 1} - \frac{13}{x^2 + x + 1} = \frac{7 + 18x}{x^3 - 1}$ ;
  - 6)  $\frac{2}{x^2 - x + 1} = \frac{1}{x + 1} + \frac{2x - 1}{x^3 + 1}$ .
- 585.** Нобаробариҳоро ҳал кунед:
- 1)  $(x+2)^2 < (x-3)^2 - 8(x-5)$ ;
  - 2)  $\frac{2+x}{9} - x \leq \frac{2x-5}{3} - (4-x)$ ;
  - 3)  $\frac{(x-3)(x+2)}{4} - \frac{(x-7)}{3} > \frac{(x-6)^2}{4} + x$ ;
  - 4)  $6x + \frac{(3+x)^2}{2} > \frac{8-2x}{5} + \frac{(x+3)(x+7)}{2}$ .
- 586.** Саҳви наздикшавии ададҳои зикршударо ёбед:
- 1) адади 0,2781 ба воситай адади 0,278;
  - 2) адади  $-2,154$  ба воситай адади  $-2,15$ ;
  - 3) адади  $-\frac{7}{18}$  ба воситай адади  $-\frac{1}{3}$ ;
  - 4) адади  $\frac{3}{11}$  ба воситай адади 0,272.
- 587.** Испот кунед, ки адади 3,5 бо саҳсции то 0,05 қимати тақрибии адади 3,5478 мебошад.

**588.** Саҳви нисбии наздишавии адади  $\frac{7}{9}$ -ро ба воситаи адади 0,777 ёбед.

**589.** 60 бех растани ғӯза тасадуфӣ интихоб карда шудааст. Шуморай буғунҳои пояҳои ғӯза дар ҷадвали зерин дода шудааст.

10	11	10	10	10	9	9	11	9	9
11	11	11	7	9	10	10	10	10	10
10	10	11	11	11	10	10	11	10	10
9	10	9	9	9	9	10	9	10	10
10	10	10	10	11	9	11	9	9	12
9	10	8	11	10	10	9	10	10	11

- 1) Ҷадвали басомадҳоро созед; 2) қимати миёна; 3) модда;  
4) медина; 5) васеъгӣ; 6) полигонӣ ба самаҳоро созед.

**590.** Дар чандто ададҳои ҷоррақама якто рақами 0 ҳаст?

**591.** Аз рақамҳои 0, 1, 2, 3, 5, 8 такрор накарда чанто адади се рақама тартиб додан мумкин аст?

**592.** 6 бо чанд тарз нафар меҳмонро ба 6 -то стул бо чанд тарз шинондан мумкин аст?

**593.** Аз китоби адабиёт ягон матнро интихоб кунед. Ҳамаи ҳаракатҳои ду саҳифаи онро шуморед. Басомади воҳӯрдани ҳарфҳои садоноки матнро муайян кунед. Ҷадвали басомадҳоротартиб диҳад. Хулоса бароред ва онро ба дафтаратон нависед.

## ЧАВОБХОИ МАШҚХО

### БОБИ I

**1.** 2) 0; 4) 5. **2.** 2)  $-2$ ; 4) 0. **3.**  $(7m)t$ ; 168 t. **4.** 1)  $(60m)$  дақиқа; 2)

$\frac{p}{60}$  мин; 3)  $\left(60m + l + \frac{p}{60}\right)$  мин. **5.** 3( $x - y$ ); 2) 4,5; 4) 2,5. **6.**  $(x + y)$  ( $x - y$ );

2)  $-\frac{11}{64}$ ; 4) 0,104. **7.** 2)  $-1\frac{2}{3}$ . **8.** 2) 4. **9.** 1, 3, 15, 21. **10.** 2)  $(m - 1)m$ ;

4)  $(2p + 1) \times (2p + 3)(2p + 5)$ . **12.**  $(p - q)t$ ; 1) 5t; 2) адади  $q$  аз  $p$  калон намешавад  $q$  ба  $p$  баробар шуданаш мумкин **3.**  $400n + 500m$ ; 155000;

155000. **15.**  $187200 \text{ м}^3$ ,  $(37440m) \text{ м}^3$ . **16.**  $s = 3\frac{1}{6}c + 1\frac{2}{3}a + 2\frac{1}{2}b$ , 53 км. **23.**

$\frac{a^2 - b^2}{(a-b)^2}$ . **25.** 2) 5; 4) 1,9; 6)  $-4$ . **26.** 2)  $V = \frac{m}{p}$ ; 4)  $a = \frac{p}{2} - b$ . **27.**  $x = \frac{np}{1000a}$ ,

$x = 3$ . **28.**  $t = \frac{a}{cn}$ ,  $t = 15$ . **30.** 2)  $\frac{4}{5}$ ; 4)  $-2$ . **31.** 2)  $\frac{2}{3}$ ; 4)  $\frac{b}{2c}$ . **32.** 2)  $\frac{1}{b^4}$ ;

4)  $b^2$ . **33.** 2)  $\frac{2}{7}$ ; 4)  $\frac{b}{3a}$ ; 6)  $\frac{a^2b}{5c}$ . **34.** 2)  $\frac{7a}{5}$ ; 4)  $\frac{1}{3(a-b)}$ ; 6)  $-\frac{1}{3}$ . **35.** 2)  $\frac{1}{(m+n)^3}$ ;

4)  $3y - 2x$ ; 6)  $\frac{2}{a(a-b)}$ . **36.** 2)  $\frac{2a}{m-n}$ ; 4)  $\frac{4a-1}{2a+3}$ ; 6)  $\frac{1+b}{1-b}$ . **37.** 2)  $\frac{q^2}{p-q}$ ; 4)  $\frac{m}{n}$ ;

6)  $-\frac{x}{y}$ . **38.** 2)  $\frac{3a+2b}{2a+3b}$ ; 4)  $-\frac{1}{ab}$ . **39.** 2)  $\frac{1}{a+b}$ ; 4)  $5+x$ ; 6)  $-\frac{c+2}{2a}$ . **40.** 2)

$10 - 7b$ ; 4)  $\frac{y}{5+y}$ ; 6)  $\frac{5ab}{a^2 - b^2}$ . **41.** 2)  $\frac{1}{b+7}$ ; 4)  $\frac{1}{1-2p}$ . **42.** 2)  $\frac{4a+1}{4a-1}$ ; 4)  $\frac{10(m+n)}{3(m-n)}$ .

**43.** 2)  $n - m$ ; 4)  $\frac{1}{5-2x}$ . **44.** 2)  $\frac{3y-4x}{3y+4x}$ ; 4)  $\frac{6-c}{6+c}$ ; 6)  $\frac{3c-2b}{a}$ . **45.** 2)  $a+1$ ; 4)

$\frac{1}{2}$ . **46.** 2)  $\frac{b}{ab}$  ва  $\frac{2a}{ab}$ ; 4)  $\frac{2a}{2b}$  ва  $\frac{a}{2b}$ ; 6)  $\frac{32}{60}$  ва  $\frac{25}{60}$ . **47.** 2)  $\frac{9x^2}{12xy}$ ,  $\frac{72}{12xy}$  ва  $\frac{16y^2}{12xy}$ ;

4)  $\frac{2ax^2}{4x^3}$  ва  $\frac{b}{4x^3}$ . **48.** 2)  $\frac{6b^2}{2b}$  ва  $\frac{a^2}{2b}$ ; 4)  $\frac{2b^2}{6ab}$ ,  $\frac{9ac}{6ab}$ ,  $\frac{6a^2b^2}{6ab}$ . **49.** 2)  $\frac{3a^2}{18a^2b^2}$ ,  $\frac{2(a^2+b^2)}{18a^2b^2}$

$$\text{ba } \frac{a(3-a^2)}{18a^2b^2}; \quad 4) \frac{21y^3}{60x^4y^4}, \quad \frac{310x^3y}{60x^4y^4} \text{ ba } \frac{80x^2}{60x^4y^4}. \quad \mathbf{50.} \quad 2) \frac{6a}{(a-1)a} \text{ ba } \frac{2(a-1)}{(a-1)a}; \quad 4)$$

$$\frac{8a^2}{12(a+1)} \text{ ba } \frac{15a^2}{12(a+1)}. \quad \mathbf{51.} \quad 2) \frac{7a(3x+y)}{9x^2-y^2} \text{ ba } \frac{6b(3x-y)}{9x^2-y^2}; \quad 4) \frac{6x}{8x+8y} \text{ ba } \frac{x}{8x+8y}. \quad \mathbf{52.}$$

$$2) \frac{7a}{x^2-9} \text{ ba } \frac{a(x-3)}{x^2-9}; \quad 4) \frac{6x(x+y)}{x^2-y^2}, \quad \frac{7xy(x-y)}{x^2-y^2} \text{ ba } \frac{3}{x^2-y^2}. \quad \mathbf{53.} \quad 2) \frac{28c(b+c)}{70(b^2-c^2)},$$

$$\frac{6a^2}{70(b^2-c^2)} \text{ ba } \frac{35b(b-c)}{70(b^2-c^2)}; \quad 4) \frac{15x(x+1)}{12x(x^2-1)}, \quad \frac{-48x^2}{12x(x^2-1)} \text{ va } \frac{4(x-1)}{12x(x^2-1)}. \quad \mathbf{54.} \quad 2) \frac{5a}{b^3}; \quad 4)$$

$$\frac{x-y}{n+a}. \quad \mathbf{55.} \quad 2) \frac{2a}{c^2}; \quad 4) \frac{7}{a^2}; \quad 6) \frac{8}{ab}. \quad \mathbf{56.} \quad 2) \frac{11}{28}; \quad 4) \frac{3}{5b}; \quad 6) \frac{3ad-b}{12d}. \quad \mathbf{57.} \frac{15+ab}{5a}; \quad 4)$$

$$\frac{2+7b}{b}. \quad \mathbf{58.} \quad 2) \frac{2c+4c^2-3}{c^2}; \quad 4) \frac{mn-kn^2+m^2}{n^2}. \quad \mathbf{59.} \quad 2) \frac{k-n}{mnk}; \quad 4) \frac{bd+ba}{acd}; \quad 6) \frac{2n^2-3m}{mn^3}.$$

$$\mathbf{60.} \quad 2) \frac{4a^4-21cb^3}{18a^3b^4}; \quad 4) \frac{20y-21x+22}{28x^2y^2}; \quad 6) \frac{b(cd^2+d+c)}{(cd)^2}. \quad \mathbf{61.} \quad 2) \frac{3x}{2(1-x)}; \quad 4) \frac{8y-25x}{10(y-3)}.$$

$$\mathbf{62.} \quad 2) \frac{11}{10(b+1)}; \quad 4) \frac{5x}{8(x+y)}. \quad \mathbf{63.} \quad 2) \frac{5b^2-2a^2}{ab(x+y)}; \quad 4) \frac{a+b-y}{ab}. \quad \mathbf{64.} \quad 2) \frac{2(2a+3)}{a(1-a)}; \quad 4)$$

$$\frac{67b-3a}{40(a^2-b^2)}. \quad \mathbf{65.} \quad 2) \frac{x-1}{x^2-9}; \quad 4) \frac{2x^2+3x+2}{x^2-16}. \quad \mathbf{66.} \quad 2) \frac{6n-47}{n^2-49}; \quad 4) \frac{24y^2+y+1}{1-9y^2}. \quad \mathbf{67.} \quad 2)$$

$$\frac{13a+4}{(3a+1)^2}. \quad \mathbf{68.} \quad 2) \frac{2-11x}{(3x+1)^2}; \quad 4) \frac{4-7n+7m}{(n-m)^2}; \quad 6) \frac{2x^2+18}{(x^2-9)^2}. \quad \mathbf{69.} \quad 2) \frac{b^2-3b}{b-2}; \quad 4) \frac{1}{a+1}. \quad \mathbf{70.}$$

$$2) -\frac{1}{x+y}; \quad 4) \frac{2(24-a)}{4a^2-9}. \quad \mathbf{71.} \quad 2) \frac{b-3b^2-14}{6(b^2-1)}; \quad 4) \frac{28n^2-4m^2+9mn}{m(4n^2-m^2)}; \quad 6) \frac{4a^2-4a-b}{a^2+2a}. \quad \mathbf{72.}$$

$$2) \frac{2a}{a^3+8}; \quad 4) -\frac{6m}{m^3-27}. \quad \mathbf{73.} \quad 2) -\frac{12}{19}. \quad \mathbf{74.} \quad 2) \frac{4}{13}; \quad 4) \frac{15}{2}. \quad \mathbf{75.} \quad 2) \frac{k^2}{mn}; \quad 4) \frac{3mk}{4nd}; \quad 6)$$

$$\frac{2a^2b^2}{c^3}. \quad \mathbf{78.} \quad 2; \quad 4) \frac{a}{bc}; \quad 6) \frac{ac}{b}. \quad \mathbf{79.} \quad 2) \frac{k^2}{mn}; \quad 4) \frac{3md}{2nk}; \quad 6) \frac{15a^2c^2}{d}. \quad \mathbf{80.} \quad 2) \frac{18a^2}{7}; \quad 4)$$

- 1)  $\frac{a^3 b^3}{a}$ ; 6)  $\frac{d^2 a^2}{d^2}$ . **81.** 2)  $\frac{2y}{5c^3}$ ; 4)  $\frac{2d^2 a^2}{3c}$ ; 6)  $\frac{22p^3 n}{m^4}$ . **82.** 2)  $10a^2 b$ ; 4)  $\frac{1}{4a^2 b}$ . **83.** 2)  $\frac{2b}{a}$ ;  
 4)  $3b$ ; 6)  $a - b$ . **84.** 2)  $\frac{b}{3(1+a)}$ ; 4)  $\frac{1}{3m^2(m+n)}$ ; 6)  $\frac{5}{3(a-b)}$ . **85.** 2)  $\frac{-3x^2(x+y)}{2(x^2+y^2)}$ ; 4)  
 $\frac{-18(n-m)^2(n+m)}{n(n+p)^2}$ ; 6)  $\frac{1}{a^2-b^2}$ . **86.** 2)  $b-3$ ; 4)  $(a-1)(2a-1)$ . **87.** 2)  $\frac{2(a+1)}{3}$ ; 4) 1;  
 6)  $\frac{b^2}{b^2+1}$ . **88.** 2)  $\frac{a^2(b^2-1)}{b^2}$ ; 4)  $\frac{2(m+n)}{n}$ . **89.** 2)  $\frac{4ab}{a^2-b^2}$ ; 4)  $\frac{1}{6(c+d)}$ . **90.** 2)  
 $\frac{9z}{z+2}$ ; 4)  $\frac{m+5}{m-2}$ . **91.** 2)  $\frac{b}{a+b}$ ; 4)  $\frac{1}{c}$ . **92.** 2)  $\frac{4}{a-b}$ ; 4)  $\frac{1}{c(a+b)}$ . **95.**  $\frac{v-v_1}{v+v_1} s$  км.  
**96.** 6 донагай. **97.** 2) Дар  $x = -4$   $y = -\frac{1}{2}$ ; 4) Дар  $x < 0$  ва  $x \geq 2$   $y \leq 1$ .  
**99.** 2)  $(-2;4)$  ва  $(2;-4)$ ; 4)  $(-4; -2)$  ва  $(1;3)$ . **106.** 2) 2; 4) 15. **107.** 2) 81;  
 4)  $\frac{1}{81}$ . **108.** 2)  $-1$ ; 4)  $-4$ ; 6)  $-8$ . **109.** 2)  $x = -\frac{1}{2}$ ; 4)  $x_1 = -2$ ;  $x_2 = 2$ . **110.**  
 2)  $x$  – адади дилхөх; 4)  $\frac{2}{3} \leq x < 2$ . **111.** 2) 5; 4)  $-11$ ; 6)  $\frac{1}{30}$ . **112.** 2) 2; 4)  
 $4\sqrt{6}$ . **113.** 1)  $x-2$ ; 2)  $(3-x)^3$ , дар  $x \leq 3$ , дар  $(x-3)^3$ ,  $x > 3$ . **114.** 3974. **117.**  
 2) 3; 4) 27; 6)  $\frac{1}{27}$ . **118.** 2) 5; 4)  $\frac{1}{2}$ ; 6)  $\frac{1}{2}$ . **119.** 2) 49; 4) 125. **120.** 2) 121;  
 4) 150. **121.** 2) 3; 4) 2,7. **122.** 2)  $b$ ; 4)  $a$ ; 6) 1. **123.** 2)  $a^2 b$ . **124.** 2) 1.  
**125.** 2) 3. **126.** 2)  $b^{\frac{1}{2}}$ ; 4)  $a+b$ ; 6)  $a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}$ ; 8)  $\sqrt{c} - 1$ . **127.** 2)  $\frac{a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}}$ ; 4)  
 $2\sqrt{b}$ . **128.** 2)  $2y$ ; 4)  $2\sqrt[3]{b}$ . **129.** 2)  $2\sqrt[3]{b}$ ; 4)  $\frac{2\sqrt[3]{a}}{a+b}$ . **130.**  $3 \cdot \sqrt{\frac{b}{a}}$ . **131.** 27  
**132.**  $9a$ . **133.**  $2b(a-b)$ . **135.**  $\sqrt[3]{(a-b)^2}$ . **136.**  $-4\sqrt{x}$ . **137.**  $\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a} + \sqrt{x})$ .  
**138.**  $-\sqrt{ab}$ . **139.**  $\frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{\sqrt{x}}$ . **140.** 0. **141.** 3. **142.** 1. **143.**  $a$ . **144.**  $a^2 x$ . **145.**

- $-x^3$ . **146.**  $\sqrt[6]{a}$ . **147.** 2)  $\frac{3(x^2-2x+4)}{x^3+8}$ ,  $\frac{x+1}{x^3+8}$  ба  $\frac{(x+2)^2}{x^3+8}$ . **148.** 2)  $\frac{55b-61}{24}$ ; 4)  $\frac{5-27b}{36}$ . **149.** 2)  $\frac{7q-p}{3p-q}$ ; 4)  $\frac{8a+8b-70}{2b-5}$ . **150.** 2)  $\frac{a^2-b^2}{7}$ . **151.** 2)  $\frac{x(x+2)(x-3)}{(x-2)(x+3)(x^2+2)}$ ; 4) 1. **152.** 2)  $-2(a-1)^2$ ; 4)  $\frac{a^2+4}{4a}$ . **153.** 2) 1,8; 4)  $\frac{1}{16}$ . **154.** 2) 51; 4) 0,04; 6)  $-0,1$ . **155.** 2) 1000. **156.** 2)  $\sqrt[4]{x}$ ; 4)  $\frac{1}{\sqrt{x^2-y^2}}$ . **157.** 2)  $\frac{95}{16}$ ; 4)  $-609\frac{8}{27}$ . **158.** 2)  $x$  – адади дилхөх; 4)  $x \leq 2$ ,  $x \geq 3$ ; 6)  $0 \leq x \leq 2$ ,  $x \geq 3$ . **159.** 2)  $a+1$ ; 4)  $a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{3}}$ ; 6)  $a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}$ .

## БОБИ II

- 178.** 2)  $\frac{1}{3} > 0,3$ ; 4)  $-\frac{5}{8} > -0,7$ . **179.** 2)  $b > a$ ; 4)  $a < b$ . **183.** Якумаш. **185.** 2)  $a < 0$ ; 4)  $a > 0$ . **186.**  $-9 < -3$ . **187.** 2)  $a + 3b < -2b$ . **188.** 2)  $8 > 6$ . **189.** 2)  $a - 3b < 3a$ . **190.** 2)  $a - 5 < b - 5$ . **191.** 2)  $19 > 12$ ; 4)  $-12 > -14$ . **192.** 2)  $a < -0,25$ ; 4)  $a < 2$ . **193.** 2)  $0,9 > -2$ ; 4)  $5 > 3$ . **194.** 2)  $a < -2$ ; 4)  $x < -\frac{4}{9}$ . **196.** 2)  $-5 < 7$ ; 4)  $7y > 1$ . **197.** 2)  $25 < 58$ ; 4)  $12 < 4x^2 - 1$ . **204.** 2)  $n = 3$ ; 4)  $n = -6$ ; 6)  $n = -1$ . **205.** 2)  $n = 6$ ; 4)  $n = -3$ ; 6)  $n = 4$ . **206.** 2)  $x = -9$ . **207.** 2)  $h \geq 5$ ; 4)  $v \leq 70$ . **208.** 2) дуруст; 4) нодуруст. **209.** 2) дуруст; 4) нодуруст. **211.** 2)  $\left(\frac{5}{12}\right)^{-\frac{1}{4}} < (0,41)^{-\frac{1}{4}}$ ; 4)  $\left(\frac{11}{12}\right)^{-\sqrt{5}} > \left(\frac{12}{13}\right)^{-\sqrt{5}}$ . **212.** 2)  $x = 3$ ; 4)  $x = 2$ ; 6)  $x = \frac{1}{2}$ . **213.**  $\sqrt{\left(1\frac{1}{4}-1\frac{1}{5}\right)^3} > \sqrt{\left(1\frac{1}{6}-1\frac{1}{7}\right)^3}$ . **214.** 2)  $x = \frac{5}{2}$ ; 4)  $y = 5$ . **215.** 2)  $x = 2,6$ ; 4)  $x = 4$ . **216.** 2)  $x = -\frac{1}{3}$ ; 4)  $x = 1$ . **217.** 2) 6;

4)  $-3$ . **218.** 2)  $x = -1$ ; 4)  $x = 1$ . **219.** 2)  $13 - x < 2$ ; 4)  $2(x - 3) \leq 2$ ; 6)  $2x(-4) \geq x - (-4)$ . **220.** 2) аз ададҳои додашуда ягонтояш ҳам ҳал намешавад; 4)  $\frac{1}{2}$ ; 0;  $-1$ . **221.** 2)  $y > 0$ ; 4) дар ҳеч ягон гуна қимат; 6)  $y \neq -2$ . **222.** 2)  $y < 2$ ; 4)  $y \leq 0$ . **223.** 2)  $x \leq -3$ ; 4)  $x > 0$ ; 6)  $x < 0$ . **225.** 2)

$x < 14$ ; 4)  $y > 9$ ; 6)  $z \leq 4$ . **226.** 2)  $x \geq -8$ ; 4)  $z > -15$ ; 6)  $x \leq -2$ . **227.** 2)

$x < 6$ ; 4)  $x > 5$ ; 6)  $x \leq -2$ . **228.** 2)  $x \geq 3$ ; 4)  $x > 0$ ; 6)  $x \geq 2$ . **229.** 2)  $x < \frac{5}{8}$ ;

4)  $x < -3$ ; 6)  $x < 5\frac{1}{6}$ . **230.** 2)  $y > \frac{3}{8}$ ; 4)  $y < \frac{5}{8}$ ; 6)  $y > \frac{2}{3}$ . **231.** 2)  $y = 3$ ; 4)

$x = 0$ . **232.** 2)  $x = -1$ ; 4)  $x = -4$ . **233.** 2)  $b < -5\frac{2}{3}$ ; 4)  $x > -1\frac{3}{7}$ . **234.** 2)

$x$  – адади дилҳоҳ; 4)  $x$  – адади дилҳоҳ. **235.** 2) хелҳо надорад; 4) хелҳо надорад. **236.** 2)  $x > 2$ ; 4)  $x > -20$ ; 6)  $x > 0,5$ . **237.** 2)  $x < 1,6$ ; 4)  $x < 0$ .

**238.** 2)  $x \leq 7$ ; 4)  $x \leq 5$ . **239.** 2)  $x < 0,5$ ; 4)  $x > -0,5$ . **240.** Аз 45 кам нест.

**241.** 2) аз ададҳои додашуда ягонтояш ҳам хел нест. **242.** 2) 1. **243.** 2) 0; 1; 2; 3; 4)  $-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5$ . **244.** 2)  $[-1; 3]$ ; 4)  $(1; 2)$ ; 6)  $(-4; -2)$ . **245.** 2)  $-3 \leq x \leq -1$ ; 4)  $0 < x < 3$ ; 6)  $-2 \leq x < 2$ . **246.** 2)  $-1 < x < 2$ ,  $(1; 2)$ ; 4)  $-4 < x \leq 0$ ,  $(-4; 0)$ . **247.** ҳа. **248.** ҳа. **249.** б)  $-3 < x < 1$ ;

дар ҳеч ягон гуна қимат; е)  $-5 < x < 0$ ; дар ҳеч ягон гуна қимат **251.** 1)

$x \geq 0,6$ ; 2)  $x \leq -\frac{1}{3}$ ; 3)  $x \geq -3,5$ ; 4)  $x \geq -4,5$ . **252.** 2)  $x > 0$ ; 4)  $x \geq -2$ . **253.**

2)  $x < -1$ ; 4)  $x \leq 0$ . **254.** 2)  $3 < x < 6$ ; 4)  $0 \leq x < \frac{1}{2}$ . **255.** 2)  $-1,5 \leq x < 1,5$ ;

4)  $-0,5 \leq x \leq 7,5$ . **256.** 2)  $x \geq 4$ ; 4)  $x > -3$ . **257.** 2)  $x \leq -2$ ; 4)  $x < 4$ . **258.** 2)

$x \leq -2,5$ ; 4)  $2 \leq x \leq 5$ . **259.** 2)  $-5 < x \leq -1$ ; 4)  $0 < x \leq \frac{4}{3}$ . **260.** 2) 1; 2; 4) 4;

5. **261.** 2) Дар ҳеч ягон  $x$ ; 4)  $0 < x < 2$ . **262.** 2)  $x \leq -2$ ; 4)  $x \leq 6$ . **263.** 2) 4 м калон аз 13м хурд. **264.** 24. **265.** 36. **267.** 2)  $x_{1,2} = \pm 1,5$ ; 4)  $x = 0$ ,  $x_2 = -6$ .

- 268.** 2)  $x=2$ ; 4)  $x=\frac{3}{4}$ . **269.** 2)  $x_1=-0,25$ ,  $x_2=-1,25$ ; 4)  $x_1=1$ ,  $x_2=\frac{1}{3}$ . **270.** 2)  $x_{1,2}=\pm 2,1$ ; 4)  $x_1=-5$ ,  $x_2=11$ . **272.** 2)  $-2 < x < 2$ . **273.** 2)  $|x| \leq 0,3$ . **274.** 2)  $-2,2 < x < -1,8$ ; 4)  $\frac{1}{4} < x < 1\frac{3}{4}$ . **275.** 2)  $-3 < x < 0$ ; 4)  $1 \leq x < 1,5$ . **276.** 2)  $x \leq 0,9$ ,  $x \geq 3,1$ ; 4)  $x < 2\frac{3}{4}$ ,  $x > 3\frac{2}{3}$ . **277.** 2)  $x < -1$ ,  $x > -\frac{1}{3}$ ; 4)  $x \leq 0$ ,  $x \geq 1,6$ .
- 278.** 2)  $-1$ ; 0; 4) 0; 1. **279.** 2)  $-1 \leq x \leq 1\frac{2}{3}$ ; 4)  $x \leq 0$ ,  $x \geq 3$ . **282.** 2)  $\frac{1}{18}$ ; 4)  $\frac{1}{225}$ . **283.** 2) 0,004; 4)  $\frac{1}{350}$ . **284.** 2) 0,08; 4) 0,08. **285.**  $3^\circ$ . **286.**  $\frac{1}{7}$ .
- 287.** Төгри. **289.** 2)  $141 \leq x \leq 143$ ; 4)  $895 \leq v \leq 905$ ; 6)  $m-n \leq y \leq m+n$ .
- 290.** 2) 2,6 ва 2,8; 4)  $-6,1$  ва  $-5,7$ . **291.** 2) Йоғ; 4) ха. **292.** 2) Ha; 4) yoғ. **293.** 2) 5,5; 4) 3,9; 6) 0,575. **298.** Yoғ. **301.** 2) 0,7; 4) 3,7. **302.** 2) 0,07; 4) 1,67; 6) 5,07. **303.** 2) 0,385; 4) 7,643. **304.** 3 ва 7. **305.** 2) 0,41;  $\approx 3,7\%$ ; 4) 0,108; 10,8%. **306.** 2)  $\approx 2\%$ . **307.** 2) дувумаш **308.**  $\approx 1\%$ ; 0,1%; 0,01%. **309.** якумаш. **310.** 0,000398.
- 311.** дувумаш. **312.** 2)  $x_1=0$ ,  $x_2=1\frac{1}{3}$ ; 4)  $x_1=-4$ ,  $x_2=0,5$ . **313.** 2)  $x=0,5$ ; 4)  $x_1=3$ ,  $x_2=-2$ . **314.** 2)  $2+b-a>0$ ; 4)  $a-3-b<0$ . **315.** 2)  $y$ -қимати ихтиёрӣ; 4)  $x>7$ . **316.** 2)  $x < 2$ . **317.** 2)  $x_1=3,4$ ,  $x_1=-1,4$ ; 4)  $x_1=1$ ,  $x_2=\frac{1}{3}$ .
- 318.** 2)  $x \leq -2,4$ ,  $x \geq 4,4$ ; 4)  $x \leq -2$ ,  $x \geq 1$ . **321.** 2) дар ҳеч ягон гуна қимат; 4) дар ҳеч ягон гуна қимат. **322.** 34. **323.** 47. **326.**  $3,5416 \cdot 10^{-5}\Omega$ . **327.** 67J. **329.** 18800; 20400; 13200; 4600.

### БОБИ III

**345.** 2)  $-x^2 + 9 = 0$ ; 4)  $x^2 = 0$ . **346.** 2)  $x^2 - 4x - 9 = 0$ ; 4)  $5x^2 + 1 = 0$ . **347.** 2)

0; 1; 4) 1; 6) Аз ададҳои додашуда ягонтояш ҳам решаш нест. **350.**

2)  $x_{1,2} = \pm \frac{4}{7}$ ; 4)  $x_{1,2} = \pm 1,5$ ; 6)  $x_{1,2} = \pm \sqrt{13}$ . **351.** 2)  $x_{1,2} = \pm 11$ ; 4)  $x = 0$ ; 6) решашои ҳақиқӣ надорад. **352.** 2)  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$ ; 4)  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0,6$ ; 6)  $x = -3$ .

**353.** 2)  $x = 0$ ; 4)  $x_{1,2} = \pm 3$ ; 6)  $x_{1,2} = \pm 3\sqrt{3}$ ; 8)  $x_{1,2} = \pm 20$ . **354.** 2)

$x_1 = 0$ ,  $x_2 = -5$ ; 4)  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 0,04$ ; 6) решашои ҳақиқӣ надорад. **355.** 2)  $x_{1,2} = \pm 1\frac{1}{4}$ ;

4)  $x_{1,2} = \pm \sqrt{5}$ ; 6)  $x_{1,2} = \pm 1\frac{1}{3}$ . **356.**  $x_{1,2} = \pm 2$ ; 4)  $x_{1,2} = \pm 1\frac{1}{3}$ . **357.** 2)  $x_1 = 0$ ,

$x_2 = 4$ ; 4)  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -2,5$ . **358.** 2)  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2\frac{3}{19}$ . **359.** 2)  $m = 9$ ; 4)  $m = 64$ ;

6)  $m = 6$ . **360.** 2)  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -6$ ; 4)  $x_1 = 8$ ,  $x_2 = 2$ ; 6)  $x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{23}$ . **361.**

$x_1 = \frac{3}{5}$ ;  $x_2 = -\frac{1}{5}$ . **362.** 1)  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 4$ ; 2)  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = -2$ . **363.** 1)  $x_1 = 1$ ,

$x_2 = -2,5$ ; 2)  $x_1 = 2$ ,  $x_1 = -\frac{3}{5}$ . **364.** 2) 0,4; 4) 85. **365.** 2)  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 0,5$ ;

4)  $x_1 = 3$ ,  $x_2 = 0,5$ ; 6)  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = \frac{3}{4}$ . **366.** 2)  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = -0,5$ ; 4)  $x_1 = -1$ ,

$x_2 = \frac{1}{3}$ ; 6)  $\frac{-6 \pm \sqrt{6}}{3}$ ; 8)  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -\frac{4}{3}$ . **367.** 2)  $x = \frac{1}{4}$ ; 4)  $x = -\frac{1}{6}$ .

**368.** 1), 2), 3), 4) решашои ҳақиқӣ надорад. **369.** 2) дутто; 4) якто

ҳам решаш нест. **370.** решашои ҳақиқӣ надорад; 4)  $x = 2,5$ ; 6)  $x_1 = 4$ ,

$x_2 = -1$ . **371.** 2)  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 0,2$ ; 4)  $x_1 = 7$ ,  $x_2 = -8$ ; 6)  $x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{7}}{7}$ . **372.** 2)

$x_1=7, x_2=-11$ ; 4)  $x_1=0,6; x_2=-3$ . **373.** 2)  $x_1=0,5, x_2=-1,5$ ; 4)  $x_1=5, x_2=\frac{1}{5}$ . **376.** 2)  $x_1=7, x_2=-1$ ; 4)  $x_1=4, x_2=-10$ ; 6)  $x_1=2, x_2=-1$ . **381.** 2)

$x^2-5x+6=0$ ; 4)  $x^2-3x-18=0$ . **382.** 2)  $x_1=3, x_2=4$ ; 4)  $x_1=-1, x_2=-7$ ; 6)  $x_1=3, x_2=-5$ . **383.** 2)  $(x-1)(x+5)$ ; 4)  $(x+7)(x-6)$ ; 6)  $(2x+1)(4x+3)$ ; 8)  $(x+2)(1-4x)$ . **384.** 2)  $x+6$ ; 4)  $\frac{1}{x+7}$ ; 6)  $\frac{x+3}{3x+1}$ . **385.** 2)  $x_{1,2}=\sqrt{5}\pm 2$ ; 4)

$x_{1,2}=2(\sqrt{7}\pm\sqrt{6})$ . **386.** 2)  $x(x+7)(x-3)$ ; 4)  $x(x-11)(x+2)$ . **387.** 2)  $\frac{x-9}{x+8}$ ;

4)  $\frac{9-x}{x-5}$ . **388.** 2)  $-\frac{x}{(x+3)^2}$ ; 4)  $\frac{x-1}{x(x+10)}$ . **389.** 2)  $x_{1,2}=\pm 1, x_{3,4}=\pm 2$ ; 4)

$x_{1,2}=\pm 1, x_3=\pm 7$ . **390.** 2)  $x_{1,2}=\pm 1$ ; 4)  $x_{1,2}=\pm\sqrt{5}$ . **391.** 2)  $x_1=7, x_2=3\frac{1}{3}$

4)  $x_1=40, x_2=-20$ , 6)  $x_1=6, x_2=-\frac{2}{3}$ . **392.** 2)  $x_{1,2}=\pm 10$ ; 4) реша надорад;

6)  $x=-3$ . **393.** 2) не. **402.** 2) 14 ва 15. **403.** 2) 19 ва 21. **404.** 10 см, 40 см. **405.** 140 м, 175 м. **406.** 100 км/с, 80 км/с. **407.** 10 км/с. **408.** 20 рұз, 30 рұз. **409.** тарафи квадрат 15 см. **410.** 9 см, 40 см. **411.** 18 км/с, 15 км/с. **412.** 15 рұз, 10 рұз. **413.** 2)

$x_{1,2}=\pm 5\sqrt{2}$ ; 4)  $x_1=0, x_2=7,5$ . **414.** 2)  $x_1=13, x_2=-4$ ; 4)  $x_1=3,6, x_2=-7$ .

**415.** 2)  $x_{1,2}=\frac{1\pm\sqrt{17}}{6}$ ; 4)  $x_{1,2}=\frac{-2\pm\sqrt{7}}{3}$ . **416.** 2) ду; 4) як. **417.** 2)  $(x-8)$

$(x-2)$ ; 4)  $(x-2)(2x+1)$ . **418.** 2)  $x(x+2)$ ; 4)  $\frac{5x+1}{x-3}$ . **419.** 2)  $x_{1,2}=\pm 3, x_{3,4}=\pm 2$ ;

4)  $x_{1,2}=\pm\sqrt{3}, x_{3,4}=\pm\frac{1}{\sqrt{5}}$ . **420.** 2)  $x_2=\pm\sqrt{5}$ ; 4)  $y=1$ . **421.** 20 км/с. **422.**

15 км/с. **423.** 3 рұз, 5 рұз. **424.** 2)  $x_1=0, x_2=2$ . **425.** 2)  $x_2=0,5$ ; 4)  $x_1=7$ ,

$x_2=-13$ . **426.** 2)  $x_1=0, x_2=-5$ ; 4)  $x_{1,2}=\pm 4$ . **427.** 2)  $x_1=9, x_2=-12$ ; 4)  $x_1=3$ ,

$x_2=-6$ . **428.** 2) Яғонто хам реше нест; 4) дутто. **429.** 2)  $x_1=3, x_2=1,4$ .

**430.** дар 36 рұз. **431.** 1 соату 40 дақықа ва 1 соату 20 дақықа ёки 2 соат

ва 1 соату 40 дақықа **432.** 12 соат, 6 соат. **437.** 3 соат. **439.** 12 рұз, 8 рұз.

- 440.** 25 соат, 20 соат. **441.** 60 км/с. **442.** 8 рұз, 12 рұз. **444.** 120; -120. **445.** 6. **452.** дар 7 рұз. **453.** 20 км/с. **454.** 3 км/с. **455.** 8 рұз. **456.** 37. **457.** 82. **458.** 20 рұз, 30 рұз, 60 рұз. **459.** 9 соат. **460.** 10%. **461.** 5%. **462.** 10 км. **463.** 16 нафар. **464.** 35 нафар. **465.** 60 км/с, 50 км/с. **466.** 55 км/с.

### БОБИ IV

- 482.** 6 то. **483.** 18 то. **484.** 27 то. **485.** 9 то. **487.** 9 то. **491.** 15 то **492.** 120. **494.** d)  $n(n-1):2$ . **496.** 45. **497.** 2) 900. **499.**  $16 \cdot 15 \cdot 14 = 3360$ . **500.** 30. **501.** 1) 125; 2) 625. **503.** 24. **504.** 10. **505.**  $12 \cdot 8 \cdot 7 = 672$ . **506.**  $64 \cdot 49 = 3136$ . **508.** 1) 4 · 60; 2) 24 · 58; 3) 36 · 55; ҳамагы 3612 усул. **509.** 6. **510.** 12. **512.** 20. **513.** 14. **521.** 1)  $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 300$ ; 2)  $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1080$ . **522.**  $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 = 540$ . **523.**  $26 \cdot 25 \cdot 24 = 15600$ . **524.**  $8 \cdot 7 \cdot 5 = 280$ . **525.** 10000. **527.** 24 та. **528.** 1) 6; 2) 15; 3) 45; 4)  $n \cdot (n-1):2$ . **529.**  $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ . **530.** 4.

### БОБИ V

- 544.** 2)  $\frac{22}{35}$ ; 4)  $-\frac{5}{6}$ ; 6) 3,485. **545.**  $7\frac{1}{2}$ ; 36. **546.**  $2a(30-a)$ ; -128. **547.**  $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$ ,  $c \cdot 100 + b \cdot 10 + a$  то. **548.**  $x = 1000a + c$ . **549.** 2)  $\frac{2n(2n-k)}{2n+k}$ ; 4)  $\frac{2q(m-2q)}{m+2q}$ . **550.** 4)  $\frac{m+7n}{10}$ . **552.** 2) 1. **556.** 2)  $y \geq -2$ ; 4)  $x > -4$ ; 6)  $x \leq 11\frac{1}{3}$ . **557.** 2) -5; -4; -3; -2; -1; 0; 4). **558.** 2)  $\frac{2}{9} < x \leq 32$ ; 4)  $x > 7,2$ . **559.** 2) -15; -14; ...; -1; 0. **560.** 2)  $x_1 = 8,1$ ,  $x_2 = -2,1$ ; 4)  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = -3$ ; 6)  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = \frac{6}{7}$ . **561.** 2)  $x \leq -3,4$ ;  $x \geq 7,4$ ; 4)  $x \leq -2\frac{1}{3}$ ;  $x \geq 1$ . **562.** 2)  $2\frac{1}{3}$ ; 4)  $\frac{2x^2}{3y}$ . **563.** 2)  $3 - \sqrt[3]{2}$ ; 4)  $6\sqrt{7}$ . **564.** 2)  $2(\sqrt{0,5})^{0,3} < (2\sqrt{0,5})^{0,37}$  **565.** 2)  $\sqrt{x}$ ; 4)  $9b^{-4}$ . **566.** 2)  $5ab\sqrt{b}$ . **567.** 2)  $-\sqrt{3x^2}$ ; 4)  $\sqrt{5a^2}$ . **568.** 2)  $-8\frac{1}{8}$ . **569.** 2)  $-4\frac{5}{6}$ . **570.** 2)  $x = \frac{1}{9}$ ; 4)  $x = 0$ . **571.** 2) не. **573.** 2)  $-\frac{\sqrt{a}}{b}$ ; 4)  $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ . **574.** 1)  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ ; 2)  $\frac{1 + \sqrt{7}}{\sqrt{2}}$ . **575.** 2)  $a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}$ .

**576.** 2)  $x_{1,2} = \pm\sqrt{11}$ ; 4)  $x_1 = 0, x_2 = -5$ ; 6)  $x_1 = 0, x_2 = 12$ . **577.** 2)  $y_1 = 0, y_2 = 9$ ; 4)  $x_1 = 0, x_2 = 9$ ; 6)  $x_{1,2} = \pm 1,5$ . **582.**  $k > \frac{9}{16}$ . **583.**  $k_1 = 3, k_2 = -1$ . **584.** 2)  $x_1 = 1,2, x_2 = -2$ ; 4)  $x = 3$ ; 6)  $x = 2$ . **586.** 2) 0,004; 4)  $\frac{1}{1375}$ . **588.**  $\approx 0,1\%$ .

### Чавобхой "худро санчида бинед"

**Боби I.** 1.  $b \neq 0, c \neq 1, d \neq -2$ . 2. 1)  $\frac{1}{a}$ ; 2)  $\frac{4ab}{a^2 - b^2}$ ; 3) 4; 4)  $\frac{a-b}{b}$ . 3)  $\frac{1}{x-3}$ ; -3. 4. 1)  $8\frac{3}{8}$ ; 2) 16. 5. 1) 6; 2)  $(y+x)xy$ . 6.  $a^{\frac{3}{4}}$ ; 27.

**Боби II.** 2. 1)  $x < 2,4$ ; 2)  $x \geq -15$ ; 3)  $x < 5$ . 3. 1)  $4\frac{1}{3} < x < 6\frac{1}{4}$ ; 2)  $x \geq 3$ ; 3)  $x < -5$ .

**Боби III.** 1)  $x = 0$ ; 2)  $x_1 = -1, x_2 = 2$ ; 3)  $x_{1,2} = \pm\frac{1}{2}$ ; 4)  $x_1 = 0, x_2 = 1\frac{2}{3}$ ; 5)  $x_{1,2} = \frac{1}{2}$ ; 6)  $x_1 = 17, x_2 = -1$ ; 7)  $x_1 = -2, x_2 = \frac{1}{3}$ ; 8) ҳал надорад.

2. 1)  $(x-2)(x+3)$ ; 2)  $(x+1)(2x-3)$ . 3. 9 км/с; 12 км/с.

**Боби IV.** 1.  $18 \cdot 17 = 306$ . 2.  $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 87480$ . 3.  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ . 4.  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$ . 5. 1) 1,2; 2) 4; 3) 2,5; 4) 15.

### Чавоби масъалаҳои шавқовар.

1. 10 метр. 2. Мумкин нест. 3. Тарафҳояш ба 3 ва 6 воҳиди дарози баробар буда росткунча ёки квадрати тарафаш ба 4 воҳид баробар. 4. Мувофиқан 8; 12; 6; -1. 5.  $(x^2 + x + 1)(x^2 - x - 2006)$ .

## МУНДАРИЧА

Такрори курси "Алгебра"-и синфи 7 ..... 3

### БОБИ I КАСРХОИ АЛГЕБРАВЙ ВА АМАЛХО БО ОНХО

§ 1. Ифодаҳои алгебравӣ .....	7
§ 2. Касрҳои алгебравӣ. Ихтисор кардани касрҳо.....	12
§ 3. Ба маҳрачи умуми овардани касрҳо .....	18
§ 4. Ҷамъ ва тарҳи касрҳои алгебравӣ.....	22
§ 5. Зарб ва тақсими касрҳои алгебравӣ .....	27
§ 6. Табдиҳии айниятии ифодаҳои ратсионалӣ-касри.....	30
§ 7. Функцияи $y = \frac{k}{x}$ . Хосиятҳо ва графики он.....	34
§ 8. Дараҷаи нишондиҳандаи натуралӣ ва хосиятҳои он.....	39
§ 9. Дараҷаи нишондиҳандааш ратсионалӣ ва хосиятҳои он .....	42
§ 10. Содда кардани ифодаҳои дараҷаи нишондиҳандааш ратсионалӣ .....	49
<i>Машқҳо оид ба боби I</i> .....	53
<i>Машқҳои санҷишӣ - тестҳо оид ба боби I</i> .....	58
<i>Маълумотҳои таъриҳӣ</i> .....	61
<i>Масъалаҳои амалӣ - татбиқи ва алоқа бо фанҳо</i> .....	62

### БОБИ II НОБАРОБАРИҲО

§ 11. Нобаробариҳои ададӣ .....	68
§ 12. Хосиятҳои асосии нобаробариҳои ададӣ .....	71
§ 13. Ҷамъ ва зарби нобаробариҳо .....	75
§ 14. Ба дараҷа нобаробариҳои ададӣ .....	80
§ 15. Нобаробариҳои якномаълума .....	85
§ 16. Системаи нобаробариҳои якномаълума. Ҳосилаҳои ададӣ.....	94
§ 17. Мудули адад. Муодила ва нобаробариҳои мудул иштирок карда....	105
§ 18. Хисобкуни тақрибӣ. Қимати тақрибии микдорҳо хатогии наздишавӣ .....	111
§ 19. Баҳо додан ба хатогӣ .....	114

§ 20. Яклухткунии ададҳо.....	117
§ 21. Хатогии нисбӣ .....	119
<i>Машқҳо оид ба боби II</i> .....	121
<i>Машқҳои санҷишӣ - тестҳо оид ба боби II</i> .....	124
<i>Масъалаҳои таъриҳӣ</i> .....	127
<i>Маълумотҳои таъриҳӣ</i> .....	128
<i>Масъалаҳои амалӣ - татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо</i> .....	129

### **БОБИ III МУОДИЛАИ КВАДРАТӢ**

§ 22. Муодилаи квадратӣ ва решоҳои он .....	135
§ 23. Муодилаи квадратӣ нопурра ва ҳалли он.....	139
§ 24. Формулаҳои ёфтани решоҳои муодилаи квадратӣ. Дискриминант...141	
§ 25. Теоремаи Виет. Ба зарбкунандаҳои содда чудо кардани сеъзогии квадратӣ .....	149
§ 26. Муодилаи биквадратӣ. Муодилаҳои ба муодилаи квадратӣ оварда шаванда .....	156
§ 27. Бо ёрии муодилаи муодилаи квадратӣ .....	163
<i>Машқҳо оид ба боби III</i> .....	167
<i>Машқҳои санҷишӣ - тестҳо оид ба боби III</i> .....	170
<i>Масъалаҳои таъриҳӣ</i> .....	172
<i>Маълумотҳои таъриҳӣ</i> .....	175
<i>Масъалаҳои амалӣ - татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо</i> .....	176

### **БОБИ IV ТАҲЛИЛИ МАЪЛУМОТҲО**

§ 28. Таҳлили маълумотҳо. Тасвири маълумотҳо .....	188
§ 29. Қимати миёна. Мода. Медиана.....	194
§ 30. Бо усули интихобӣ ҳал кардани масъалаҳои комбинаторика.....200	
§ 31. Қоидаҳои асосии комбинаторика ва истифодаи он дар ҳалли масъалаҳо .....	203
<i>Машқҳо оид ба боби IV</i> .....	210
<i>Машқҳои санҷишӣ - тестҳо оид ба боби IV</i> .....	213
<i>Масъалаҳои амалӣ - татбиқӣ ва алоқа бо фанҳо</i> .....	215

### **БОБИ V**

Машқҳо оид ба такрори курси "Алгебра"-и синфи 8.....	219
Чавобҳо бо машқҳо .....	227

**A 47**

**Алимов Ш.А.**

**Алгебра:** Китоби дарсй барои донишомӯзони синфи 8-уми мактабҳои миёнаи таълими умумӣ /Ш.А. Алимов, О. Р. Холмуҳамедов, М.А. Мирзаҳмедов. – Нашри 4. – Тошканд: ХЭТН, „O‘qituvchi“ 2019. –240 с.

**ISBN 978-9943-5750-3-5**

**УЎК 512(075.3)=222.8**

**КБК 22.14я72**

**Shavkat Arifdjanovich Alimov,  
Alimdjan Raximovich Xalmuxamedov,  
Mirfazil Abdilxakovich Mirzaxmedov**

# **А L G E B R A**

*(Tojik tilida)*

Umumiy o‘rta ta’lim maktablarining 8-sinfi uchun darslik

Qayta ishlangan 4-nashri

*«O‘QITUVCHI» nashriyot-matbaa ijodiy uyi  
Toshkent – 2019*

Original-maket «DAVR NASHRIYOTI» MCHJ da tayyorlandi.

*Тарҷумон М. Норметов*

*Муҳаррир М. Норметов*

*Муҳаррири расмҳо Р. Запаров*

*Мусаҳҳеъ З. Норметова*

*Саҳифабанди компьютерӣ Ҳ. Сафаралиева*

*Ҳарфчинӣ С. Ниязова*

Литсензияи нашриёт AI № 012. 20.07.2018.

Ба нашр аз нусхай асл иҷозат дода шуд 26.07.2019. Андоза: 70×90<sup>1/16</sup>. Хуруфи Tayms.

Бо усули нашри оғсет. Қоғази оғсетӣ. Ҷузъи чопии шартӣ: 17,55.

Ҷузъи нашрию ҳисобӣ: 16,6. Адади нашр 6 431 нусха. Супориши №

Очонсии иттилоот ва иртибототи оммавии назди Дастгохи Президенти Ҷумҳурии Ӯзбекистон, Хонаи эҷодии табъу нашри «O‘qituvchi». Тошканд – 206, ноҳияи Юнусобод, кӯчаи Янгишаҳар, хонаи 1. Шартномаи № 57-19

## Ҳолати китоби дарсии ба ичора додашуда

№	Ном ва номи хонаводагии донишомӯз	Соли таҳсил	Ҳолати китоб дар аввали сол	Имзои роҳбари синф	Ҳолати китоб дар поёни сол	Имзои роҳбари синф
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

**Ҳангоми ба ичора додан ва пас гирифтани китоби дарсӣ роҳбари синф ҷадвали болоиро бо мизонҳои баҳоғузории зерин пур мекунад:**

<b>Нав</b>	Ҳолати китоби дарсӣ дар замони бори аввал ба истифода додан
<b>Хуб</b>	Мукова комил аст, аз қисми асосии китоб ҷудо нашудааст. Тамоми варақҳо ҳаст, пора ва ҷо ба ҷо нашудааст, дар саҳифаҳояш ҳат-ҳатиҳо нест.
<b>Қаноат-бахш</b>	Мукова фарсада шуда, гӯшаҳояш дар ҷандӣ ҷо ҳаткашӣ ва ҳӯрдагӣ дорад, аз қисми асосии китоб каме қанда шудааст, аз ҷониби истифодабаранд қаноатбахш тармим шудааст. Варақҳои қандашударо ҷасондаанд, дар баязе саҳифаҳо ҳат-ҳатиҳо дорад.
<b>Ғайриқа-ноатбахш</b>	Мукова ҳат-ҳатиҳо дорад, пора шудааст, аз қисми асосӣ ҷудо ё тамоман нест, ба нахви бад тармим шудааст. Варақҳо пора шудаанд, қаманд, пур аз ҳат-ҳатӣ ва ранголууд мебошанд. Китоби дарсиро тармим карда намешавад.